مجموعه تخصصی مهندسی مکانیک

MechSource

- ✓ کاملترین مرجع دانلود رایگان کتاب‌ها و جزوات دانشگاه‌ها و اساتید برتر به زبان فارسی و انگلیسی
- ✓ فیلم های آموزشی دروس به زبان فارسی مخصوص کنکور ارشد و دکترای مهندسی مکانیک
- ✓ آموزش نرم افزارهای رشته مهندسی مکانیک بصورت کتاب و فیلم های آموزشی فارسی و انگلیسی
- ✓ آموزش‌های تخصصی صنعتی حضوری و آنلاین ویژه علاقمندان به یادگیری کاربردی در صنعت

نمونه ای از آموزش های موجود:

برنامه نویسی	نقشه کشی	تحلیل	صنعتی
Matlab	Solidworks	Abaqus	AutoSprink
Fortran	Autocad	Ansys	VDS
C #	Catia	Comsol	Carrier
CNC Code	Revit	EES	PipeNet

کانال مکانیک جامدات

آموزش و مشاوره کنکور ارشد و دکتری

MechSource

MechSource

Click Here To Free Download

https://t.me/MechSource

بخش اول

سینماتیک ماشینها

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱

مفاهیم اساسی

۱ـ۱ سینماتیک

سینماتیک ماشینها عبارت از مطالعه و تجزیه و تحلیلی راجع به حرکت نسبی اجزای ماشینها می‌باشد. در این تجزیه و تحلیل تغییر مکان، سرعت و شتاب مورد نظر قرار خواهد گرفت.

۱ـ۲ دینامیک

دینامیک ماشین با نیروهای وارد بر اجزای یک ماشین و حرکات ناشی از این نیروها سر و کار دارد.

۱ـ۳ ماشین

یک ماشین وسیله‌ای است برای تغییر فرم و انتقال انرژی. این ماشین اغلب اوقات از ترکیب تعدادی قطعات ثابت و متحرک مشخص می‌گردد که به منظور تنظیم قدرت منشأ و کاری که می‌بایست انجام شود بین آنها قرار می‌گیرد. موتور الکتریکی ماشینی است که برای تبدیل انرژی الکتریکی به انرژی مکانیکی به کار می‌رود. حال آنکه به عکس ژنراتور الکتریکی ماشینی است که برای تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی الکتریکی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در یک موتور بنزینی هر پیستون، شاتون و لنگ تشکیل ماشینی را می‌دهند که برای انتقال انرژی به کار می‌روند. در این حالت انرژی مکانیکی داخلی عبارت است از حاصلضرب نیروی وارد بر پیستون و فاصله طی شده توسط آن. این انرژی به میل‌لنگ وارد شده که از آنجا به صورت انرژی مکانیکی خروجی معادل حاصلضرب گشتاور در زاویه پیموده شده توسط میل‌لنگ ظاهر می‌گردد.

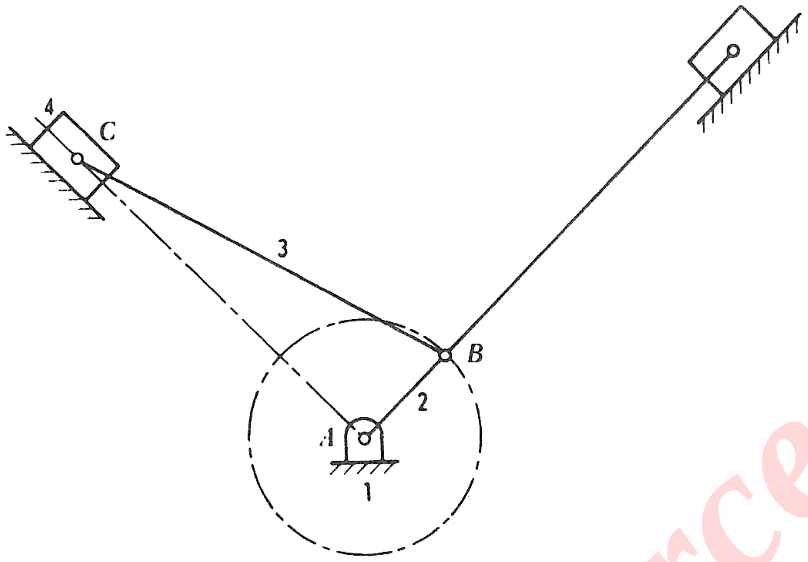
۱ـ۴ دیاگرام سینماتیکی

در مطالعه حرکات اجزای یک ماشین معمولاً دیاگرامی از اجزا به گونه‌ای رسم می‌گردد که در رسم

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱ـ۱

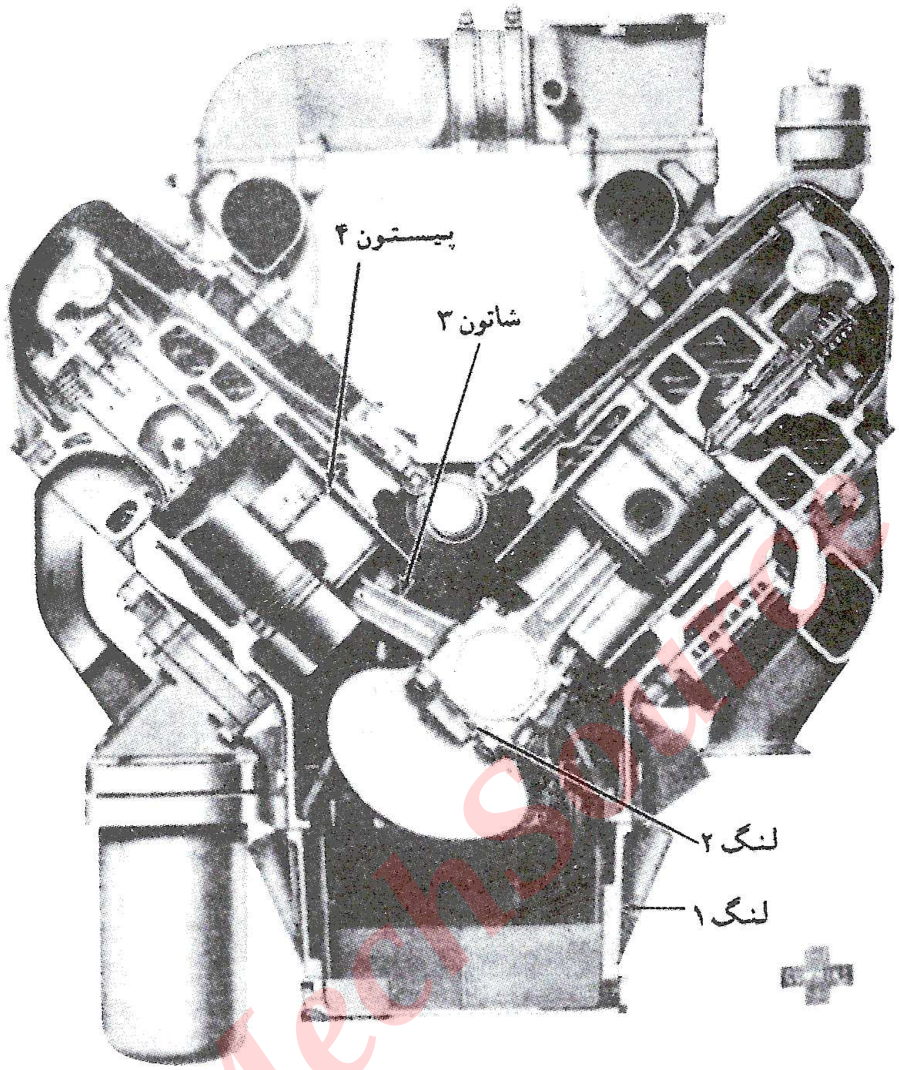
آنها از اندازه‌هایی استفاده می‌گردد که در حرکت اجزا مؤثر می‌باشند. دیاگرام نشان داده شده در شکل ۱ـ۱ اجزای اصلی موتور دیزل نشان داده شده در شکل ۱ـ۲ را نشان می‌دهد. اعضای ثابت مرکب از یاتاقانهای میل‌لنگ و دیوارهٔ سیلندر که در شکل هاشور خورده‌اند بوده و با شمارهٔ ۱ مشخص شده‌اند. در این شکل میله شماره ۲ میل‌لنگ، میله شماره ۳ شاتون و عضو شماره ۴ پیستون یا لغزنده می‌باشد. میله اصطلاحی است که برای معرفی هر عضوی که نسبت به دیگری دارای حرکت نسبی می‌باشد به کار می‌رود. از آنجایی که یاتاقانها و سیلندر نسبت به یکدیگر دارای حرکت نسبی نمی‌باشند هر دو با شماره ۱ مشخص گردیده و تشکیل میله واحدی را داده‌اند. اصطلاحاً آن قسمت از ماشین که ثابت بوده و ضمناً اجزای متحرک بر آن متکی می‌باشند را بدنه نامیده و با شماره ۱ نشان می‌دهند.

میله رابط (شاتون) نشان داده شده در شکل ۱ـ۱ را برای موقعیت زاویه‌ای معینی از لنگ در نظر می‌گیریم. موقعیت زاویه‌ای، سرعت و شتاب این میله فقط به طولهای لنگ و میله رابط بستگی داشته و به هیچ وجه تحت تأثیر عرض و یا ضخامت آنها نمی‌باشند. بنابراین در دیاگرام سینماتیکی فقط طول میله‌های ۲ و ۳ اهمیت دارند. دیاگرام نشان داده‌شده در شکل ۱ـ۱ به دیاگرام سینماتیکی معروف بوده و این شکل دیاگرام مقیاس یافته‌ای از ماشین می‌باشد که در آن فقط اندازه‌های مؤثر در حرکت نشان داده شده‌اند.

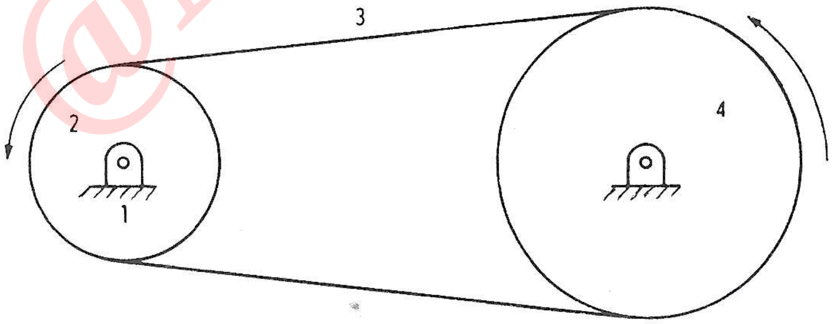
تمام مواد دارای خاصیت الاستیکی می‌باشند. یک میله صلب میله‌ای است که می‌توان از تغییر فرمهای آن در تعیین حرکت سایر میله‌های مختلف ماشین صرفنظر نمود. میله‌های ۲ و ۳ در شکل ۱ـ۱ را می‌توان میله‌هایی صلب فرض نمود. به‌طوری که در شکل ۱ـ۳ نشان داده شده تسمه و یا

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱ـ۲ موتور دیزل.

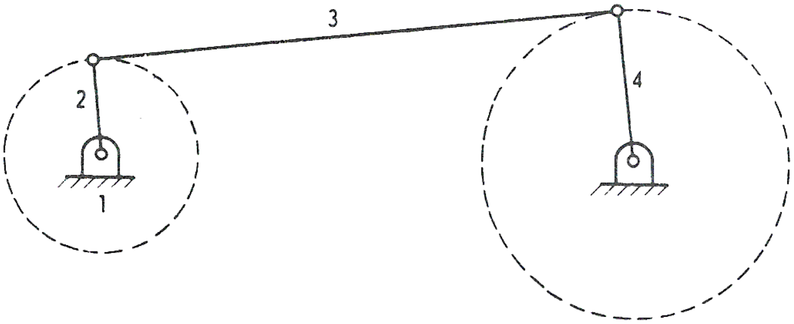


شکل ۱ـ۳

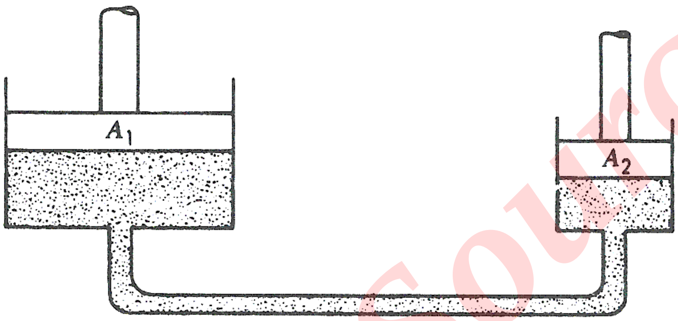
زنجیر میله‌های قابل انعطاف می‌باشند. ولی اگر همیشه در حال کشش بوده باشند می‌توان مطابق شکل ۱ـ۴ برای تجزیه و تحلیل حرکات آنی قطعات ۲ و ۴ آنها را در یک میله صلب فرض نمود. همچنین مایع مربوطه در پرس نشان داده شده در شکل ۱ـ۵ یک میله قابل انعطاف می‌باشد. اگر

https://t.me/MechSource

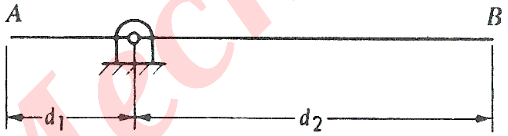
https://t.me/MechSource



شکل ۱ـ۴



شکل ۱ـ۵



شکل ۱ـ۶

@MechSource

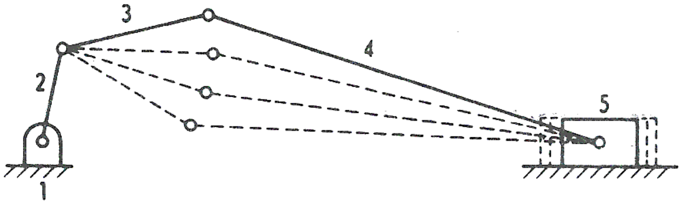
سطح پیستونها برابر A_1 و A_2 باشند آنگاه با فرض آنکه مایع غیر قابل تراکم بوده و نیز به شرط آنکه نسبت d_2/d_1 برابر A_1/A_2 بوده باشد نقاط A و B از میله صلب نشان داده شده در شکل ۱ـ۶، دارای حرکات مشابه پیستونهای فوق خواهند بود.

۱ ـ ۵ مکانیزم

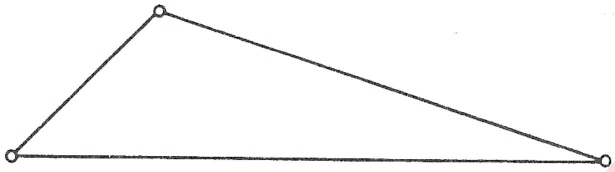
یک زنجیره سینماتیکی عبارت از یک مجموعه میله‌های صلب می‌باشد که ضمن اتصال یا تماس به یکدیگر می‌توانند نسبت به یکدیگر دارای حرکت نسبی باشند. اگر یکی از میله‌ها ثابت بوده و حرکت یکی از میله‌های دیگر به وضعیت جدید موجب حرکت سایر میله‌ها در وضعیتهای مشخص و قابل پیش‌بینی گردد مجموعه را زنجیره سینماتیکی مقیّد می‌نامند. اگر یکی از میله‌ها ثابت درنظر گرفته شده و حرکت یکی از میله‌های دیگر به وضعیت جدید موجب حرکت سایر میله‌ها در وضعیتهای مشخص و قابل پیش‌بینی نگردد آنگاه مجموعه را زنجیره سینماتیکی غیر مقید

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱ـ۷



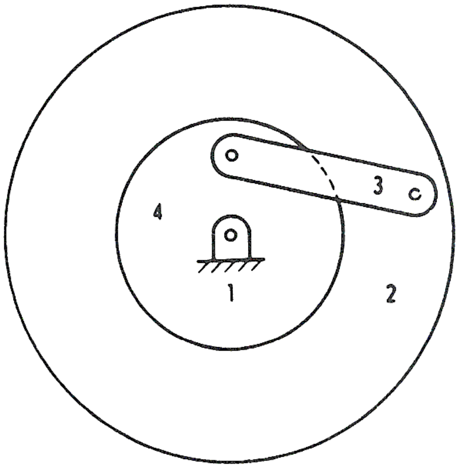
شکل ۱ـ۸

می‌نامند. یک زنجیره سینماتیکی مقید را موقعی یک مکانیزم می‌نامند که اگر مثلاً مطابق شکل ۱ـ۱ میله ۱ ثابت بوده باشد پیستون و میله رابط (شاتون) به ازای هر موقعیت مشخص لنگ دارای موقعیتی مشخص و معین بوده باشند. بنابراین مجموعه یک زنجیره سینماتیکی مقید و یا یک مکانیزم می‌باشد. تصور کنید مجموعه‌ای از یک سری میله مطابق شکل ۱ـ۷ داشته باشیم، به طوری که ملاحظه می‌گردد اگر میله ۱ ثابت باشد در موقعیت نشان داده شده میله ۲ میله‌های ۳، ۴ و ۵ دارای مواضع مشخص و قابل پیش‌بینی نبوده و مواضع زیادی را می‌توان برای آنها فرض نمود که چند تای آنها به صورت خطچین نشان داده شده است. بنابراین این مجموعه یک زنجیره سینماتیکی غیر مقید بوده و از این رو یک مکانیزم نمی‌باشد. شکل ۱ـ۸ را در نظر می‌گیریم که در آن سه میله به یکدیگر پین شده‌اند. یک مجموعه از این نوع یک زنجیره سینماتیکی را تشکیل نداده چراکه هیچ حرکت نسبی بین اجزا اتفاق نخواهد افتاد. چنین مجموعه یک مکانیزم نبوده و آن را یک سازه می‌نامند.

یک ماشین مکانیزمی است که نیرو را انتقال می‌دهد. در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱ـ۱ موقعی که یک نیرو به یکی از پیستونها وارد شده و از طریق میله رابط (شاتون) موجب گردش میل‌لنگ گردد مکانیزم تشکیل یک ماشین را خواهد داد. یک موتور الکتریکی یک ماشین است. ولی ممکن است این سؤال مطرح باشد که آیا یک مکانیزم هم می‌باشد. در واقع این یک مکانیزم چهار میله معادل مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱ـ۹ می‌باشد. در شکل ۱ـ۹ دیسکهای ۲ و ۴ حول محوری مشترک گردش نموده و به وسیله میله‌ای رابط که با میله شماره ۳ مشخص شده به یکدیگر متصل گردیده‌اند. در موتور الکتریکی گردش قطبی سیم‌پیچهای حوزه مغناطیسی مشابه دیسک ۲ یعنی مشابه محرک شکل ۱ـ۹ می‌باشد. عمل حوزه مغناطیسی به مثابه میله رابط ۳ و آرمیچر وسط به مثابه میله متحرک ۴ می‌باشد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

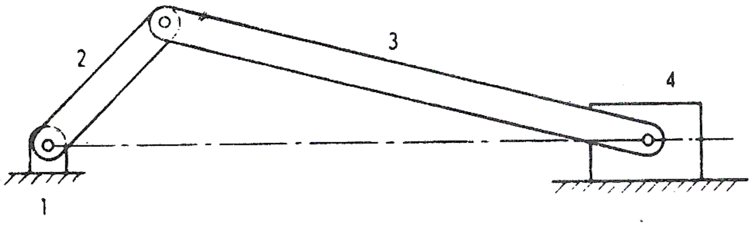


شکل ۱ـ۹

اگرچه تمام ماشینها مکانیزمهایی می‌باشند ولی همه مکانیزمها ماشین نمی‌باشند. بیشتر ابزارها مکانیزمهایی می‌باشند که چون کار مفیدی انجام نداده و هیچ تبدیل انرژی هم صورت نمی‌دهند ماشین نمی‌باشند. مثلاً یک ساعت که کاری اضافه بر آنچه که جهت خنثی کردن اصطکاکهای موجود نیاز دارد انجام نمی‌دهد.

۱ـ۶ برگردان

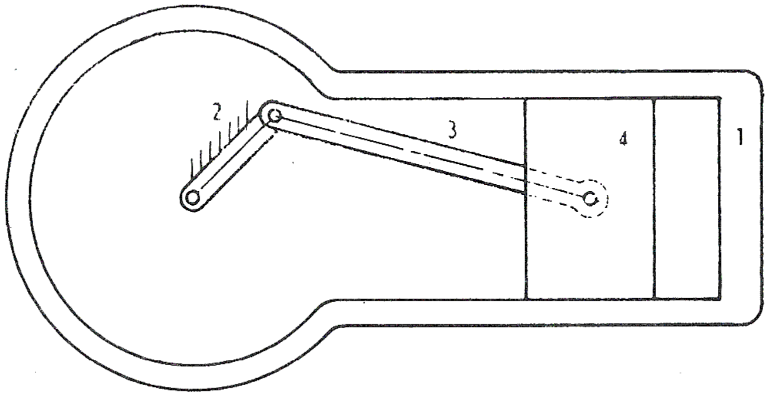
با ثابت قرار دادن میله‌ای دیگر از یک زنجیره سینماتیکی مقیّد می‌توان یک مکانیزم دیگر به دست آورد. چهار مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱ـ۱۰ تا ۱ـ۱۳ از یک زنجیره لنگ و لغزنده استنتاج شده‌اند. مکانیزم استفاده شده در موتورهای بنزینی و گازوئیلی در شکل ۱ـ۱۰ نشان داده شده است. اگر به جای آنکه میله ۱ ثابت بوده باشد، میله ۲ را ثابت نگاه داریم نتیجه مکانیزمی مطابق شکل ۱ـ۱۱ خواهد بود. این مکانیزم در موتور ستاره‌ای هواپیماهای ابتدائی مورد استفاده قرار می‌گرفته، میل‌لنگ ثابت بوده و محفظه لنگ و سیلندرها گردش می‌کنند. پروانه و یا ملخها به محفظه لنگ متصل می‌بودند. مورد استفاده دیگر این برگردان مکانیزم لنگ و لغزنده در مکانیزم با برگشت سریع



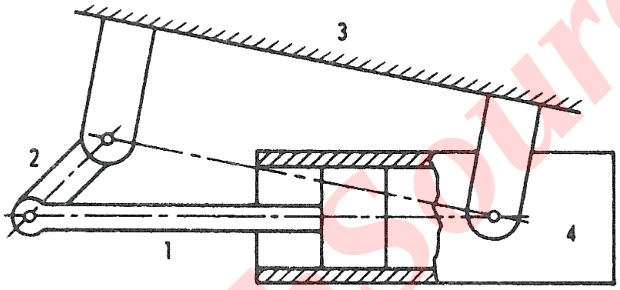
شکل ۱ـ۱۰

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



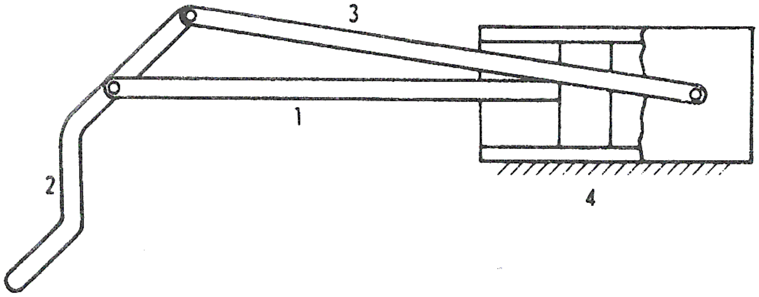
شکل ۱ـ۱۱



شکل ۱ـ۱۲

ویت‌ورت[1] می‌باشد که بعداً در قسمت ۳ـ۸ همین کتاب راجع به آن صحبت خواهد شد. در شکل ۱ـ۱۲ میله ۳ ثابت نگاه داشته شده است. این مکانیزم در سیلندرنوسانی موتور بخاری اسباب‌بازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در شکل ۱ـ۱۳ میله ۴ به عنوان عضو ثابت در نظر گرفته شده است. این مکانیزم معمولاً در پمپها مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در برگردانهای یک مکانیزم این نکته مهم قابل ذکر است که حرکت نسبی بین میله‌ها به هیچ وجه تغییر نمی‌کند. مثلاً در شکلهای ۱ـ۱۰ تا ۱ـ۱۳ اگر میله ۲ نسبت به میله ۱ به اندازه $\theta°$ در جهت



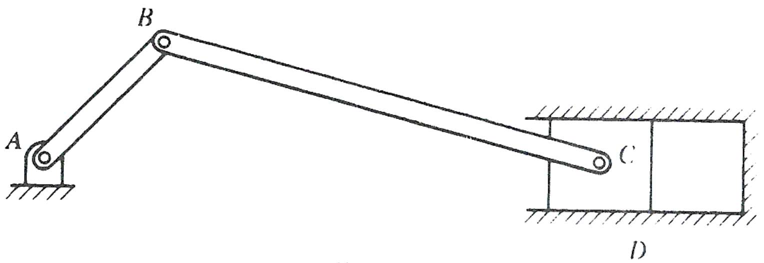
شکل ۱ـ۱۳

1. Whitworth

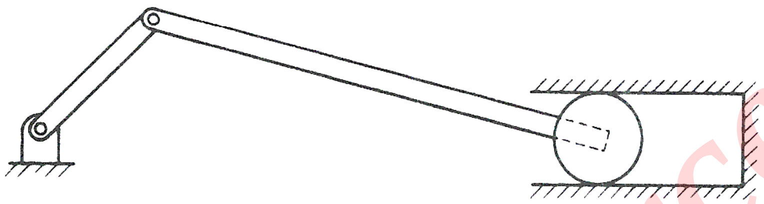
@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱ـ۱۴



شکل ۱ـ۱۵

گردش عقربه‌های ساعت گردش نماید میله ۴ در امتداد خطی مستقیم واقع بر روی میله ۱ به مقدار معینی به طرف راست حرکت خواهد نمود. این مطلب بدون توجه به این که کدام میله ثابت است صادق خواهد بود.

۱ـ۷ جفت شدن

دو قطعه مماس بر یکدیگر تشکیل یک جفت را می‌دهند. موقعی که اتصال یا تماس از طریق دو سطح صورت گیرد (اتصال دارای یک درجه آزادی باشد) اتصال را اصطلاحاً اتصال سطحی می‌نامند. نمونه‌ای از این اتصال تماس پیستون در داخل سیلندر و محور در داخل یاتاقان می‌باشد. اگر تماس یا اتصال دو قطعه در یک نقطه و یا در امتداد یک خط صورت گیرد (اتصال دارای دو درجه آزادی می‌باشد) اتصال را اصطلاحاً اتصال خطی و یا نقطه‌ای می‌نامند. نمونه‌هایی از این اتصالات عبارت‌اند از بلبرینگ که تماس به صورت نقطه‌ای بین ساچمه‌ها و حلقه‌ها بوده و رولربرینگ که تماس در امتداد خطی بین رولرها و محفظه می‌باشد. در شکل ۱ـ۱۴ اتصال سطحی در A، B، C و D به‌وجود می‌آید. اگر به‌جای استفاده از پیستون استوانه‌ای شکل از پیستون کروی استفاده گردد آنگاه مطابق شکل ۱ـ۱۵ پیستون و سیلندر در امتداد یک دایره تماس خواهند داشت. آنگاه اتصال از نوع اتصال خطی بوده و میزان خوردگی بالاتر خواهد بود.

۱ـ۸ حرکت در صفحه

موقعی یک جسم دارای حرکت در صفحه خواهد بود که تمام نقاط آن در صفحاتی موازی با یک صفحه مبناء حرکت نمایند. این صفحه مبناء را صفحه حرکت می‌نامند. حرکت در صفحه می‌تواند یکی از سه نوع انتقالی، دورانی و ترکیب انتقالی و دورانی باشد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱ـ۹ انتقال

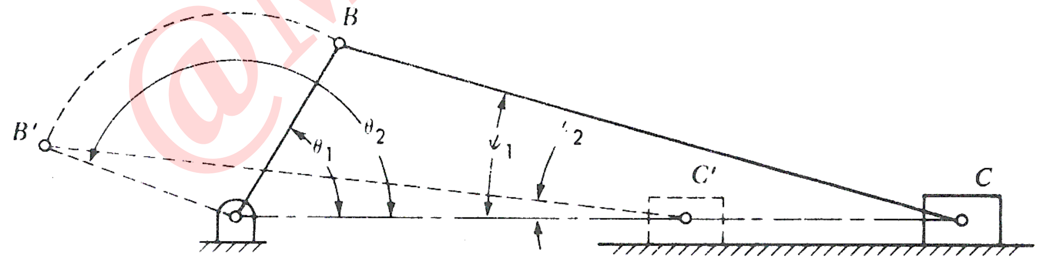
اگر جسمی طوری حرکت کند که تمام خطوط مستقیم واقع بر روی آن همواره وضعیتهایی موازی همدیگر داشته باشند جسم دارای انتقال خواهد بود. حرکت انتقالی مستقیم‌الخط حرکتی است که در آن تمام نقاط واقع بر روی جسم در امتداد خطی مستقیم حرکت می‌نمایند. انتقالی که در آن نقاط واقع بر روی جسم در امتداد مسیری منحنی حرکت نمایند، انتقال منحنی‌الخط نامیده می‌شود. مطابق شکل ۳ـ۲ در مکانیزم با لنگهای موازی میله رابط ۳ دارای انتقال منحنی‌الخط می‌باشد.

۱ـ۱۰ دوران

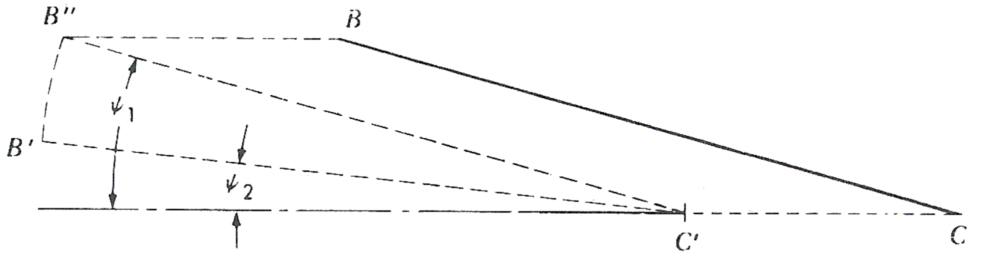
در دوران‌فاصله تمام‌نقاط واقع بر روی جسم نسبت‌به‌خطی عمود بر صفحه‌حرکت ثابت باقی خواهد ماند. این خط محور دوران نامیده شده و نقاط واقع بر روی جسم مسیری دایره‌شکل را حول آن طی می‌نمایند. در شکل ۱ـ۱ اگر بدنه موتور ثابت بوده باشد لنگ دارای حرکت دورانی خواهد بود.

۱ـ۱۱ انتقال و دوران

اغلب قطعات ماشینها دارای حرکتی مرکب از دوران و انتقال می‌باشند. برای مثال حرکت میله رابط موتور نشان داده شده در شکل ۱ـ۱۶ را به هنگام حرکت از موقعیت BC به $B'C'$ در نظر می‌گیریم؛ این وضعیتها مجدداً در شکل ۱ـ۱۷ نشان داده شده است. در اینجا ملاحظه می‌کنیم که حرکت معادل یک انتقال از موقعیت BC به $B''C'$ بوده که با یک دوران از موقعیت $B''C'$ به $B'C'$ تعقیب می‌گردد.



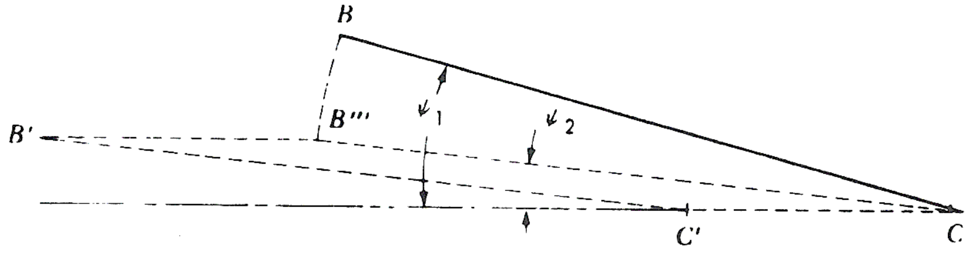
شکل ۱ـ۱۶



شکل ۱ـ۱۷

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱ـ۱۸

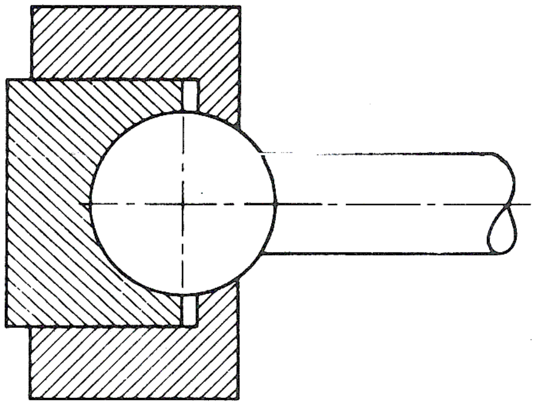
یک حرکت معادل دیگر در شکل ۱ـ۱۸ نشان داده شده است. این شکل دورانی از میله را حول نقطه C از وضعیت BC به $B'''C$ نشان داده که با انتقالی از موقعیت $B'''C$ به $B'C'$ تعقیب گردیده است. بنابراین حرکت میله رابط را می‌توان ترکیبی از یک دوران حول یک نقطه و یک انتقال در نظر گرفت.

۱ـ۱۲ حرکت مارپیچی

یک نقطه که در فاصله ثابت از محوری دوران نموده و همزمان در امتداد این محور حرکت نماید دارای حرکت مارپیچی می‌باشد. یک جسم موقعی دارای حرکت مارپیچی می‌باشد که هر نقطه آن یک مارپیچ را طی نماید. حرکت مهره در امتداد یک پیچ نمونه‌ای از این نوع حرکت می‌باشد.

۱ـ۱۳ حرکت کروی

یک نقطه موقعی دارای حرکت کروی می‌باشد که ضمن حرکت در فضای سه‌بعدی فاصله‌اش نسبت به نقطه‌ای ثابت تغییر ننموده و ثابت باقی بماند. یک جسم موقعی دارای حرکت کروی است که هر نقطه آن دارای حرکت کروی بوده باشد. در اتصال کروی نشان داده شده در شکل ۱ـ۱۹ اگر هر کدام، حفره کروی و یا میله ثابت نگاه داشته شود دیگری دارای حرکت کروی خواهد بود.



شکل ۱ـ۱۹

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

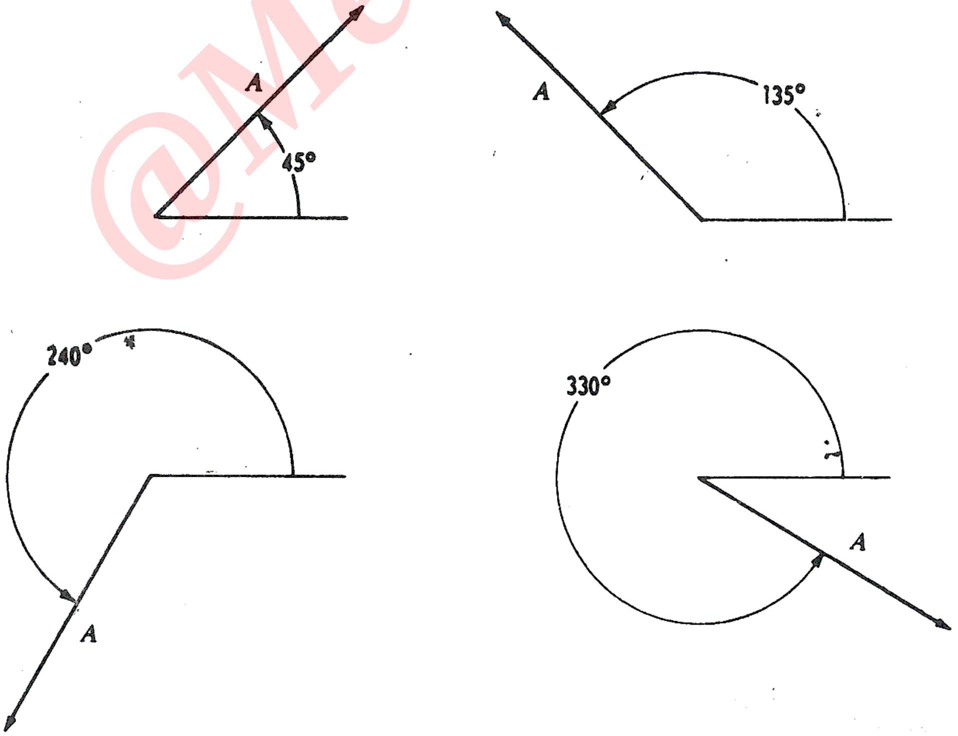
۱ـ۱۴ دوره، زمان تناوب و فاز حرکت

یک مکانیزم موقعی یک دوره و یا سیکل خود را کامل خواهد نمود که با حرکت از کلیه مواضع ممکنه خود مجدداً به حالت و وضعیت اولیه خود برگردد. بنابراین در مکانیزم لنگ نشان داده شده در شکل ۱ـ۱۶ موقعی دوره و یا سیکل کامل خواهد بود که لنگ یک دور کامل زده باشد. زمان لازم جهت تکمیل یک دوره و یا سیکل را زمان تناوب می‌گویند. موقعیتهای نسبی میله‌های یک مکانیزم در هر لحظه از سیکل مکانیزم را یک فاز می‌گویند. هنگامی که لنگ مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱ـ۱۶ در موقعیت θ_1 قرار دارد مکانیزم در یکی از فازهای مربوط به خود قرار دارد. وقتی لنگ مربوط به همین مکانیزم در موقعیت θ_2 قرار دارد مکانیزم در فاز دیگری از حرکت خود قرار دارد.

۱ـ۱۵ بردارها

در مکانیک دو نوع کمیت مورد استفاده قرار می‌گیرد. کمیتهای عددی که فقط دارای مقدار می‌باشند. از جمله این کمیتها عبارت‌اند از فاصله، سطح، حجم و زمان. کمیتهای برداری که هم دارای مقدار و هم دارای جهت می‌باشند. نمونه‌هایی از این کمیتها عبارت‌اند از موقعیت، سرعت، شتاب و نیرو.

یک کمیت برداری را می‌توان مطابق شکل ۱ـ۲۰ با خطی راست که در سر آن سهمی رسم شده نشان داد. مقدار بردار A با طول آن که با هر مقیاس دلخواه می‌تواند رسم شود نشان داده می‌شود.



شکل ۱ـ۲۰

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

مثلاً اگر خواسته باشیم سرعتی معادل ۱۰ متر بر ثانیه را نشان دهیم، با انتخاب مقیاسی مناسب (مثلاً 1 cm = 5 m/sec) A را با طول ۲ سانتی‌متر رسم می‌کنیم. آن سر که دارای سهم است سر بردار و سر دیگر ته بردار نامیده می‌شود. امتداد بردار را می‌توان به وسیله زاویه معینی برحسب درجه که نسبت به جهت مثبت محور x در جهت مثبت قراردادی خلاف گردش عقربه‌های ساعت جدا گردیده نشان داد. این نکات در شکل ۱ـ۲۰ نشان داده شده است.

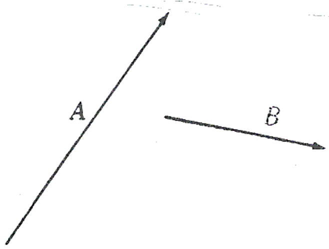
۱ـ۱۶ جمع و تفریق بردارها

معمولاً از علامت $\rightarrow\!\!\!\!+$ برای نشان دادن جمع بردارها و از علامت $\rightarrow$ برای نشان دادن کسر بردارها استفاده می‌گردد. جمع دو بردار A و B به صورت $A \rightarrow\!\!\!\!+ B$ و تفریق دو بردار A و B به صورت $A \rightarrow B$ نشان داده می‌شود.

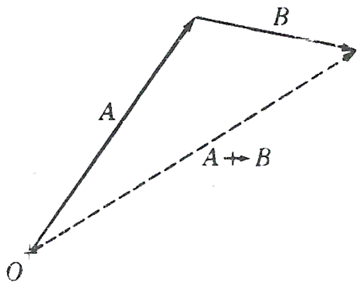
بردارهای A و B نشان داده شده در شکل ۱ـ۲۱ می‌توانند با ترسیم به روش نشان داده شده در شکل ۱ـ۲۲ و یا به روش نشان داده شده در شکل ۱ـ۲۳ با یکدیگر جمع گردند. نقطه شروع O به قطب معروف بوده و می‌تواند به دلخواه در هر جای صفحه بردارها انتخاب گردد. با شروع از نقطه O بردارها را طوری رسم می‌کنیم که ته یکی به سر دیگری متصل گردد. مجموع آنها برآیند خوانده شده و در شکل با خط‌چین نشان داده شده است.

لازم به ذکر است که در موقع رسم بردارها جهت تعیین برآیندمقدار،جهت و امتدادآنها می‌بایست حفظ گردیده ولی ترتیب استفاده آنها در رسم تأثیری در برآیند ندارد. جهت برآیند همیشه به طرف خارج قطب بوده و ضلعی است که کثیرالاضلاع را می‌بندد.

تفریق دو بردار A و B نشان داده شده در شکل ۱ـ۲۱ به شرح زیر انجام می‌گیرد. برای به دست آوردن برآیند $A \longrightarrow B$ می‌توانیم آن را به صورت $A \rightarrow\!\!\!\!+ (-B)$ بنویسیم. این بدان معنا است که منهای بردار B مطابق شکل ۱ـ۲۴ با بردار A جمع می‌گردد. به همین ترتیب برای تعیین برآیند $B \longrightarrow A$ آن را به صورت $B \rightarrow\!\!\!\!+ (-A)$ می‌نویسیم. بنابراین مطابق شکل ۱ـ۲۵ بردار A با منهای بردار B جمع می‌گردد. به طوری که ملاحظه می‌کنیم تفریق یک بردار عبارت است از جمع مقدار منفی آن بردار.



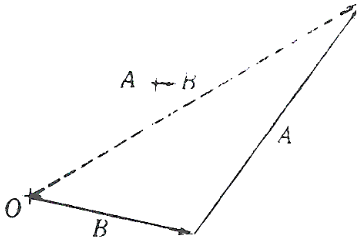
شکل ۱ـ۲۱



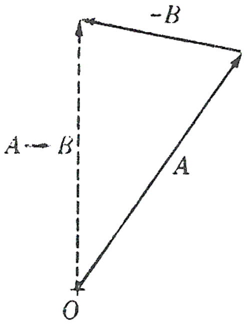
شکل ۱ـ۲۲

https://t.me/MechSource

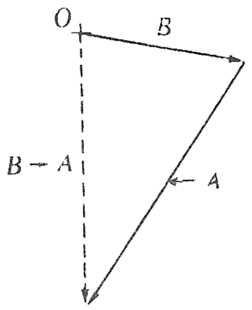
https://t.me/MechSource



شکل ۱ـ۲۳



شکل ۱ـ۲۴



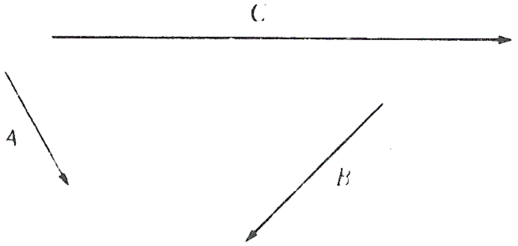
شکل ۱ـ۲۵

۱ـ۱۷ ترکیب و تجزیه بردارها

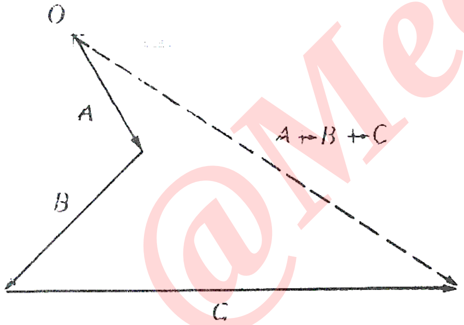
منظور از ترکیب جمع هر تعداد بردار با یکدیگر می‌باشد. مجموع آنها برآیند نامیده شده و بردارها را اجزای برآیند می‌نامند. لازم به تذکر است که هر تعداد بردار فقط دارای یک برآیند مـی‌باشد. مـثلاً بردارهای نشان داده شده در شکل ۱ـ۲۶ را می‌توان با هر ترتیبی مطابق شکلهای ۱ـ۲۷، ۱ـ۲۸ و ۱ـ۲۹ جمع نمود ولی به طوری که ملاحظه می‌گردد برآیند یکی می‌باشد.

تجزیه بردار به خرد کردن بردار در هر تـعداد اتـلاق مـی‌گردد. یک بـردار مـی‌توانـد بـه تـعداد نامحدودی از اجزا تجزیه گردد. اغلب مناسب است که بردار را به دو جزء که مؤلفه‌های آن نامیده

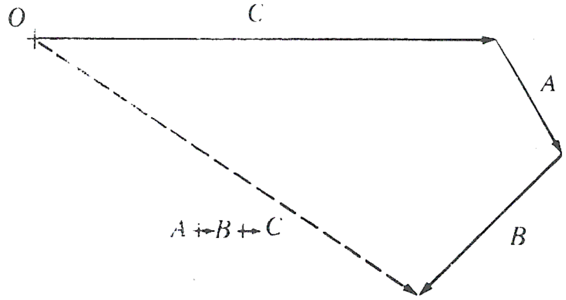
@MechSource



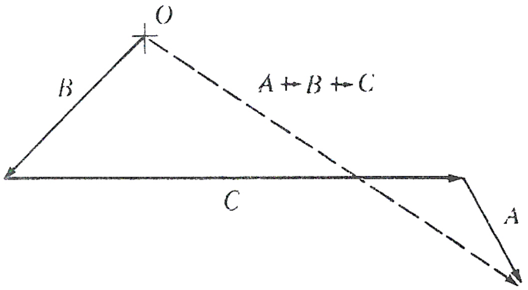
شکل ۱ـ۲۶



شکل ۱ـ۲۷



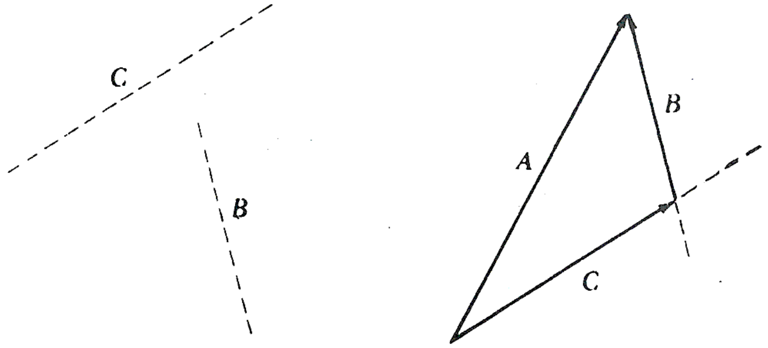
شکل ۱ـ۲۸



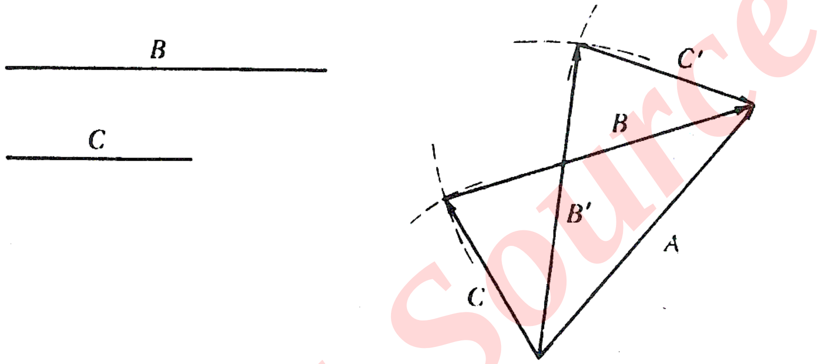
شکل ۱ـ۲۹

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱ـ۳۰



شکل ۱ـ۳۱

@MechSource

می‌شود تجزیه نمود. این دو جزء یا مؤلفه می‌توانند مؤلفه افقی و مؤلفه عمودی باشند. اگر برداری به دو مؤلفه تجزیه گردد، هر مؤلفه دارای مقدار و امتداد می‌باشد. وقتی دو تا از این کمیتها معلوم باشد می‌توان دوتای دیگر را تعیین نمود.

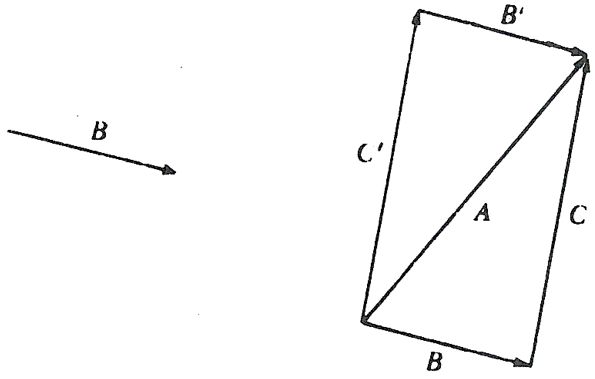
تصور کنید می‌خواهیم مؤلفه‌های بردار A در شکل ۱ـ۳۰ را در دو امتدادی که با خط‌چین در سمت چپ شکل نشان داده شده‌اند تعیین کنیم. برای این کار از سر و ته بردار A دو خط موازی با امتدادهای داده شده رسم می‌کنیم. محل برخورد این دو خط مقادیر مؤلفه‌های بردار A یعنی B و C را تعیین می‌نماید.

در شکل ۱ـ۳۱ با معلوم بودن مقادیر مؤلفه‌های B و C که در سمت چپ شکل نشان داده شده می‌خواهیم امتداد مؤلفه‌ها را تعیین کنیم. از مبدأ بردار A دو قوس با شعاعهای مساوی B و C رسم می‌کنیم. به همین ترتیب از سر بردار A هم دو قوس با شعاعهای مساوی B و C رسم می‌کنیم. محل برخورد این قوسها امتداد مؤلفه‌ها را تعیین می‌کند. در اینجا دو جواب وجود دارد. مؤلفه‌ها بردارهای B و C و یا B' و C' می‌باشند.

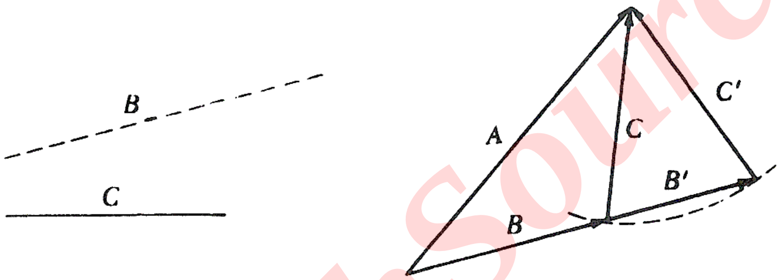
در شکل ۱ـ۳۲ با معلوم بودن مقدار و امتداد مؤلفه B می‌خواهیم مؤلفه‌های بردار A را تعیین کنیم. از انتهای بردار A این بردار را (بردار B) با مقدار و امتداد داده شده رسم می‌کنیم. ضلعی که

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱ـ۳۲



شکل ۱ـ۳۳

@MechSource

کثیرالاضلاع را می‌بندد مقدار و امتداد مؤلفه دیگر C را تعیین می‌کند. روش دیگری، B' و C' نشان داده شده است. این روش معادل حل B و C می‌باشد.

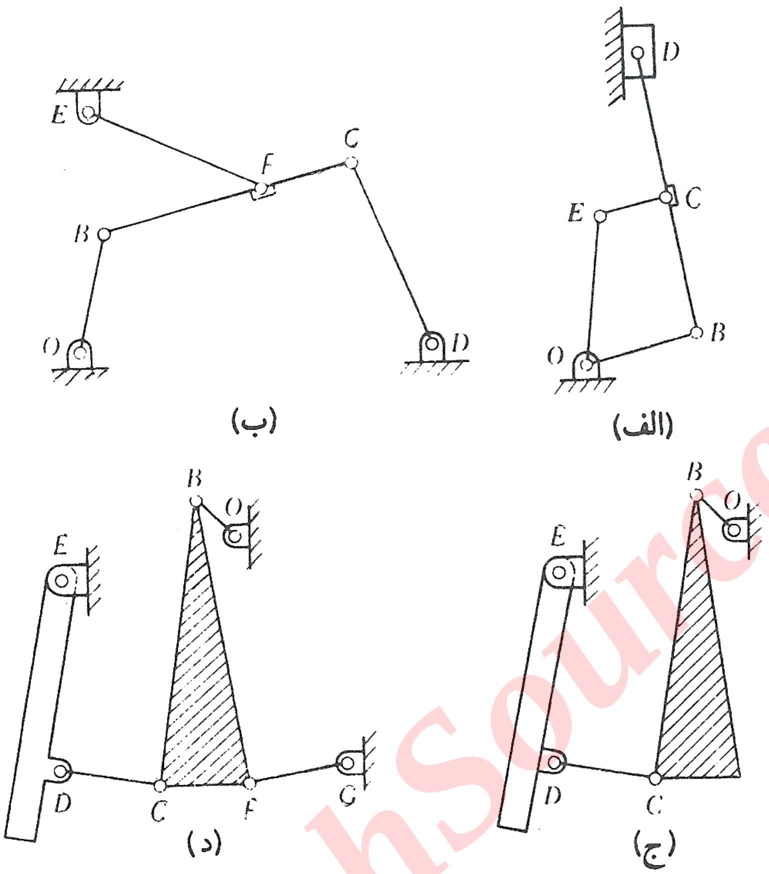
حال شکل ۱ـ۳۳ را در نظر می‌گیریم. مؤلفه‌های بردار A وقتی که یکی از مؤلفه‌ها در امتداد B و مؤلفه دیگر دارای مقدار C می‌باشد می‌بایست تعیین شود. از مبدأ بردار A خطی موازی B رسم می‌نماییم. سپس از انتهای بردار A کمانی با شعاع C رسم می‌کنیم. محل برخورد این کمان با امتداد خط B بردارهای C و C' را تعیین می‌کند. مسئله دارای دو جواب BC و $B'C'$ می‌باشد. اگر کمان مماس بر امتداد B باشد مسئله فقط دارای یک جواب می‌باشد.

تمرینها

۱ـ۱ مستطیل نشان داده شده در نقطهٔ C از شکل ۱ـP۱ الف، بدین منظور استفاده شده که نشان دهد که BC و CD دو قطعه جدا نبوده که در نقطه C به یکدیگر پین شده باشند. این علامت در طول مطالب این کتاب با همین مفهوم مورد استفاده قرار خواهد گرفت. کدام یک از شکلهای نشان داده شده یک مکانیزم، زنجیره سینماتیکی غیر مقید و یا سازه می‌باشند.

https://t.me/MechSource

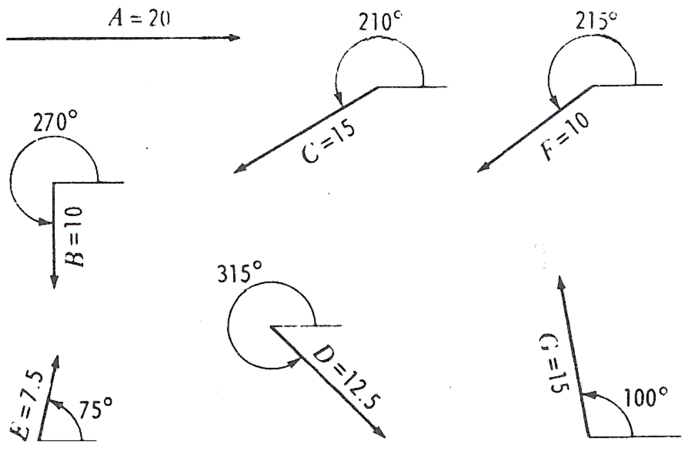
https://t.me/MechSource



شکل ۱ـP۱

۱ـ۲ بردارهای نشان داده شده در شکل ۱ـP۲ مفروض‌اند. با استفاده از مقیاس (واحد ۱۰ = ۱ cm) بردارهای زیر را تعیین کنید.

الف) $H = A \leftrightarrow B$



شکل ۱ـP۲

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

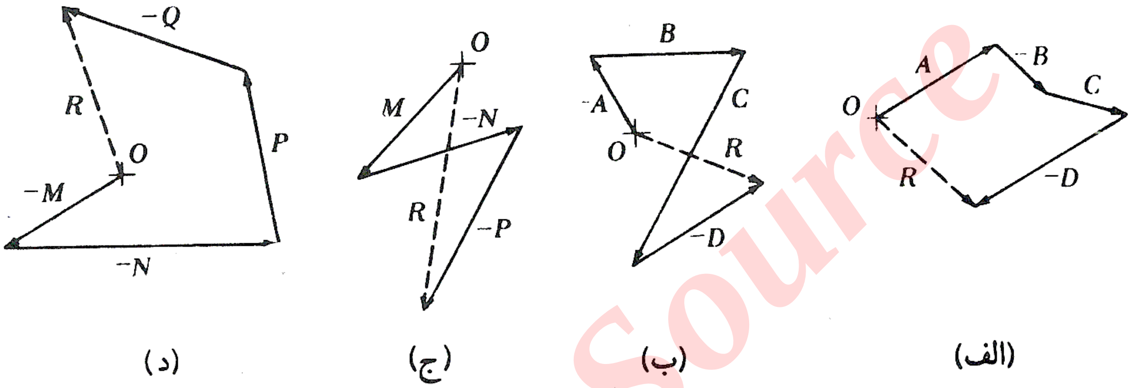
ب) $I = A \longrightarrow B$

ج) $J = A \longrightarrow C \leftrightarrow B \longrightarrow E$

د) $K = G \longrightarrow F \leftrightarrow D \longrightarrow C \leftrightarrow B$

ه) $L = -D \leftrightarrow E \longrightarrow F \longrightarrow G$

۱ـ۳ برای هریک از دیاگرامهای برداری نشان داده شده در شکل ۱ـP۳، رابطه برداری جهت تعیین برآیند R را بنویسید.



شکل ۱ـP۳

۱ـ۴ بردار A که دارای مقدار ۲۰ واحد و امتداد °۱۳۵ می‌باشد را به دو مؤلفه B و C تجزیه کنید. مؤلفه B می‌بایست دارای امتداد °۸۰ و C می‌بایست دارای امتداد °۲۱۰ باشد. برای ترسیم از مقیاس (واحد ۵ = ۱ cm) استفاده کنید. مقادیر مؤلفه‌های B و C را تعیین کنید.

۱ـ۵ بردار T که دارای مقدار ۲۰ واحد و امتداد °۱۲۰ می‌باشد را به دو مؤلفه R و S تجزیه کنید. مقدار مؤلفه R بایستی برابر ۱۲ واحد و مقدار مؤلفه S می‌بایست برابر ۲۶ واحد باشد. برای ترسیم از مقیاس (واحد ۵ = ۱ cm) استفاده کنید.

۱ـ۶ بردار A که دارای مقدار ۲۰ واحد و امتداد °۲۱۰ می‌باشد را به دو مؤلفه B و C تجزیه کنید. مؤلفه C می‌بایست دارای مقداری معادل ۱۵ واحد در جهت و امتداد °۷۵ باشد. مقدار و امتداد مؤلفه B را برحسب واحد و درجه تعیین کنید. برای ترسیم از مقیاس (واحد ۵ = ۱ cm) استفاده کنید.

۱ـ۷ بردار T که دارای مقدار ۲۴ واحد و امتداد °۳۴۵ می‌باشد را به دو مؤلفه R و S تجزیه کنید. مؤلفه S می‌بایست در امتداد °۳۱۵ و مؤلفه R می‌بایست دارای مقداری معادل ۱۳ واحد باشد. برای ترسیم از مقیاس (واحد ۵ = ۱ cm) استفاده کنید. در شکل مقدار S را نشان دهید.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۲

خصوصیات حرکت، حرکت نسبی، روشهای انتقال حرکت

@MechSource

۲ ـ ۱ مقدمه

حرکت یک جسم صلب را می‌توان برحسب حرکت یک و یا چند نقطه از آن مشخص نمود. بنابراین ابتدا حرکت یک نقطه را مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

۲ ـ ۲ مسیر حرکت و مسافت

مسیر حرکت یک نقطه متحرک عبارت است از مکان هندسی موقعیتهای پی‌درپی آن و مسافت طی شده توسط این نقطه متحرک عبارت است از طول مسیر حرکت. از آنجاکه مسافت فقط دارای مقدار می‌باشد کمیت آن عددی است.

۲ ـ ۳ تغییر موقعیت و سرعت خطی

تغییر موقعیت یک نقطه عبارت از تغییر موقعیتهای آن بوده و کمیت آن برداری می‌باشد. با در نظر گرفتن حرکت نقطه P از موقعیت B به موقعیت C در امتداد مسیر MN تغییر موقعیت و یا جابه‌جائی خطی نقطه P مطابق شکل ۲-۱ عبارت است از تفاوت و اختلاف بردارهای وضعیت R_1 و R_2 این تفاوت راکه مجموع دو بردار Δx و Δy می‌باشد می‌توان با Δs نشان داد.

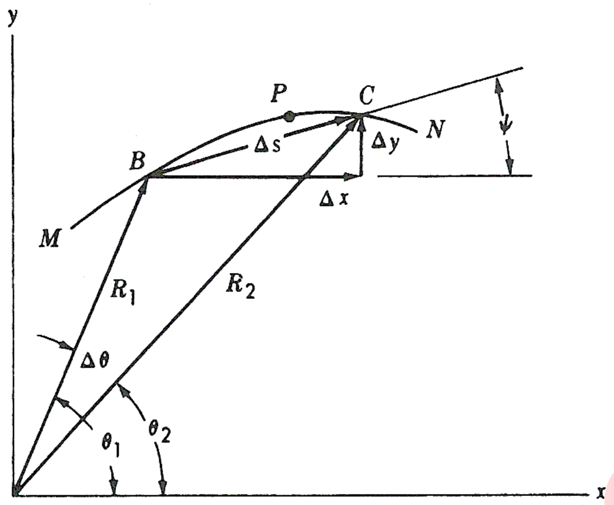
$$\Delta s = \Delta x \mathrel{+\!\!\!\rightarrow} \Delta y \qquad (۲ - ۱)$$

مقدار جابه‌جائی خطی را می‌توان به شرح زیر برحسب مقادیر Δx و Δy بیان نمود.

$$\Delta s = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \qquad (۲ - ۲)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲ـ۱

و امتداد آن نسبت به محور x عبارت است از

$$\tan\psi = \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad (۲ - ۳)$$

اگر جابه‌جائی بی‌نهایت کوچک گردد بردار Δs به سمت مماس بر مسیر در نقطه B میل می‌کند. بنابراین حرکت نقطه در هر لحظه در امتداد مماس بر مسیر می‌باشد.

سرعت خطی عبارت است از نسبت تغییرات جابه‌جائی خطی به زمان. به طوری که در شکل ۲ـ۱ نشان داده شده نقطه P در زمان Δt از موقعیت B به موقعیت C حرکت می‌نماید. سرعت متوسط نقطه در این فاصله برابر است با

$$V_{av} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

سرعت خطی لحظه‌ای نقطه P موقعی که در وضعیت B می‌باشد برابر است با

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \qquad (۲ - ۴)$$

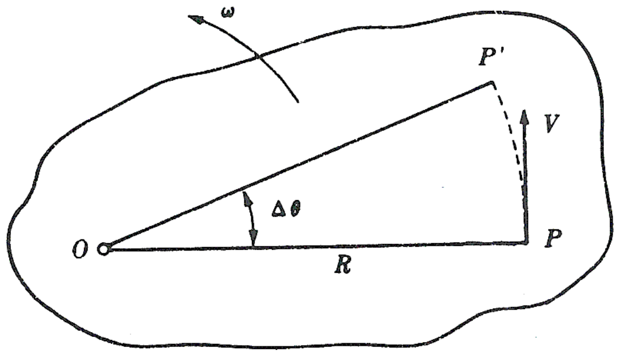
که در امتداد مماس بر مسیر می‌باشد.

۲ ـ ۴ موقعیت و سرعت زاویه‌ای

جسم نشان داده شده در شکل ۲ـ۲ را که حول محور ثابت O دوران می‌نماید در نظر گرفته و فرض می‌کنیم که P نقطه‌ای واقع بر این جسم بوده باشد. با حرکت نقطه از موقعیت P به P' مقدار زاویه جابه‌جا شده توسط خط OP و یا جسم در فاصله زمانی Δt برابر $\Delta\theta$ می‌باشد. سرعت زاویه‌ای

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲ـ۲

متوسط جسم در خلال این مدت برابر است با

$$\omega_{av} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای جسم برای موقعیت OP برابر است با

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \qquad (۲ـ۵)$$

در شکل ۲ـ۲ نقطه P دارای شعاع دوران R مساوی OP می‌باشد. V سرعت نقطه P بوده که در امتداد مماس بر مسیر PP' و بنابراین عمود بر شعاع R می‌باشد. طول قوس PP' برابر $R\,\Delta\theta$ بود که در آن واحد $\Delta\theta$ برحسب رادیان می‌باشد. مقدار سرعت نقطه P در موقعیت P عبارت است از

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R\,\Delta\theta}{\Delta t} = R\,\frac{d\theta}{dt} \qquad (۲ـ۶)$$

با قرار دادن رابطه (۲ـ۵) در (۲ـ۶)

$$V = R\omega \qquad (۲ـ۷)$$

که در آن ω برحسب رادیان بر ثانیه می‌باشد. اگر ω برحسب رادیان بر دقیقه و R برحسب متر بوده باشد، آنگاه از آنجا که رادیان دارای واحدی نمی‌باشد، واحد سرعت V برحسب متر بر دقیقه خواهد بود. بنابراین

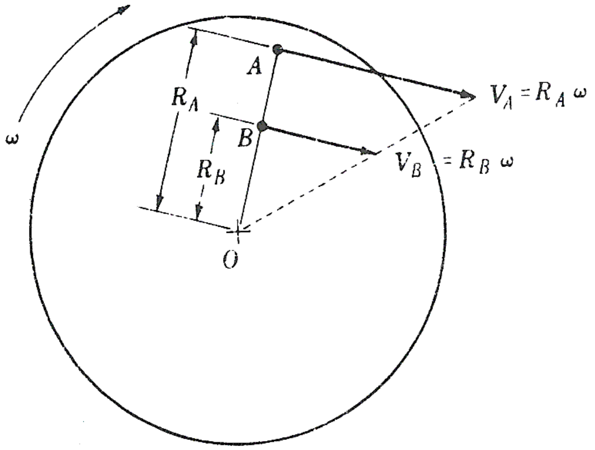
$$V = R\omega$$

$$\frac{\text{m}}{\text{min}} = \text{m} \times \frac{\text{rad}}{\text{min}}$$

سرعت زاویه‌ای اجزای یک ماشین اغلب برحسب دور در دقیقه بیان می‌گردد، که آن را با n نشان

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲ـ۳

می‌دهند. از آنجا که هر دور گردش معادل ۲π رادیان می‌باشد

$$\omega = ۲\pi n \qquad (۲\text{ـ}۸)$$

و

$$V = ۲\pi Rn \qquad (۲\text{ـ}۹)$$

از آنجا که شعاعهای دوران تمام نقاط در حال گردش جسم دارای سرعت زاویه‌ای یکسان ω می‌باشند، با توجه به رابطه (۲ـ۷) ملاحظه می‌کنیم که مقادیر سرعتهای خطی با شعاعهای مربوطه دارای نسبت خطی می‌باشند. بنابراین در شکل ۲ـ۳

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{R_A}{R_B} \qquad (۲ - ۱۰)$$

۲ ـ ۵ شتاب خطی و زاویه‌ای

شتاب خطی عبارت است از نسبت تغییرات سرعت خطی به زمان. ابتدا نقطه‌ای را در نظر می‌گیریم که دارای حرکت مستقیم‌الخط می‌باشد. بنابراین فقط مقدار سرعت متغیر می‌باشد. فرض می‌کنیم سرعت اولیه برابر V_o و سرعت نقطه پس از فاصله زمان Δt برابر V بوده باشد. آنگاه در خلال این فاصله زمانی شتاب متوسط برابر است با

$$A = \frac{V - V_o}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \qquad (۲ - ۱۱)$$

و شتاب لحظه‌ای برابر است با

$$A = \lim_{\Delta t \to ۰} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{dV}{dt}$$

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

اما می‌دانیم

$$V = \frac{ds}{dt}$$

بنابراین

$$A = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^{۲}s}{dt^{۲}} \qquad (۲-۱۲)$$

اگر نقطه متحرک با شتاب یکنواخت حرکت کند، A ثابت بوده و شتاب متوسط برای هر فاصله زمانی برابر شتاب لحظه‌ای می‌باشد. برای این نوع حرکت رابطه (۲-۱۱) را می‌توان به فرم زیر نوشت

$$V = V_{\circ} + At \qquad (۲-۱۳)$$

که در آن به منظور سادگی فاصله زمانی با t نشان داده شده است.

اگر نقطه با سرعت ثابت حرکت کند مقدار جابه‌جائی آن در فاصله زمانی t برابر است با

$$s = Vt \qquad (۲-۱۴)$$

برای نقطه‌ای که دارای سرعت متغیر است، مقدار جابه‌جائی برابر حاصلضرب سرعت متوسط در زمان می‌باشد. بنابراین برای شتاب یکنواخت مقدار جابه‌جائی برابر است با

$$s = \frac{۱}{۲}(V_{\circ} + V)\,t \qquad (۲-۱۵)$$

که در آن V سرعت نهائی است. با جایگزین نمودن مقدار V از رابطه (۲-۱۳) در رابطهٔ (۲-۱۵) به دست می‌آوریم

$$s = V_{\circ}t + \frac{۱}{۲}At^{۲} \qquad (۲-۱۶)$$

با جایگزین نمودن مقدار t از رابطهٔ (۲-۱۳) در رابطهٔ (۲-۱۵) به دست می‌آوریم

$$V^{۲} = V_{\circ}^{۲} + ۲As \qquad (۲-۱۷)$$

شتاب زاویه‌ای عبارت است از نسبت تغییرات سرعت زاویه‌ای به زمان

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^{۲}\theta}{dt^{۲}} \qquad (۲-۱۸)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

برای جسمی که دارای شتاب زاویه‌ای یکنواخت می‌باشد α ثابت می‌باشد. برای چنین حرکتی انجام تجزیه و تحلیلی مشابه آنچه که برای شتاب خطی یکنواخت به کار رفت نتایج حاصله در روابط (۲ـ۱۹) تا (۲ـ۲۲) را خواهد داد که مشابه روابط (۲ـ۱۳)، (۲ـ۱۵)، (۲ـ۱۶) و (۲ـ۱۷) بوده که در آنها s، V و A به ترتیب با θ، ω و α تعویض گردیده‌اند.

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \qquad (۲ - ۱۹)$$

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t \qquad (۲ - ۲۰)$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (۲ - ۲۱)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta \qquad (۲ - ۲۲)$$

موقعیت، سرعت و شتاب زاویه‌ای یا در جهت گردش عقربه‌های ساعت (cw) و یا در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت (ccw) می‌باشند. در طول این کتاب مقادیر در جهت گردش عقربه‌های ساعت منفی (−) و مقادیر در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت مثبت (+) در نظر گرفته خواهد شد.

۲ـ۶ شتاب قائم و مماسی

یک نقطه می‌تواند دارای شتابی در امتداد قائم و یا مماس بر مسیر و یا هر دوی آنها باشد. اگر نقطه دارای حرکت منحنی‌الخط باشد، این نقطه دارای شتابی قائم ناشی از تغییر جهت سرعت خطی بوده و اگر مقدار سرعت خطی هم متغیر بوده باشد، دارای شتاب مماسی نیز خواهد بود. اگر نقطه‌ای دارای حرکت مستقیم‌الخط بوده باشد از آنجا که سرعت تغییر جهت نمی‌دهد شتاب قائم نداشته ولی اگر مقدار سرعت متغیر باشد دارای شتاب مماسی خواهد بود.

در شکل ۲ـ۴ نقطه‌ای را در نظر می‌گیریم که در امتداد مسیر MN متحرک می‌باشد. سرعت این نقطه در وضعیت B، V می‌باشد. پس از گذشت زمان Δt نقطه در وضعیت C بوده و سرعتش برابر $V \dashrightarrow \Delta V$ می‌باشد. R و R' به ترتیب شعاعهای انحناء در نقاط B و C از مسیر می‌باشند. دو بردار مجدداً در شکل ۲ـ۵ که در آن تغییر سرعت ΔV برابر مجموع مؤلفه‌های ΔV^n و ΔV^t می‌باشد، نشان داده شده‌اند. مؤلفه ΔV^n ناشی از تغییر مسیر بردار V و ΔV^t ناشی از تغییر مقدار سرعت می‌باشد.

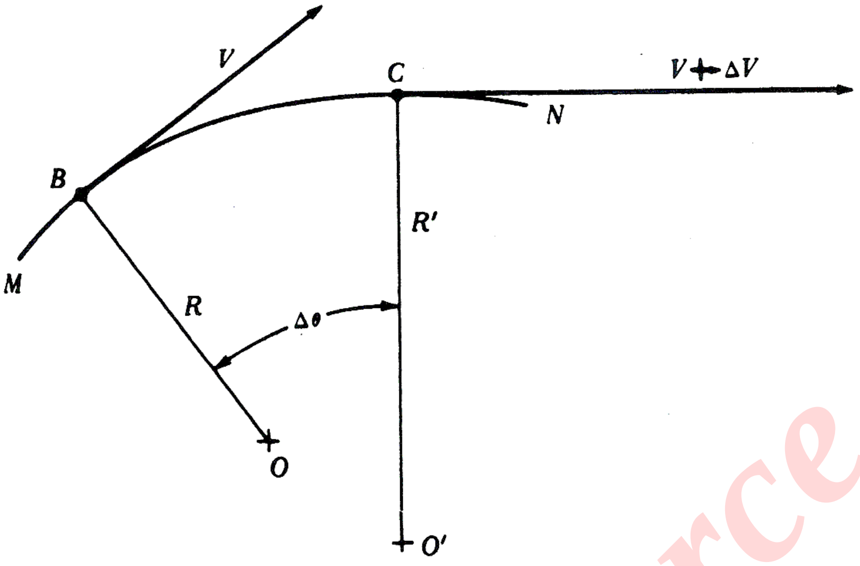
شتاب مماسی A^t نقطه در وضعیت B برابر است با نسبت تغییرات مقدار سرعت خطی به زمان. بنابراین

$$A^t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V^t}{\Delta t} = \frac{dV^t}{dt} \qquad (۲ - ۲۳)$$

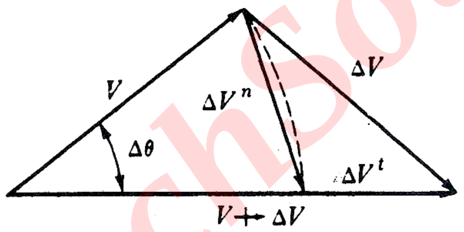
@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲ـ۴



شکل ۲ـ۵

@MechSource

با میل دادن Δt به طرف صفر نقطه C به طرف B میل کرده و در حد بردار ΔV^t مطابق شکل ۲ـ۵ در نقطه B به مسیر مماس خواهد شد. بنابراین A^t مماس بر مسیر می‌باشد. با جایگزین نمودن مشتق عبارت مربوط به V از رابطه (۲ـ۷) در رابطه (۲ـ۲۳) به دست می‌آوریم که

$$A^t = R\frac{d\omega}{dt} \qquad (۲ - ۲۴)$$

سپس با قرار دادن مقدار $d\omega/dt$ از رابطه (۲ـ۱۸) در رابطه (۲ـ۲۴) به دست می‌آوریم

$$A^t = R\alpha \qquad (۲ - ۲۵)$$

شتاب قائم A^n نقطه در وضعیت B برابر است با نسبت تغییرات سرعت در امتداد قائم بر مسیر به زمان. بنابراین

$$A^n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V^n}{\Delta t} = \frac{dV^n}{dt} \qquad (۲ - ۲۶)$$

در شکل ۲ـ۵ زاویه $\Delta\theta$، $d\theta$ گردیده و مقدار ΔV^n در حد برابر طول قوس می‌گردد. بنابراین

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$dV^n = Vd\theta \qquad (۲ - ۲۷)$$

با جایگزین نمودن رابطه (۲ـ۲۷) در رابطه (۲ـ۲۶) به دست می‌آوریم که

$$A^n = V\frac{d\theta}{dt} \qquad (۲ - ۲۸)$$

با جایگزین نمودن روابط (۲ـ۵) و (۲ـ۷) در رابطه (۲ـ۲۸) به دست می‌آوریم که

$$A^n = V\omega = R\omega^2 = \frac{V^2}{R} \qquad (۲ - ۲۹)$$

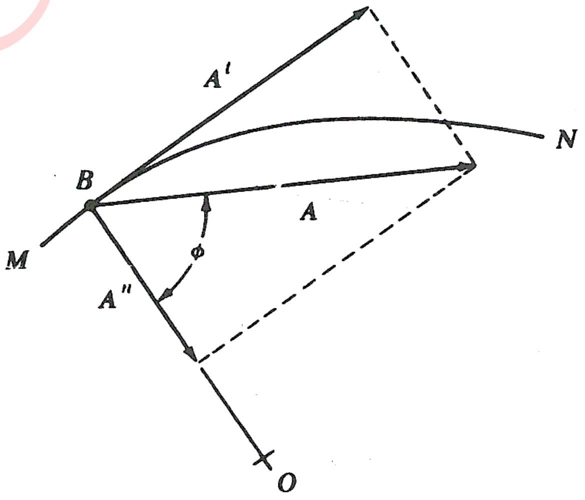
اجازه دهید مجدداً به شکل ۲ـ۵ و رابطهٔ (۲ ـ ۲۶) مراجعه کنیم. به طوری که ملاحظه می‌کنیم، با میل نمودن $\Delta\theta$ به صفر و تبدیل ΔV^n به dV^n جهت dV^n به طرف مرکز انحناء بوده و از این رو جهت A^n همیشه به طرف مرکز انحناء می‌باشد. یک نقطه که دارای حرکت منحنی‌الخط می‌باشد، همیشه دارای مؤلفه قائم شتاب خواهد بود. نقطه‌ای که دارای حرکت مستقیم‌الخط می‌باشد دارای مؤلفه قائم شتاب نخواهد بود چراکه

$$A^n = \frac{V^2}{R = \infty} = 0$$

شتاب خطی کلی A نقطه متحرک به طوری که در شکل ۲ـ۶ نشان داده شده برابر مجموع بردارهای A^n و A^t می‌باشد. مقدار آن برابر است با

$$A = \sqrt{(A^n)^2 + (A^t)^2} \qquad (۲ - ۳۰)$$

و امتداد آن برابر است با



شکل ۲ـ۶

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$\phi = \tan^{-1} \frac{A^t}{A^n} \qquad (۲ـ۳۱)$$

که در آن A^n و A^t به ترتیب برابر مؤلفه‌های قائم و مماس می‌باشند.

۲ـ۷ حرکت نوسانی ساده

اگر نقطه‌ای که دارای حرکت مستقیم‌الخط است دارای شتابی متناسب با جابه‌جائی آن از نقطه‌ای ثابت و در جهت خلاف آن بوده باشد حرکت این نقطه یک حرکت نوسانی ساده می‌باشد. رابطه ریاضی برای بیان حرکت نوسانی ساده عبارت است از:

$$A = -Kx \qquad (۲ـ۳۲)$$

که در آن A شتاب، x تغییر مکان و K عددی ثابت می‌باشد.

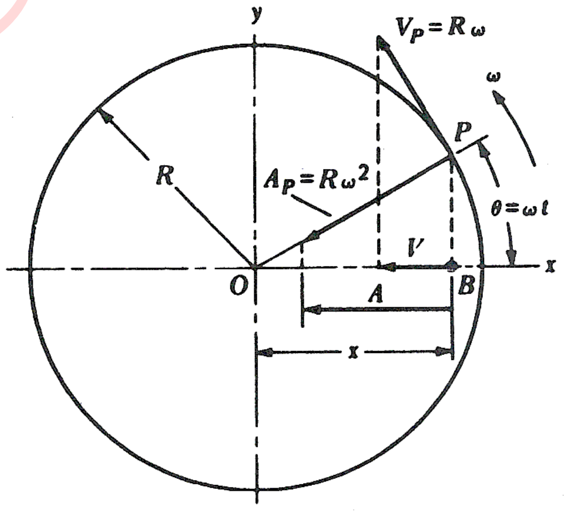
اغلب مناسبتر می‌باشد که حرکت نوسانی ساده را با تصویر یک نقطه متحرک در امتداد یک دایره بر روی قطری از این دایره نشان دهیم. فرض می‌کنیم خط OP در شکل ۲ـ۷ با سرعت زاویه‌ای ثابت ω دوران نموده و B تصویر نقطه P در روی محور x بوده باشد. تغییر مکان و یا فاصله نقطه B از نقطه O برابر است با

$$x = R\cos\omega t \qquad (۲ـ۳۳)$$

سرعت V و شتاب A برابر است با

$$V = \frac{dx}{dt} = -R\omega\sin\omega t \qquad (۲ـ۳۴)$$

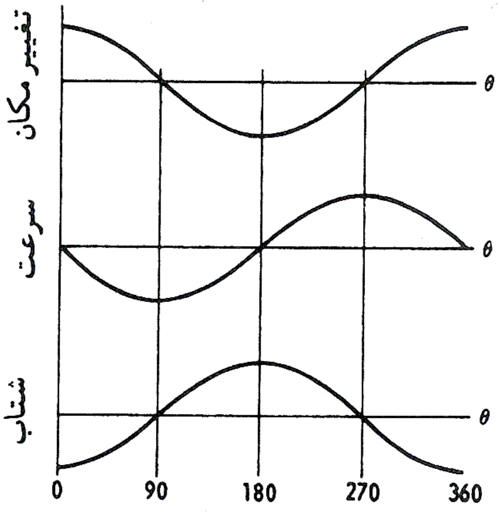
$$A = \frac{d^2x}{dt^2} = -R\omega^2\cos\omega t \qquad (۲ـ۳۵)$$



شکل ۲ـ۷

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



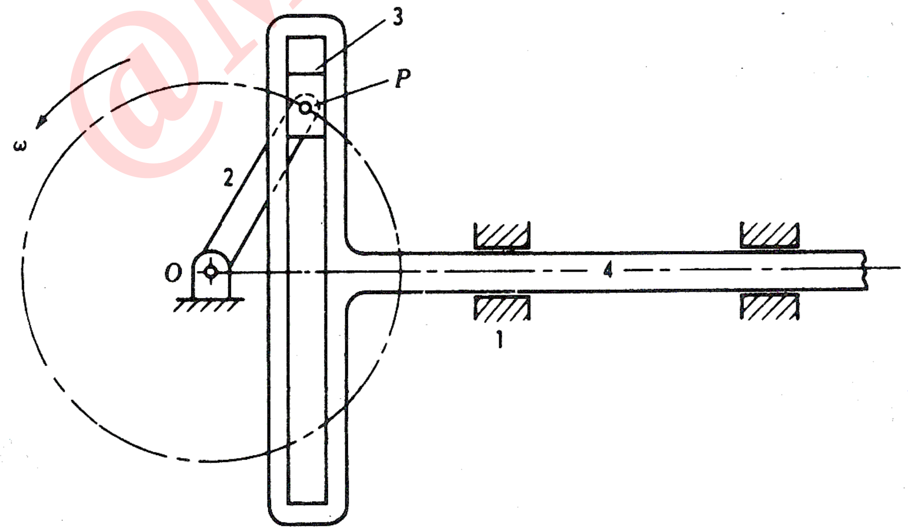
شکل ۲ـ۸

منحنی روابط (۲ـ۳۳) تا (۲ـ۳۵) در شکل ۲ـ۸ نشان داده شده است. با بررسی روابط (۲ـ۳۳) و (۲ـ۳۵) ملاحظه می‌کنیم که

$$A = -\omega^{2}x \qquad (۲ - ۳۶)$$

از آنجاکه ω ثابت می‌باشد رابطه (۲ـ۳۶) مشابه رابطه (۲ـ۳۲) بوده‌که همان تعریف حرکت نوسانی ساده می‌باشد.

در شکل ۲ـ۹ یک مکانیزم معروف به اسکاچ ـ یوک[1] نشان داده شده است. در این مکانیزم اگر میله ۲ با سرعت زاویه‌ای ثابت دوران نماید میله شماره ۴ دارای حرکت نوسانی ساده خواهد بود.



شکل ۲ـ۹

1. Scotch-yoke

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۲ـ۸ حرکت مطلق

حرکت مطلق عبارت است از حرکت یک جسم نسبت به جسم دیگری که در حال سکون می‌باشد. در مباحث قبل حرکت یک نقطه نسبت به بعضی محورهای مختصات ثابت در نظر گرفته شده بود. بنابراین حرکت نقطه یک حرکت مطلق بود. از آنجاکه در هیچ جای دنیا جسمی در حال سکون یافت نمی‌شود حرکت هر جسم می‌بایست نسبت به جسم دیگری سنجیده شود. در مکانیک اغلب، زمین به عنوان جسم ثابت در نظر گرفته می‌شود. بنابراین حرکت هر جسم نسبت به زمین یک حرکت مطلق می‌باشد. معمولاً موقعی که اشاره به حرکت مطلق می‌گردد کلمه مطلق حذف می‌گردد. مثلاً اگر گفته می‌شود که اتومبیلی با سرعت ۶۰ کیلومتر در ساعت در حرکت است منظور آن است که سرعتش نسبت به زمین ۶۰ کیلومتر در ساعت است. در چنین موردی، هرگز نخواهیم گفت که سرعت مطلق اتومبیل ۶۰ کیلومتر در ساعت است بلکه تنها از لفظ سرعت استفاده می‌کنیم.

۲ـ۹ حرکت نسبی

یک جسم فقط در موقعی نسبت به جسم دیگری دارای حرکت نسبی است که حرکتهای مطلق آنها نسبت به هم مختلف باشد. موقعیت یک جسم مانند M نسبت به جسمی مثل N برابر است با موقعیت مطلق M منهای موقعیت مطلق N. به همین ترتیب سرعت جسم M نسبت به N برابر است با سرعت مطلق M منهای سرعت مطلق N. همچنین شتاب جسم M نسبت به N برابر است با شتاب مطلق M منهای شتاب مطلق N. اگر اتومبیلی راکه در امتداد یک خط مستقیم در حرکت بوده در نظر بگیریم تغییر مکان مطلق بدنه آن انتقالی است. هر چرخ دارای تغییر مکانی مطلق خواهد بود که مرکب است از یک انتقال که برابر همان انتقال بدنه بوده و یک دوران. بنابراین بنا به تعاریف حرکت نسبی تغییر مکان هر چرخ نسبت به بدنه تنها یک دوران می‌باشد.

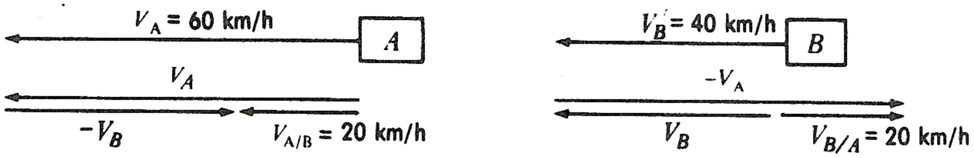
به منظور نمایشی از حرکت نسبی، دو اتومبیل A و B نشان داده شده در شکل ۲ـ۱۰ را در نظر می‌گیریم که به ترتیب با سرعتهای ۶۰ و ۴۰ کیلومتر در ساعت در حرکت می‌باشند. سرعتهای مطلق را به ترتیب با V_A و V_B نشان می‌دهیم. هر موقع برداری با یک حرف در قسمت پایین و سمت راست آن به صورت اندیس نشان داده شد منظور یک کمیت مطلق می‌باشد. سرعت A نسبت به B با $V_{A/B}$ نشان داده شده و عبارت است از سرعت مطلق A منهای سرعت مطلق B. بنابراین

$$V_{A/B} = V_A \longrightarrow V_B$$

سرعت A نسبت به B عبارت است از سرعتی که ناظر سوار بر اتومبیل B با فرض ثابت بودن اتومبیل B برای اتومبیل A احساس می‌کند. به نظر این ناظر اتومبیل A با سرعتی معادل ۲۰ کیلومتر در ساعت به سمت چپ در حرکت است. این مطلب به صورت $V_{A/B}$ در شکل نشان داده شده است.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲ـ۱۰

سرعت B نسبت به A با $V_{B/A}$ نشان داده شده و برابر است با سرعت مطلق B منهای سرعت مطلق A. بنابراین

$$V_{B/A} = V_B \longrightarrow V_A$$

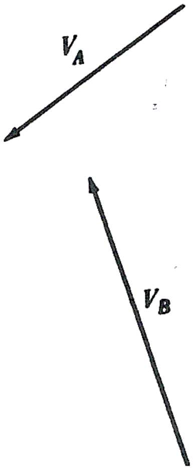
سرعت B نسبت به A عبارت است از سرعتی که ناظر سوار بر اتومبیل A با فرض ثابت بودن اتومبیل A برای اتومبیل B احساس می‌کند. به نظر این ناظر اتومبیل B با سرعت ۲۰ کیلومتر بر ساعت به سمت راست در حرکت می‌باشد. این مطلب به صورت $V_{B/A}$ در شکل نشان داده شده است.

مثال دیگری از حرکت نسبی در شکل ۲ـ۱۱ نشان داده شده است که در آن V_A و V_B سرعتهای دو هواپیما می‌باشند. سرعت A نسبت به B برابر است با سرعت مطلق A منهای سرعت مطلق B. بنابراین

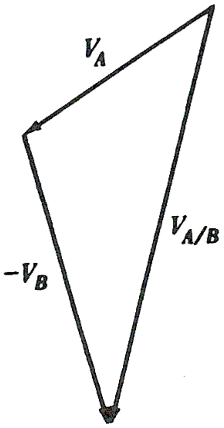
$$V_{A/B} = V_A \longrightarrow V_B$$
$$= V_A \longrightarrow (-V_B)$$

حل برداری این رابطه در شکل ۲ـ۱۲ نشان داده شده است. به همین ترتیب سرعت B نسبت به A

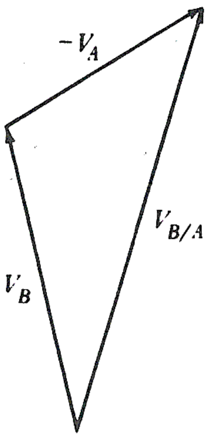
@MechSource



شکل ۲ـ۱۱



شکل ۲ـ۱۲



شکل ۲ـ۱۳

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

برابر است با سرعت مطلق B منهای سرعت مطلق A. بنابراین مطابق شکل ۲-۱۳

$$\begin{aligned} V_{B/A} &= V_B \longrightarrow V_A \\ &= V_B \mathbin{+\!\!\!\rightarrow} (-V_A) \end{aligned}$$

در روابط برداری، جملات می‌توانند با تغییر علامت از طرفی به طرف دیگر انتقال یابند. مثلاً

$$\begin{aligned} V_{A/B} &= V_A \longrightarrow V_B \\ -V_A &= -V_{A/B} \longrightarrow V_B \\ V_B &= V_A \longrightarrow V_{A/B} \end{aligned}$$

به‌علاوه در یک رابطه برداری به شرط تغییر علامت بردار می‌توان اندیسهای آن را جابه‌جا نمود. مثلاً اگر در آخرین رابطه اندیسهای $V_{A/B}$ را جابه‌جا کنیم

$$\begin{aligned} -V_{B/A} &= V_A \longrightarrow V_B \\ -V_A &= V_{B/A} \longrightarrow V_B \\ V_B &= V_A \mathbin{+\!\!\!\rightarrow} V_{B/A} \end{aligned} \qquad (۲\text{-}۳۷)$$

این روابط را می‌توان با رسم دیاگرام بردارها نیز مورد تأیید قرار داد.

رابطه (۲-۳۷) به رابطه سرعت نسبی معروف بوده و به شرح زیر می‌توان نشان داد که سمت راست آن برابر V_B می‌باشد. بنا به تعریف

$$V_{B/A} = V_B \longrightarrow V_A$$

بنابراین

$$V_B = V_A \mathbin{+\!\!\!\rightarrow} V_{B/A}$$

می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} V_B &= V_A \mathbin{+\!\!\!\rightarrow} (V_B \longrightarrow V_A) \\ &= V_A \mathbin{+\!\!\!\rightarrow} V_B \mathbin{+\!\!\!\rightarrow} (-V_A) \\ &= V_B \end{aligned}$$

بنابراین رابطه (۲-۳۷) نشان می‌دهد که با معلوم بودن سرعت نقطه A می‌توان سرعت نقطه B را از جمع سرعت V_A و سرعت B نسبت به A به دست آورد. در یکی از فصلهای بعد، از این مفهوم مکرر برای تعیین سرعتهای نقاط مختلف یک مکانیزم موقعی که سرعت بعضی از نقاط آن معلوم باشد

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

استفاده خواهیم کرد.

از آنجا که تغییر مکانهای خطی و شتابهای خطی نیز کمیتهای برداری می‌باشند می‌توان با آنها مثل سرعتها عمل نمود.

اگر اجسام ۲ و ۳ دارای حرکت در یک صفحه و یا صفحات موازی بوده باشند، آنگاه حرکتهای نسبی زاویه‌ای آنها با اختلاف بین حرکتهای مطلق آنها مشخص خواهند شد. بنابراین

$$\theta_{۳/۲} = \theta_{۳} - \theta_{۲}$$

$$\omega_{۳/۲} = \omega_{۳} - \omega_{۲}$$

$$\alpha_{۳/۲} = \alpha_{۳} - \alpha_{۲}$$

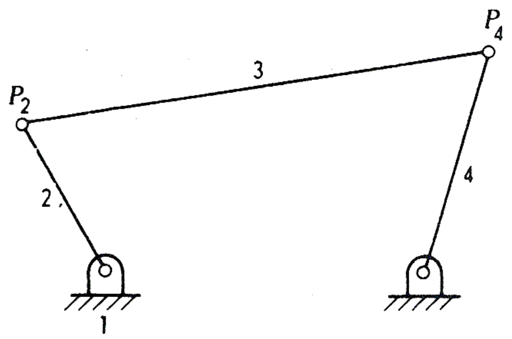
که در آنها جهت مثبت θ، ω و α در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت و جهت منفی آنها در جهت گردش عقربه‌های ساعت منظور شده است.

۲ ـ ۱۰ روشهای انتقال حرکت

از آنجا که کلیه مکانیزمها وسیله‌ای برای انتقال حرکت می‌باشند لازم است آنها را برحسب روشی که حرکت را انتقال می‌دهند طبقه‌بندی نمائیم.

در مکانیزمهای نشان داده شده در شکلهای ۲ـ۱۴ تا ۲ـ۱۶ میله شماره ۲ محرک می‌باشد. میله شماره ۴ متحرک بوده که اصطلاحاً آن را پیرو می‌نامند. برای محدوده معینی از حرکت زاویه‌ای محرک پیرو دارای حرکت زاویه‌ای معینی خواهد بود. در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۲ـ۱۴ حرکت محرک از طریق میله رابط شماره ۳ که میله‌ای صلب می‌باشد به پیرو انتقال می‌یابد. از این رو میله ۳ یک رابط صلب بوده که آن را coupler می‌نامند. شاتون یک موتور احتراقی مثال دیگری از این نوع رابط صلب می‌باشد.

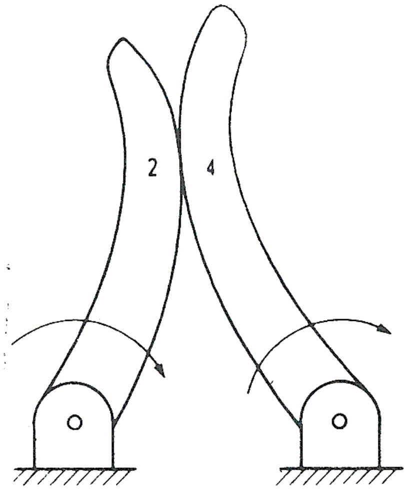
تسمه شماره ۳ که در شکل ۲ـ۱۵ اعضای ۲ و ۴ را به هم ربط داده یک رابط شکل‌پذیر را نشان



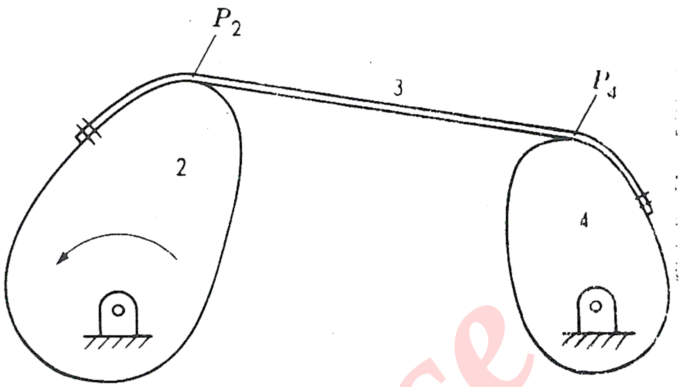
شکل ۲ـ۱۴

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲ـ۱۶



شکل ۲ـ۱۵

می‌دهد. مکانیزمهای تسمه‌ای و یا زنجیری نمونه مکانیزمهایی می‌باشند که در آنها از رابطه‌های شکل‌پذیر استفاده می‌گردد.

در فصل ۱ نشان داده شد که چگونه در بعضی از مکانیزمها از سیال هیدرولیکی و یا حوزه مغناطیسی به عنوان میله رابط استفاده می‌گردد. در پرس هیدرولیکی نشان داده شده در شکل ۱ـ۵ از مایع به عنوان رابط بین محرک یعنی پیستون $A_۲$ و پیرو یعنی پیستون $A_۱$ استفاده گردید. مضافاً با بهره‌گیری از شکل ۱ـ۹ توضیح داده شد که چگونه یک حوزه مغناطیسی به عنوان میله رابط یک مکانیزم چهارمیله‌ای مؤثر از یک موتور الکتریکی عمل می‌نماید.

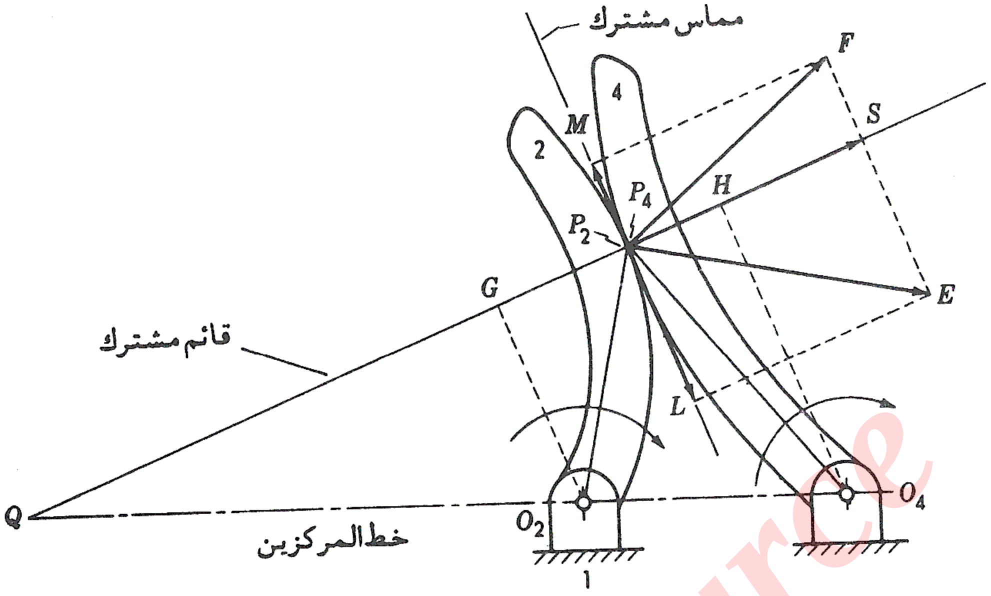
در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۲ـ۱۶ چون محرک و پیرو مستقیماً با یکدیگر تماس دارند آنها را مکانیزمهای با تماس مستقیم می‌نامند. حرکت انتقال یافته از محرک به پیرو علاوه بر موقعیت نسبی اعضاء بستگی به شکل و طرح اعضای ۲ و ۴ دارد. در مکانیزمهای با تماس مستقیم معمولاً محرک را بادامک و متحرک را پیرو می‌نامند. دو دنده درگیر از یک جفت چرخدنده نمونه دیگری از مکانیزمهای با تماس مستقیم می‌باشند.

۲ـ۱۱ خط انتقال

حرکت محرک از طریق خط انتقال به پیرو انتقال پیدا می‌کند. در شکل ۲ـ۱۴ حرکت میله ۲ از طریق میله ۳ به میله شماره ۴ انتقال می‌یابد. بنابراین $P_۲P_۴$ خط انتقال می‌باشد. همین‌طور در مکانیزم تسمه‌ای نشان داده شده در شکل ۲ـ۱۵ از آنجا که حرکت چرخ تسمه محرک از طریق خط $P_۲P_۴$ به چرخ متحرک انتقال می‌یابد این خط را خط انتقال می‌نامند. در مکانیزم با تماس مستقیم نشان داده شده در شکل ۲ـ۱۷ حرکت عضو محرک فقط در صورتی به عضو متحرک انتقال خواهد یافت که

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲ـ۱۷

محرک در امتداد قائم مشترک دارای حرکت بوده باشد. بنابراین در این مکانیزم خط قائم مشترک خط انتقال می‌باشد.

۲ـ۱۲ نسبت سرعت زاویه‌ای

در شکل ۲ـ۱۷ نقاط $P_۲$ و $P_۴$ نقاط متعلق به اجسام ۲ و ۴ می‌باشند که در موقعیت لحظه‌ای مکانیزم نشان داده شده در شکل بر یکدیگر منطبق می‌باشند. از این نقطه تماس قائم و مماس مشترک رسم گردیده‌اند. شعاعهای دوران $P_۲$ و $P_۴$ به ترتیب $O_۲P_۲$ و $O_۴P_۴$ می‌باشند. بردار $P_۲E$ نشان‌دهنده سرعت $P_۲$ بوده که عمود بر امتداد $O_۲P_۲$ می‌باشد. پس مؤلفه‌های $P_۲E$ در امتداد قائم و مماس مشترک به ترتیب $P_۲S$ و $P_۲L$ می‌باشند. بردار $P_۴F$ نشان‌دهندهٔ سرعت $P_۴$ بوده که عمود بر امتداد $O_۴P_۴$ می‌باشد. مؤلفه‌های $P_۴F$ در امتداد قائم و مماس مشترک به ترتیب $P_۴S$ و $P_۴M$ می‌باشند. به طوری که ملاحظه می‌کنیم مؤلفه‌های سرعت $P_۲E$ و $P_۴F$ در امتداد قائم مشترک می‌بایست با یکدیگر برابر بوده، چراکه در غیر این صورت اجسام ۲ و ۴ یا تماس خود را از دست داده و یا اینکه موجب تغییر فرم یکدیگر می‌گردند. با معلوم بودن سرعت $P_۲E$ مؤلفه در امتداد قائم مشترک آن یعنی $P_۲S$ قابل تعیین است. از آنجا که امتداد سرعت $P_۴F$ معلوم می‌باشد می‌توان مقدار آن را با کشیدن خط FS در امتداد عمود بر $P_۴S$ به دست آورد و موقعیت نقطه F را تعیین کرد.

سرعت زاویه‌ای میله‌های ۲ و ۴ برابرند با

$$\omega_۲ = \frac{V}{R} = \frac{P_۲E}{O_۲P_۲} \quad \text{و} \quad \omega_۴ = \frac{V}{R} = \frac{P_۴F}{O_۴P_۴}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

بنابراین

$$\frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{P_2E}{O_2P_2}\,\frac{O_4P_4}{P_4F} \qquad (۲ - ۳۸)$$

خطوط O_2G و O_4H عمود بر قائم مشترک می‌باشند. بنابراین مثلثهای O_2GP_2 و P_2SE با یکدیگر و مثلثهای O_4HP_4 و P_4SF با یکدیگر مشابه می‌باشند. بنابراین

$$\frac{P_2E}{O_2P_2} = \frac{P_2S}{O_2G} \qquad (۲ - ۳۹)$$

و

$$\frac{P_4F}{O_4P_4} = \frac{P_4S}{O_4H} \qquad (۲ - ۴۰)$$

از تقسیم رابطه (۲ـ۳۹) بر رابطه (۲ـ۴۰) به دست می‌آوریم که

$$\frac{P_2E}{O_2P_2}\,\frac{O_4P_4}{P_4F} = \frac{P_2S}{O_2G}\,\frac{O_4H}{P_4S} = \frac{O_4H}{O_2G} \qquad (۲ - ۴۱)$$

با جایگزینی رابطه (۲ـ۴۱) در رابطه (۲ـ۳۸)

$$\frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{O_4H}{O_2G} \qquad (۲ - ۴۲)$$

مضافاً ملاحظه می‌کنیم که مثلث O_2GQ با مثلث O_4HQ مشابه می‌باشد. بنابراین

$$\frac{O_4H}{O_2G} = \frac{O_4Q}{O_2Q} \qquad (۲ - ۴۳)$$

با جایگزینی رابطهٔ (۲ـ۴۳) در رابطهٔ (۲ـ۴۲)

$$\frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{O_4Q}{O_2Q} \qquad (۲ - ۴۴)$$

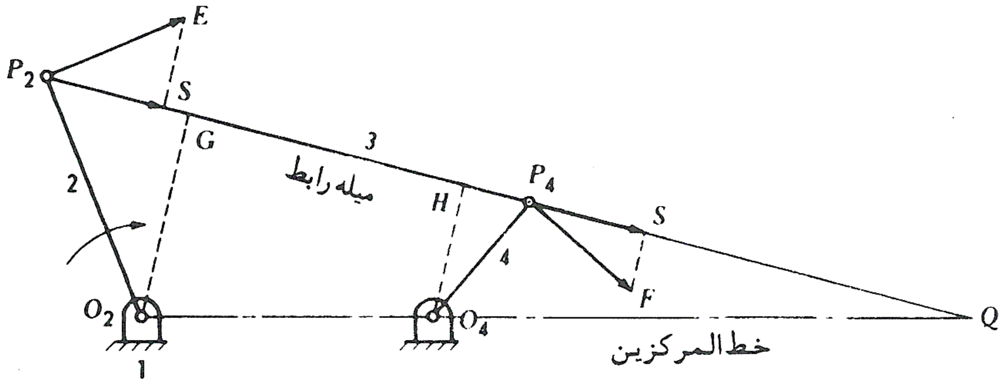
در شکل ۲ـ۱۸ و ۲ـ۱۹ اعضای ۲ و ۴ در امتداد قائم مشترک دارای سرعتهای مساوی و یکسان می‌باشند. در اینجا نکات مشابه همان نکات شکل ۲ـ۱۷ بوده و می‌توان عیناً همان مفاهیم را به کار برد. بنابراین برای هر یک از این سه نوع مکانیزم نسبت سرعت زاویه‌ای محرک به سرعت زاویه‌ای پیرو نسبت عکس با عمودهای رسم‌شده از مراکز دوران آنها به خط انتقال و یا نسبت معکوس با فاصله مراکز دوران آنها تا محل برخورد خط انتقال و خط‌المرکزین دارد.

شکل ۲ـ۲۰ فرم مفیدی از یک مکانیزم تسمه‌ای را نشان می‌دهد. در این حالت خاص از شکل ۲ـ۱۹، O_2G و O_4H برابر R_2 و R_4 یعنی شعاعهای چرخ تسمه‌ها می‌باشند. بنابراین با استفاده از رابطه (۲ـ۴۲) برای شکل ۲ـ۲۰ داریم

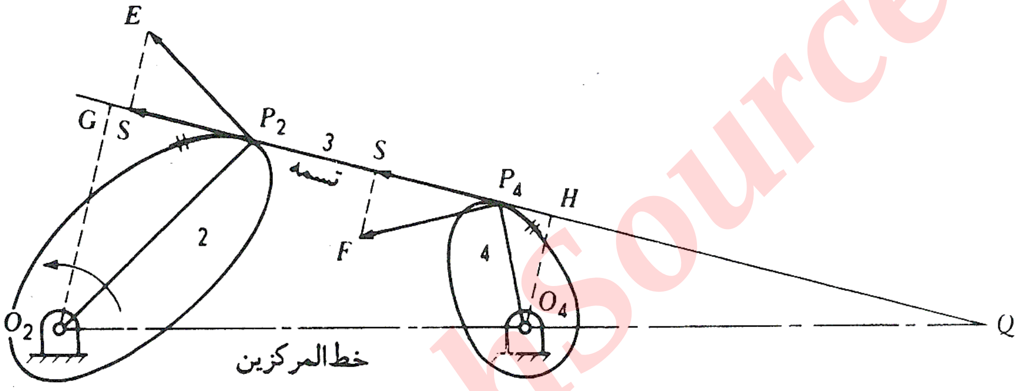
$$\frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{R_4}{R_2} \qquad (۲ - ۴۵)$$

https://t.me/MechSource

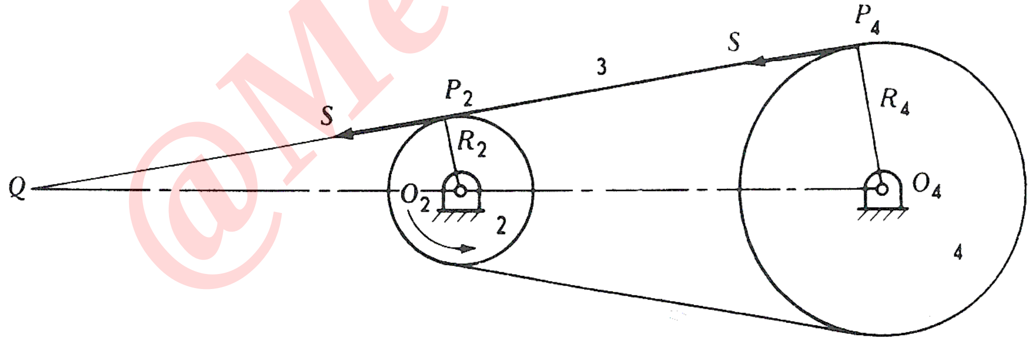
https://t.me/MechSource



شکل ۲ـ۱۸



شکل ۲ـ۱۹



شکل ۲ـ۲۰

@MechSource

۲ ـ ۱۳ نسبت سرعت زاویه‌ای ثابت

در قسمت قبل نشان داده شده که

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۴}=\frac{O_۴Q}{O_۲Q}$$

بنابراین برای آنکه نسبت سرعت زاویه‌ای ثابت بماند خط انتقال می‌بایست خط‌المرکزین را در نقطه‌ای ثابت قطع کند. برای این منظور منحنیهای زیادی را می‌توان به عنوان سطوح در تماس

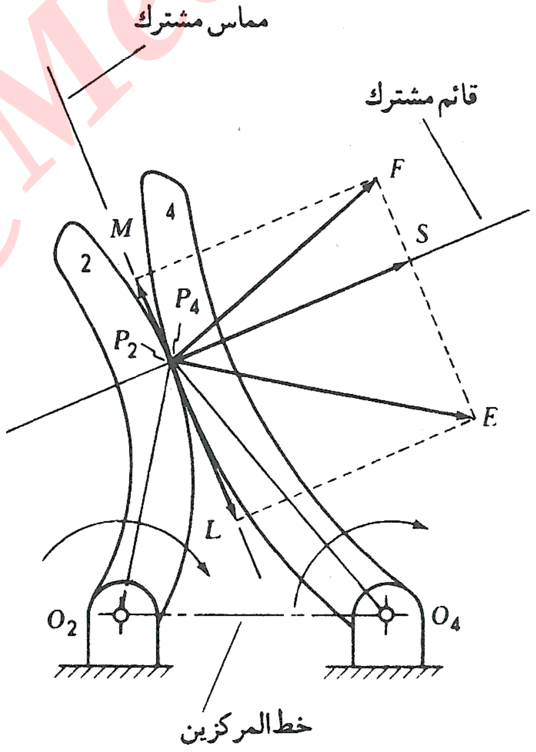
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

محرک و پیرو مورد استفاده قرار داد. بعداً در مطالعهٔ چرخدنده‌ها خواهیم دید برای آنکه نسبت سرعت زاویه‌ای چرخدنده‌ها ثابت بماند منحنی محیطی چرخدنده‌های درگیر می‌بایست این خواسته را تأمین نمایند. با بررسی شکل ۲ـ۲۰ ملاحظه می‌شود دریک مکانیزم چرخ تسمه شرایط داشتن نسبت سرعت زاویه‌ای ثابت برقرار است. در مکانیزم چهارمیله‌ای نشان داده شده در شکل ۲ـ۱۸ نسبت سرعت زاویه‌ای محرک و پیرو فقط به شرطی ثابت است که طول لنگهای ۲ و ۴ باهم مساوی بوده و ضمناً طول میله رابط برابر $O_۲O_۴$ باشد. آنگاه $۱ = \omega_۲ / \omega_۴$.

۲ـ۱۴ تماس لغزشی

در یک مکانیزم با تماس مستقیم لغزش موقعی حادث می‌گردد که اعضاء در امتداد مماس مشترک نقطهٔ تماس دارای حرکت نسبی باشند. مکانیزم با تماس مستقیم شکل ۲ـ۱۷ مجدداً در شکل ۲ـ۲۱ نشان داده شده است. بردارهای $P_۲E$ و $P_۴F$ به ترتیب سرعتهای نقاط $P_۲$ و $P_۴$ یعنی نقاط تماس واقع بر اعضای ۲ و ۴ می‌باشد. به طوری که در قسمت (۲ـ۱۲) شرح داده شد، اعضای ۲ و ۴ در امتداد قائم مشترک نقطهٔ تماس دارای سرعت نسبی نبوده و بنابراین مؤلفه‌های قائم سرعتهای $P_۲E$ و $P_۴F$ می‌بایست با یکدیگر مساوی بوده و به طوری که نشان داده شده برابر $P_۲S$ باشند. مؤلفه‌های مماسی سرعتهای $P_۲E$ و $P_۴F$ به ترتیب برابر $P_۲L$ و $P_۴M$ می‌باشند. از آنجا که این مؤلفه‌های سرعت در



شکل ۲ـ۲۱

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

امتداد مماس مشترک از نظر مقدار و جهت مساوی نمی‌باشند، اعضای ۲ و ۴ در این امتداد دارای سرعت‌نسبی می‌باشند. اختلاف‌مؤلفه‌های مماسی سرعت‌برابر سرعت لغزشی V_s می‌باشند. بنابراین

$$V_s = P_2L \longrightarrow P_4M$$
$$= P_2L \mathrel{+\!\!\!\!\longrightarrow} (-P_4M)$$

در شکل ۲ـ۲۱ سرعتی که موجب لغزش عضو ۲ بر روی عضو ۴ می‌شود در امتداد مماس مشترک از طرف M به طرف L بوده و مقدارش با ML نشان داده شده است. در قسمت بعد نشان داده خواهد شد در مکانیزمهای با تماس مستقیم موقعی لغزش پدید می‌آید که نقطهٔ تماس در امتداد خط‌المرکزین قرار نگرفته باشد.

۲ ـ ۱۵ تماس غلتشی

در یک مکانیزم با تماس مستقیم موقعی غلتش حادث می‌گردد که لغزش نبوده و بنابراین مؤلفه‌های مماسی سرعتهای P_2E و P_4F در شکل ۲ـ۲۱ بایستی هم از نظر مقدار و هم از نظر امتداد و جهت با یکدیگر مساوی باشند. به این منظور علاوه بر مساوی بودن مؤلفه‌های قائم P_2E و P_4F سرعتهای P_2E و P_4F می‌بایست هم از نظر مقدار و هم از نظر امتداد و جهت با یکدیگر مساوی باشند. با بررسی شکل ۲ـ۲۱ ملاحظه می‌کنیم که سرعتهای P_2E و P_4F فقط در صورتی می‌توانند دارای یک جهت باشند که شعاعهای دوران O_2P_2 و O_4P_4 در امتداد خطی مشترک و به طوری که در شکل ۲ـ۲۲ نشان داده شده است در امتداد خط‌المرکزین یعنی خط O_2O_4 قرار داشته باشند.

لازم به تذکر است که اگرچه به منظور داشتن حرکت غلتشی قرار داشتن نقطه تماس بر روی خط‌المرکزین امری ضروریست ولی کافی نمی‌باشد. چراکه در این حالت هنوز لغزش وجود داشته مگر آنکه سرعتها با یکدیگر مساوی بوده باشند. مثلاً در شکل ۲ـ۲۳ اگر سرعتهای P_2E و P_4F با یکدیگر یکسان نبوده باشند قطعات ۲ و ۳ دارای تماس لغزشی خواهند بود. به طور خلاصه برای داشتن تماس غلتشی سرعتهای خطی اعضا در نقطه تماس می‌بایست با یکدیگر یکسان بوده که ضرورتاً نقطه تماس می‌بایست بر روی خط‌المرکزین واقع بوده باشد.

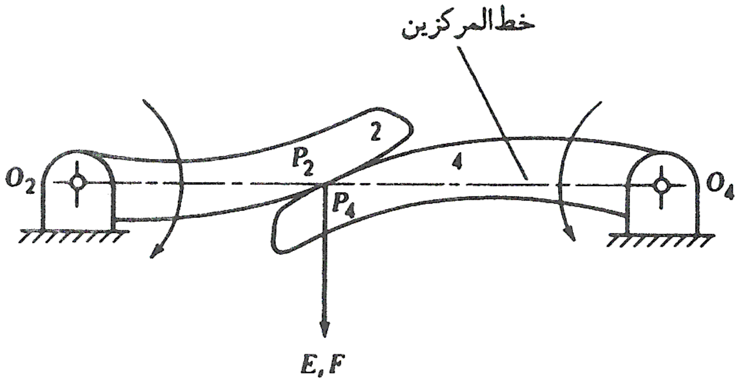
در شکل ۲ـ۲۲ نقاط P_2 و P_4 نقاط تماس بوده و O_2P_2 و O_4P_4 شعاعهای نقطه تماس می‌باشند. به طوری که قبلاً توضیح داده شد نسبت سرعتهای زاویه‌ای محرک و پیرو در یک مکانیزم با تماس مستقیم نسبت عکس با فاصله مراکز آنها تا محل برخورد قائم مشترک و خط‌المرکزین دارد. از آنجاکه نقطه تماس مکانیزمهایی که دارای تماس غلتشی بوده، بر روی خط‌المرکزین واقع است نسبت سرعت زاویه‌ای محرک و پیرو برابر عکس شعاعهای نقطه تماس می‌باشد. یعنی

$$\frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{R_4}{R_2}$$

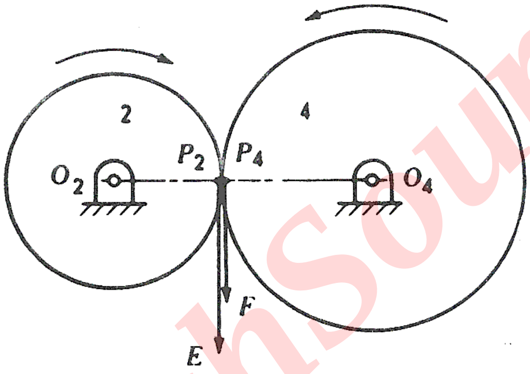
@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲ـ۲۲



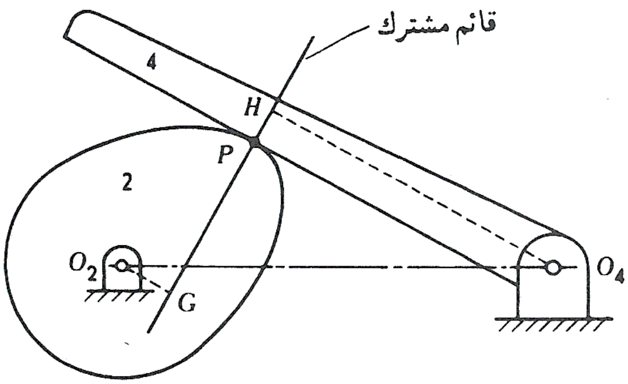
شکل ۲ـ۲۳

۲ـ۱۶ رانش مثبت

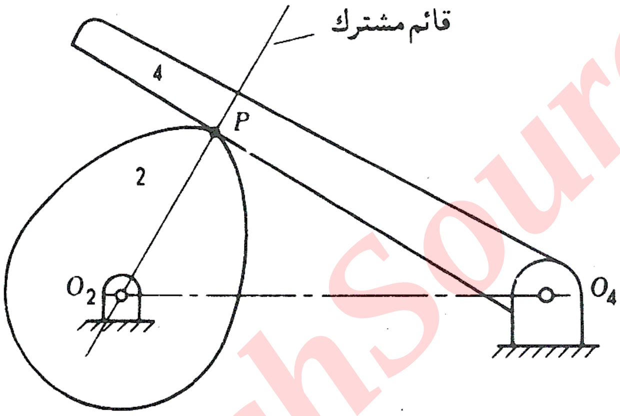
در یک مکانیزم با تماس مستقیم اگر حرکت محرک موجب حرکت پیرو گردد گویند که رانش مثبت حاصل گردیده است. در مکانیزم بادامکی نشان داده شده در شکل ۲ـ۲۴ میله شماره ۲ محرک بوده و فرض می‌کنیم در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت درگردش بوده باشد. نیروی وارده از میله ۲ به میله ۴ در امتداد قائم مشترک در نقطه تماس P می‌باشد. از آنجا که این نیرو دارای بازوی گشتاور O_4H حول پین واقع در نقطه O_4 می‌باشد یک حرکت در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت میله ۲ موجب دوران میله ۴ در جهت گردش عقربه‌های ساعت خواهد شد. به همین ترتیب اگر میله ۴ محرک می‌بود و در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت دوران می‌نمود به علت وجود بازوی گشتاور O_2G موجب می‌شد که میله ۲ در جهت گردش عقربه‌های ساعت حول O_2 دوران نماید. اگر محرک (چه میله ۲ و چه میله ۴) در جهتی به گونه‌ای حرکت نماید که از پیرو دور شود آنگاه بدیهی است که پیرو مجبور به حرکت نخواهد بود. بنابراین برای وضعیت میله‌های نشان داده شده در شکل ۲ـ۲۴ اگر حرکت محرک در امتداد قائم مشترک به طرف پیرو باشد رانش مثبت می‌باشد.

https://t.me/MechSource
@MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲ـ۲۴



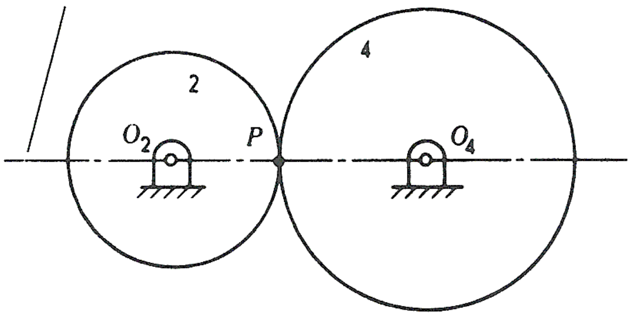
شکل ۲ـ۲۵

مکانیزم نشان داده شده در شکل ۲ـ۲۴ مجدداً در شکل ۲ـ۲۵ در وضعیتی نشان داده شده است که خط انتقال (قائم مشترک) از مرکز دوران میله ۲ یعنی $O_۲$ می‌گذرد. اگر در اینجا میله ۲ محرک بوده و قرار باشد به مقدار کم به طرفی دوران نماید موجب حرکت میله ۴ نشده ولی تنها از آن فاصله گرفته و دور خواهد شد. بنابراین رانش مثبت حاصل نخواهد شد. به همین ترتیب اگر میله ۴ محرک بوده و سعی کنیم آن را در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت دوران دهیم، چون خط انتقال دارای بازوی گشتاوری حول $O_۲$ نمی‌باشد در میله ۲ هیچ حرکتی حاصل نخواهد شد. این وضعیت مکانیزم به نقطه مرگ مکانیزم موسوم است. بنابراین رانش مثبت حاصل نخواهد شد.

یک مکانیزم دیگر از انواع مکانیزمهای با تماس مستقیم در شکل ۲ـ۲۶ نشان داده شده است. اعضای ۲ و ۴ دیسکهائی بوده که هرکدام می‌توانند محرک باشند. قائم مشترک آنها از مراکز دوران $O_۲$ و $O_۴$ عبور می‌کند. در اینجا محرک می‌تواند حرکتی نماید که این حرکت موجب دوران پیرو نگردد. بنابراین رانش مثبت حاصل نخواهد شد. تنها در صورتی که بین قطعات ۲ و ۴ اصطکاک لازم موجود بوده باشد، حرکت یکی موجب دوران دیگری خواهد شد. این نتیجه به حرکت و یا رانش اصطکاکی موسوم می‌باشد. با توجه به بحث فوق ملاحظه می‌کنیم که در یک مکانیزم با تماس

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲ـ۲۶

مستقیم تنها اگر قائم مشترک ماربر نقطه تماس از هیچ یک از مراکز دوران عبور نکرده باشد رانش مثبت حاصل خواهد شد.

@MechSource

تمرینها

۲ ـ ۱ یک سیلندر فولادی به قطر ۱۵۰ میلیمتر می‌بایست توسط ماشین‌تراش، تراشکاری گردد. سرعت برش می‌بایست برابر ۳۰ متر در دقیقه بوده باشد. سرعت دورانی را برحسب دور در دقیقه تعیین کنید.

۲ ـ ۲ نقاط B و C بر روی خط شعاعی یک دیسک واقع می‌باشند. نقاط به اندازه ۵۰ میلیمتر از یکدیگر فاصله دارند. سرعت خطی نقاط B و C به ترتیب برابر ۲۰۰ و ۲۵۰ متر در دقیقه می‌باشند. شعاع دوران هر یک از این دو نقطه را تعیین کنید.

۲ ـ ۳ چرخ اتومبیلی دارای قطر خارجی ۷۰۰ میلیمتر می‌باشد. اگر سرعت چرخ برابر ۷۰۰ دور در دقیقه بوده باشد سرعت اتومبیل را: الف) برحسب کیلومتر در ساعت؛ ب) متر بر ثانیه و ج) سرعت زاویه‌ای چرخ را برحسب رادیان بر ثانیه تعیین کنید.

۲ ـ ۴ قطر سیلندر موتور یک اتومبیل برابر ۱۰۰ میلیمتر می‌باشد. کورس پیستون همین موتور برابر ۹۰ میلیمتر می‌باشد. این اتومبیل که قطر خارجی چرخهای آن برابر ۷۰۰ میلیمتر می‌باشد، با سرعت ۹۰ کیلومتر در ساعت در حرکت است. اگر تعداد دور موتور چهار برابر تعداد دور چرخها بوده باشد مقادیر زیر را تعیین کنید: الف) تعداد دور چرخها در دقیقه؛ ب) تعداد دور موتور در دقیقه؛ ج) سرعت گژن‌پین برحسب متر بر دقیقه؛ د) سرعت زاویه‌ای لنگ برحسب رادیان بر دقیقه؛ هـ) سرعت متوسط پیستون برحسب متر بر دقیقه؛ و) مسافت طی‌شده توسط پیستون در خلال یک و نیم کیلومتر مسافت طی‌شده توسط اتومبیل.

۲ ـ ۵ جسمی مسافت ۴۵۰ میلیمتر را با سرعت ۰٫۳ متر در ثانیه می‌پیماید. تعیین کنید:

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

الف) زمان لازم جهت پیمودن این فاصله چقدر است.
ب) اگر قرار بود این اتومبیل مسافت ۴۵۰ میلیمتر را با سرعت متغیر در ۲ر۰ ثانیه طی کند، سرعت متوسط آن برحسب متر بر ثانیه چقدر است.

۲ ـ ۶ اتومبیلی برای پیمودن مسافتی برابر ۹۰ متر در مدت زمان ۵ ثانیه، سرعت خود را از ۳۰ کیلومتر در ساعت به ۹۰ کیلومتر در ساعت افزایش می‌دهد.
الف) تعیین کنید اگر این مسافت را با شتاب ثابت پیموده باشد مقدار شتاب برحسب متر بر مجذور ثانیه چقدر می‌باشد.
ب) اگر برخلاف حالت قبل مسافت را با شتاب متغیر پیموده باشد مقدار شتاب متوسط را برحسب متر بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

۲ ـ ۷ نقطه‌ای مادی از حالت سکون حرکت و با شتابی ثابت برای مدت ۴ ثانیه به حرکت خود ادامه می‌دهد. در این موقع سرعت نقطه به اندازه‌ای است که اگر با سرعت یکنواخت حرکت نماید قادر است فاصله ۵ر۵ متر را در زمان ۳ ثانیه طی نماید. شتاب نقطه در خلال ۴ ثانیه و سرعت آن را در انتهای این زمان تعیین کنید.

۲ ـ ۸ موتور اتومبیلی از حالت سکون شروع به حرکت نموده و با شتابی در زمان ۵ ثانیه سرعت خود را به ۲۰۰۰ دور در دقیقه می‌رساند. با فرض آنکه شتاب زاویه‌ای ثابت بوده باشد تعیین کنید: الف) شتاب زاویه‌ای لنگ برحسب رادیان در ثانیه چقدر بوده؛ ب) تا رسیدن به دور فوق لنگ جمعاً چند دور زده است.

۲ ـ ۹ دیسکی به قطر ۲۵۰ میلیمتر با شتاب یکنواخت سرعت خود را در زمان ۲۰ ثانیه از ۱۰۰۰ دور به ۲۰۰۰ دور در دقیقه می‌رساند. تعیین کنید: الف) شتاب زاویه‌ای برحسب رادیان در مجذور ثانیه چقدر است؛ ب) در مدت این ۲۰ ثانیه دیسک جمعاً چند دور زده است.

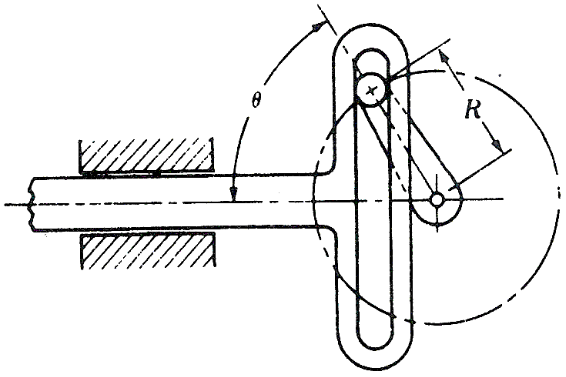
۲ ـ ۱۰ اگر کورس پیستون مربوط به موتور مذکور در مسئله ۲ـ۸ برابر ۱۰۰ سانتیمتر (دو برابر طول لنگ) بوده باشد تعیین کنید: الف) مؤلفه مماسی شتاب انتهای لنگ برحسب متر بر مجذور ثانیه چقدر بوده؛ ب) هنگامی که سرعت برابر ۲۰۰۰ دور در دقیقه می‌باشد مؤلفه شعاعی انتهای لنگ چقدر خواهد بود.

۲ ـ ۱۱ روتور یک موتور توربوجت در هر دقیقه ۱۲۰۰۰ دور می‌زند. سرعت و شتاب نقطه‌ای واقع بر محیط کمپرسور روتور به قطر ۹۰۰ میلیمتر را برحسب متر بر ثانیه و متر بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

۲ ـ ۱۲ در مکانیزم Scotch-yoke نشان داده شده در شکل ۲ـ۱۲ P، $R = ۲۰۰\ \text{mm}$، $\theta = ۶۰°$ و سرعت لنگ برابر ۲۰۰ دور در دقیقه می‌باشد. سرعت و شتاب لغزنده را برحسب متر بر ثانیه و متر بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲ـP۱۲

۲ ـ ۱۳ اگر کورس لغزنده مکانیزم نشان داده شده در شکل ۲ـP۱۲ برابر ۳۵۰ میلیمتر و زمان لازم برای طی یک کورس ۰٫۱۲۵ ثانیه بوده باشد، تعیین کنید: الف) تعداد دور لنگ چقدر بوده؛ ب) حداکثر سرعت لغزنده برحسب متر بر ثانیه چقدر است؛ ج) حداکثر شتاب لغزنده برحسب متر بر مجذور ثانیه چقدر می‌باشد.

۲ ـ ۱۴ به طوری که وسائل اندازه‌گیری ارتعاش نشان می‌دهد یک قطعه در سرعتی معادل ۴۲۰ سیکل در دقیقه و حداکثر شتاب ۷۵۰ میلیمتر بر مجذور ثانیه دارای حرکت نوسانی است. تعیین کنید: الف) دامنه نوسان؛ ب) حداکثر سرعت چقدر می‌باشد.

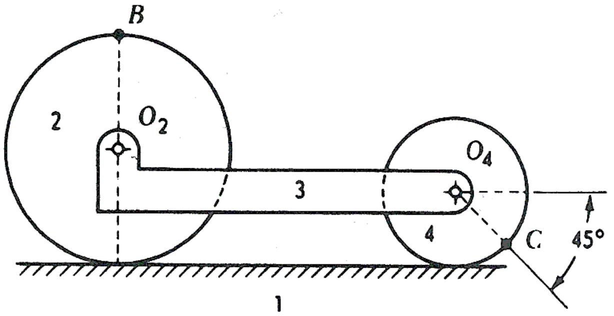
۲ ـ ۱۵ هواپیمای A با سرعت ۶۰۰ کیلومتر در ساعت مستقیماً به طرف شمال و هواپیمای B با سرعت ۴۵۰ کیلومتر در ساعت مستقیماً به طرف شرق در حال پرواز می‌باشند. تعیین کنید سرعت A نسبت به B و سرعت B نسبت به A چقدر می‌باشد. در هر یک از حالات رابطه برداری را نوشته و با استفاده از مقیاس ۱ mm = ۸ km/h بردارها را رسم کنید. فرض کنید جهت شمال به طرف بالای کاغذ بوده و پس از حروف‌گذاری جوابها را از روی ترسیم تعیین کنید.

۲ ـ ۱۶ هواپیمائی که مستقیماً درحال پرواز به‌سمت شرق می‌باشد از شهر M به‌شهر N که فاصله‌شان ۶۰۰ کیلومتر می‌باشد می‌رود. سرعت هواپیما ۳۰۰ کیلومتر در ساعت می‌باشد. باد با سرعت ۹۰ کیلومتر در ساعت به طرف جنوب می‌وزد. تعیین کنید هواپیما به کدام سمت منحرف بوده و ضمناً این سفر چقدر طول خواهد کشید. با انتخاب اندیس P برای هواپیما و اندیس A برای باد رابطه برداری را بنویسید. با انتخاب مقیاس ۱ cm = ۴۵ km/h بردارها را رسم و جوابها را تعیین کنید.

۲ ـ ۱۷ اتومبیل نشان داده شده در شکل ۲ـP۱۷، با سرعت به طرف راست در حرکت است. چرخهای ۲ و ۴ به ترتیب دارای قطرهای ۹۰ و ۶۰ میلیمتر می‌باشند. برای ترسیم از مقیاس ۱ mm = ۲۰ mm استفاده کنید. سرعتهای $V_{O_۲}$، $V_{B/O_۲}$، V_B، V_C و $V_{B/C}$ را برحسب متر بر ثانیه تعیین کنید. با استفاده از مقیاس ۱ mm = ۳۰۰ mm/s بردارها را رسم کنید. ضمناً سرعتهای زاویه‌ای $\omega_۲$، $\omega_۴$ و $\omega_{۲/۴}$ را برحسب رادیان بر ثانیه تعیین کنید.

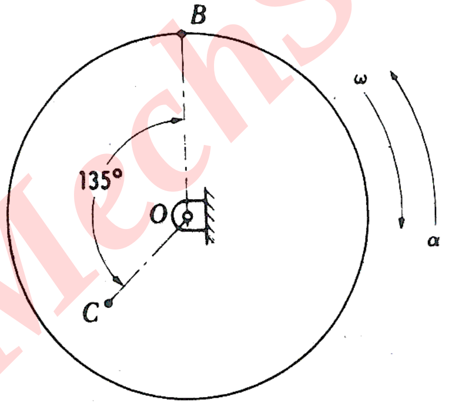
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



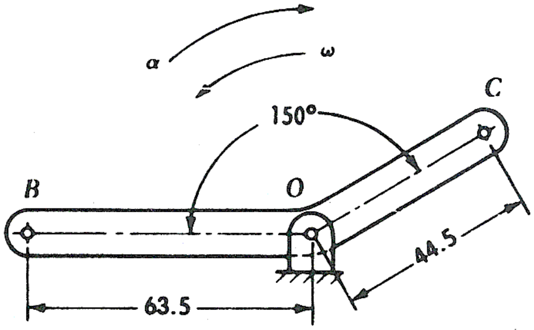
شکل ۲ـP۱۷

۲ـ۱۸ دیسک نشان داده شده در شکل ۲ـP۱۸، دارای سرعت زاویه‌ای ۱۲۰ دور در دقیقه و شتاب زاویه‌ای ۱۳۲ رادیان بر مجذور ثانیه می‌باشد. فرض کنید OB = ۴۰ میلیمتر و OC = ۲۵ میلیمتر بوده باشند. سرعتهای V_B، V_C و شتابهای A_B^n و A_C^n و A_C^t را تعیین کنید. دیسک را با مقیاس ۱:۱ رسم و با استفاده از مقیاسهای زیر بردارها را در نقاط B و C نشان دهید. مقیاس ۱ mm = ۳۰۰ mm/s برای سرعتها و مقیاس ۱ mm = ۲۵۰ mm/s² برای شتابها. مقادیر $V_{C/B}$، A_B، A_C و $A_{C/B}$ را به طریقه ترسیمی تعیین کنید.



شکل ۲ـP۱۸

۲ـ۱۹ در شکل ۲ـP۱۹، مقدار ω برابر ۱۰۰ دور در دقیقه و α برابر ۹۰ رادیان بر مجذور ثانیه



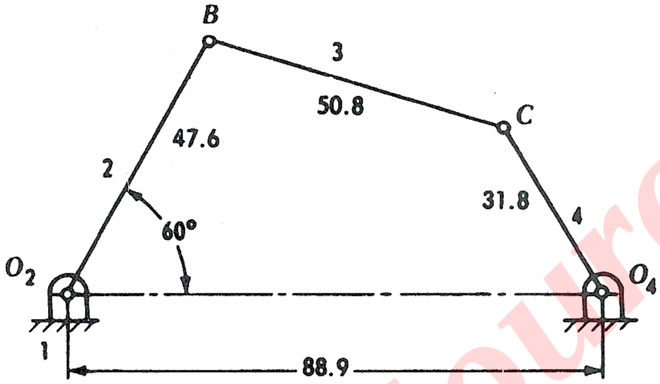
شکل ۲ـP۱۹

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

می‌باشد. مقادیر V_B، V_C، A_B^n، A_B^t، A_C^n و A_C^t را تعیین کنید. قطعه را با مقیاس حقیقی ۱:۱ رسم کرده و بردارها را با استفاده از مقیاسهای ۱ mm = ۳۰۰ mm/s برای سرعت، ۱ mm = ۱۲۵ mm/s۲ برای شتاب از نقاط B و C بکشید. مقادیر $V_{B/C}$، A_B، A_C و $A_{B/C}$ را به طریقه ترسیمی تعیین کنید.

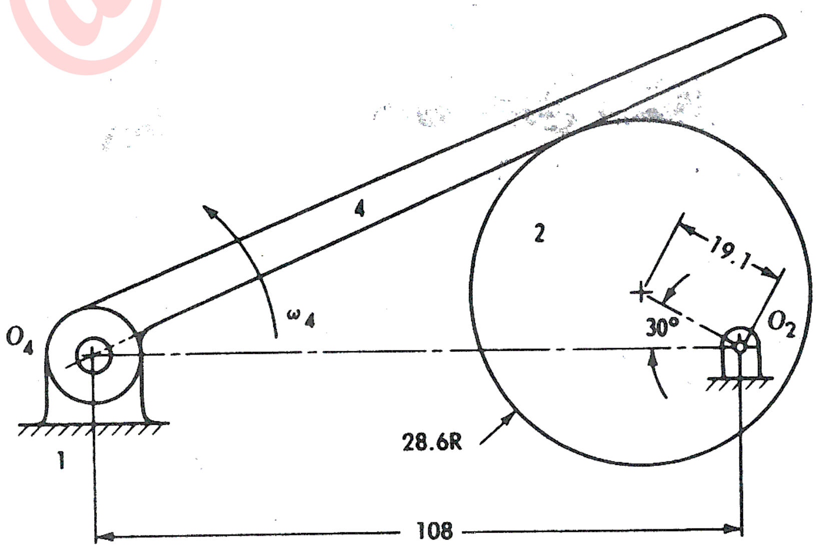
۲ ـ ۲۰ در شکل ۲ـP۲۰، سرعت زاویه‌ای برابر ۱۲۰ دور در دقیقه در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد. سرعت زاویه‌ای میله شماره ۴ را برحسب دور بر دقیقه تعیین کنید.



شکل ۲ـP۲۰

۲ ـ ۲۱ مانند مسئله ۲ـ۲۰، سرعت زاویه‌ای میله شماره ۳ را تعیین کنید. *راهنمایی:* از برگردان مکانیزم استفاده کنید. میله ۲ را ثابت فرض کرده و مقدار واقعی $\omega_{1/2}$ را منظور نمائید. مقدار $\omega_{3/2}$ را تعیین نموده آنگاه $\omega_{1/3} = \omega_{3/2} - \omega_{1/2}$. تعیین کنید ω_3 به کدام جهت می‌باشد.

۲ ـ ۲۲ در شکل ۲ـP۲۲، مقدار ω_4 برابر ۸۰ دور در دقیقه در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد. تعیین کنید سرعت زاویه عضو ۲ چند دور در دقیقه و سرعت لغزش در نقطه تماس چند متر بر ثانیه می‌باشد. از مقیاس ۱ mm = ۳۰ mm/s استفاده نمائید.



شکل ۲ـP۲۲

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

https://t.me/MechSource

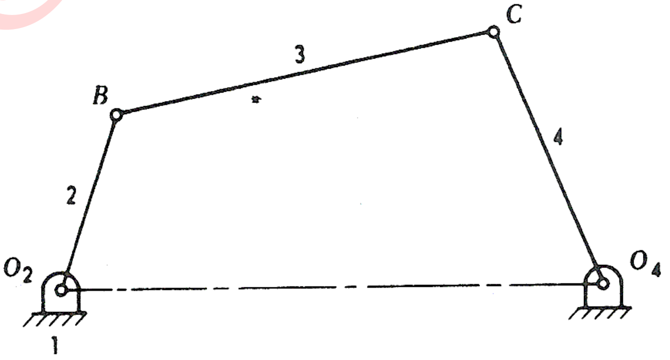
https://t.me/MechSource

۳

مکانیزمهای میله‌ای[1]

۳ ـ ۱ مکانیزم چهارمیله‌ای

یکی از متداولترین و مفیدترین مکانیزمها مکانیزم چهارمیله‌ای است. در شکل ۳ـ۱ یک مکانیزم چهارمیله‌ای نشان داده شده که میله شمارهٔ ۱ آن بدنه، میله‌های شمارهٔ ۲ و ۴ لنگها و میلهٔ شمارهٔ ۳ آن رابط نامیده می‌شود. به طوری که بعداً نشان داده خواهد شد بیشتر مکانیزمها می‌توانند به طور قراردادی با یک مکانیزم چهارمیله‌ای تعویض گردیده و یا به منظور تجزیه و تحلیل آنها از ترکیب مکانیزمهای چهارمیله‌ای استفاده نمود.

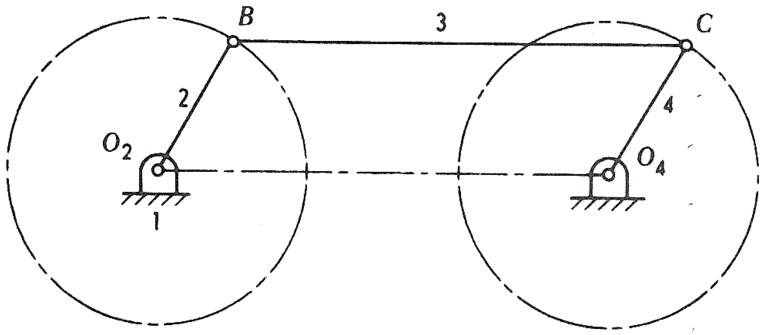


شکل ۳ـ۱

1. linkage

@MechSource
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۲

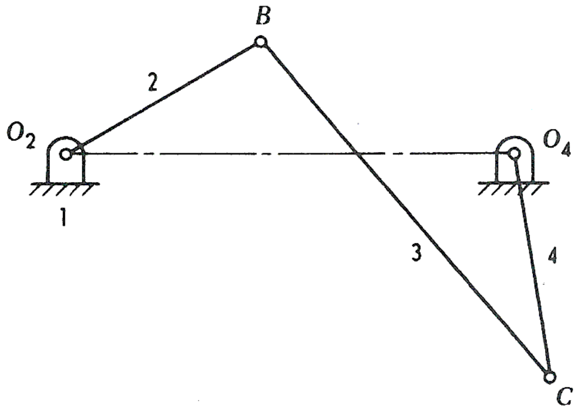
۳ ـ ۲ مکانیزم چهارمیله‌ای با لنگهای موازی

لنگهای ۲ و ۴ در شکل ۳ـ۲ دارای طولهای مساوی بوده و طول میله رابط ۳ برابر خط‌المرکزین O_2O_4 می‌باشد. لنگهای ۲ و ۴ همواره دارای سرعتهای زاویه‌ای یکسان می‌باشند.

در خلال دوره و یا سیکل این مکانیزم دو وضعیت وجود دارد که در آنها مکانیزم مربوطه مقید نمی‌باشد. این اوضاع موقعی حادث می‌گردد که پیرو و یا میلهٔ شمارهٔ ۴ با میلهٔ رابط شمارهٔ ۳ در یک امتداد قرار می‌گیرند. در این اوضاع که به نقاط مرگ موسوم می‌باشند، پیرو می‌تواند در جهت خلاف محرک یا لنگ شمارهٔ ۲ دوران نماید. در بیشتر مکانیزمها این نقطهٔ مرگ پدید می‌آید ولی معمولاً اینرسی، فنرها و یا ثقل مانع از حرکت ناخواسته معکوس در نقطه مرگ می‌گردند.

۳ ـ ۳ مکانیزم چهارمیله‌ای با لنگهای مساوی و غیر موازی

لنگهای ۲ و ۴ از شکل ۳ـ۳ دارای طولهای مساوی بوده و طول میلهٔ رابط ۳ برابر طول خط‌المرکزین O_2O_4 می‌باشد، حال آنکه لنگها با یکدیگر موازی نبوده و در جهت خلاف یکدیگر گردش



شکل ۳ـ۳

https://t.me/MechSource
@MechSource

https://t.me/MechSource

می‌نمایند. هرگاه لنگ شمارهٔ ۲ با سرعت زاویه‌ای ثابت گردش نماید لنگ شمارهٔ ۴ دارای سرعت زاویه‌ای متغیر خواهد بود. به منظور اطمینان از دوران پیرو در جهت صحیح در حوالی نقاط مرگ می‌توان این مکانیزم را با یک جفت چرخدنده بیضوی مشابه تعویض نمود. این مطلب بعداً در فصل یازدهم توضیح داده خواهد شد.

۳ ـ ۴ مکانیزم لنگ ـ آونگ[1]

لنگ شمارهٔ ۲ از مکانیزم نشان داده شده در شکل ۳ـ۴ حول نقطهٔ O_2 دوران کامل نموده و از طریق میلهٔ رابط شمارهٔ ۳ موجب نوسان لنگ شمارهٔ ۴ حول نقطهٔ O_4 می‌گردد. بنابراین مکانیزم حرکت دورانی را به حرکت نوسانی تبدیل می‌کند. برای اینکه مکانیزم فوق بتواند این عمل را انجام دهد شرایط زیر می‌بایست برقرار باشد.

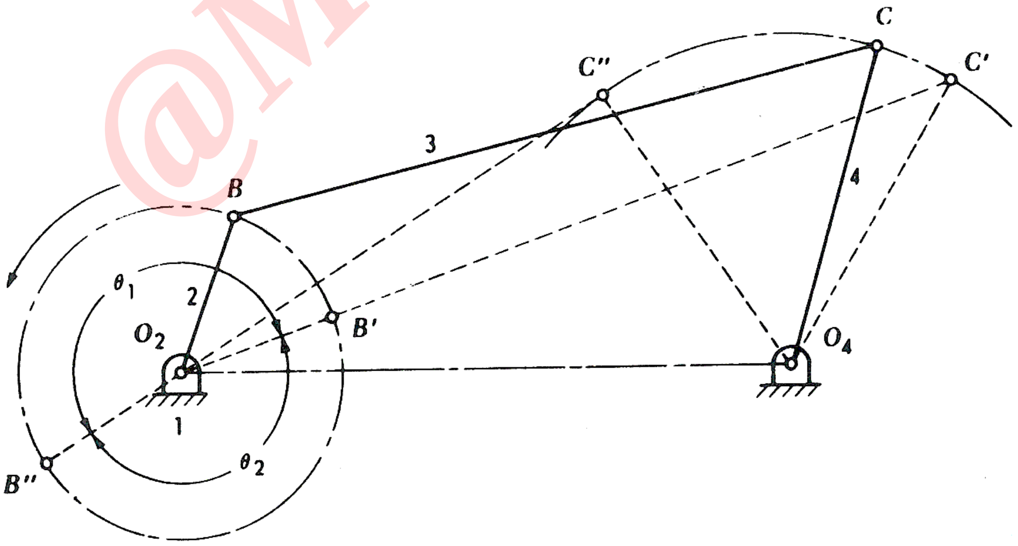
$$O_2B + BC + O_4C > O_2O_4$$

$$O_2B + O_2O_4 + O_4C > BC$$

$$O_2B + BC - O_4C < O_2O_4$$

$$BC - O_2B + O_4C > O_2O_4$$

هریک از لنگهای شمارهٔ ۲ و یا ۴ می‌توانند لنگ محرک باشند. اگر لنگ شمارهٔ ۲ محرک بوده



شکل ۳ـ۴

1. crank and rocker

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

باشد مکانیزم مدام به کار خود ادامه خواهد داد. اگر لنگ شمارهٔ ۴ محرک بوده باشد آنگاه برای ادامهٔ حرکت در حوالی نقاط مرگ B' و B'' می‌بایست مکانیزم را به چرخ طیار و یا وسایل کمکی دیگر مجهز نمود. نقاط مرگ در مواردی اتفاق می‌افتد که خط عمل نیروی رانش BC و $O_۲B$ در یک خط قرار گیرند.

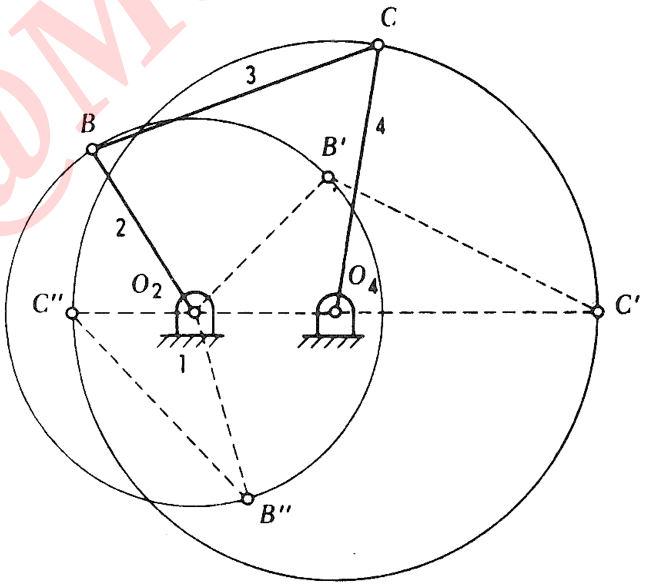
۳ ـ ۵ مکانیزم با لنگهای دورانی دوبل یا لنگ ـ لنگ[1]

شکل ۳ـ۵ یک مکانیزم چهارمیله‌ای را نشان می‌دهد که کوتاهترین عضو آن میلهٔ ثابت است. چنین مکانیزم به مکانیزم با لنگهای دورانی موسوم می‌باشد. هر دو لنگ شمارهٔ ۲ و ۴ دوران کامل می‌نمایند. اگر یک لنگ با سرعت ثابت دوران نماید لنگ دیگر با سرعت متغیر ولی هم جهت با لنگ محرک دوران خواهد نمود. نسبت طول میله‌ها به شرح زیر می‌باشد.

$$BC > O_۲O_۴ + O_۴C - O_۲B$$
$$BC < O_۴C - O_۲O_۴ + O_۲B$$

این روابط را می‌توان با توجه به مثلثهای $O_۲B'C'$ و $O_۲B''C''$ استخراج نمود. یک کاربرد این مکانیزم در قسمت ۳ـ۸، تحت عنوان مکانیزمهای با برگشت سریع مورد بحث قرار خواهد گرفت.

@MechSource

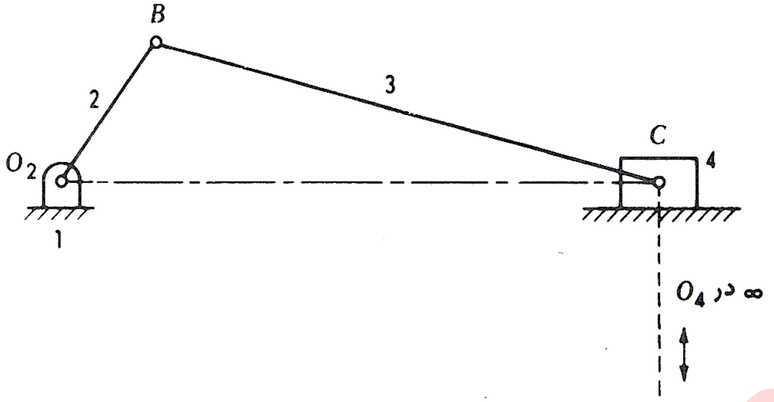


شکل ۳ـ۵

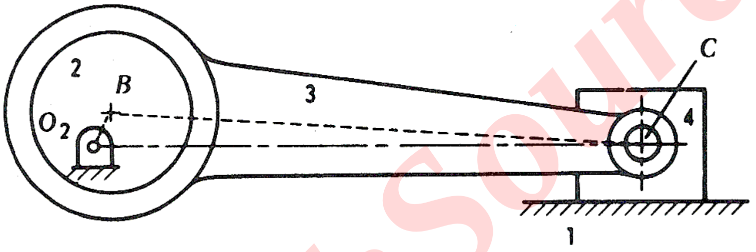
1. drag link

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ٦



شکل ۳ـ۷

۳ ـ ٦ مکانیزم لنگ ـ لغزنده[1]

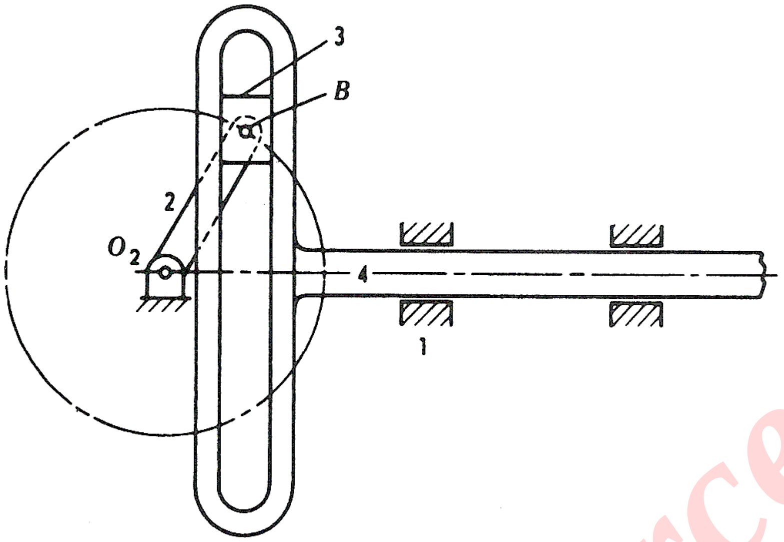
این مکانیزم در شکل ۳ـ۶ نشان داده شده است. این حالتی خاص از مکانیزم نشان داده شده در شکل ۳ـ۱ می‌باشد. اگر لنگ شمارهٔ ۴ از مکانیزم نشان داده شده در شکل ۳ـ۱ دارای طول بینهایت باشد آنگاه نقطهٔ C دارای حرکت خطی بوده و مطابق شکل ۳ـ۶ لنگ شمارهٔ ۴ قابل تعویض با یک لغزنده می‌باشد.مکانیزم لنگ ـ لغزنده دارای موارد استعمال متعدد می‌باشد. یک‌نمونه متداول از کاربرد این مکانیزم در موتورهای دیزل و بنزینی یافت شده که در آنها فشارگاز به پیستون یعنی عضو شمارهٔ ۴ وارد می‌گردد. حرکت از طریق میلهٔ رابط که همان شاتون می‌باشد به لنگ ۲ وارد می‌گردد. در دوره و یا سیکل کامل این مکانیزم دو نقطهٔ مرگ وجود داشته که هرکدام در انتهای حرکت لغزنده قرار دارند. برای ادامهٔ حرکت در حوالی نقاط مرگ مکانیزم نیاز به یک چرخ طیار دارد که بر روی میل‌لنگ قرار داده می‌شود.از این مکانیزم به‌عنوان کمپرسور هوا نیز استفاده می‌گردد که در این صورت برای حرکت لنگ‌از یک الکتروموتور و یا موتور بنزینی استفاده‌گردیده تا پیستون به‌نوبهٔ خود هوا را متراکم نماید.

یک نمونهٔ ترمیم‌یافته از این مکانیزم در شکل ۳ـ۷ نشان داده شده است که به مکانیزم خارج از مرکز موسوم می‌باشد. لنگ مرکب از یک دیسک به مرکز B بوده که در نقطهٔ خارج از مرکز O_2 به بدنه

1. slider-crank mechanism

@MechSource
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۸

پین شده است. دیسک در داخل قسمت حلقوی‌شکل انتهای میلهٔ ۳ دوران می‌نماید. حرکت این مکانیزم معادل حرکت یک مکانیزم لنگ ـ لغزنده که طول لنگ آن برابر O_2B و طول میلهٔ رابط آن برابر BC است می‌باشد.

۳ ـ ۷ مکانیزم رفت و آمدی[1]

مکانیزم رفت و آمدی نشان داده شده در شکل ۳ـ۸ که در قسمت ۲ـ۷ مورد بحث قرار گرفت برگردانی از یک مکانیزم لنگ ـ لغزنده می‌باشد. این مکانیزم رفت و آمدی معادل مکانیزم لنگ و لغزنده‌ای است که طول میلهٔ رابط آن بینهایت می‌باشد. بدین ترتیب لغزندهٔ آن دارای حرکت نوسانی ساده خواهد بود. از این مکانیزم در ماشینهای آزمایش به منظور نشان دادن ارتعاشاتی که دارای حرکت نوسانی ساده می‌باشند استفاده می‌گردد.

۳ ـ ۸ مکانیزم با برگشت سریع[2]

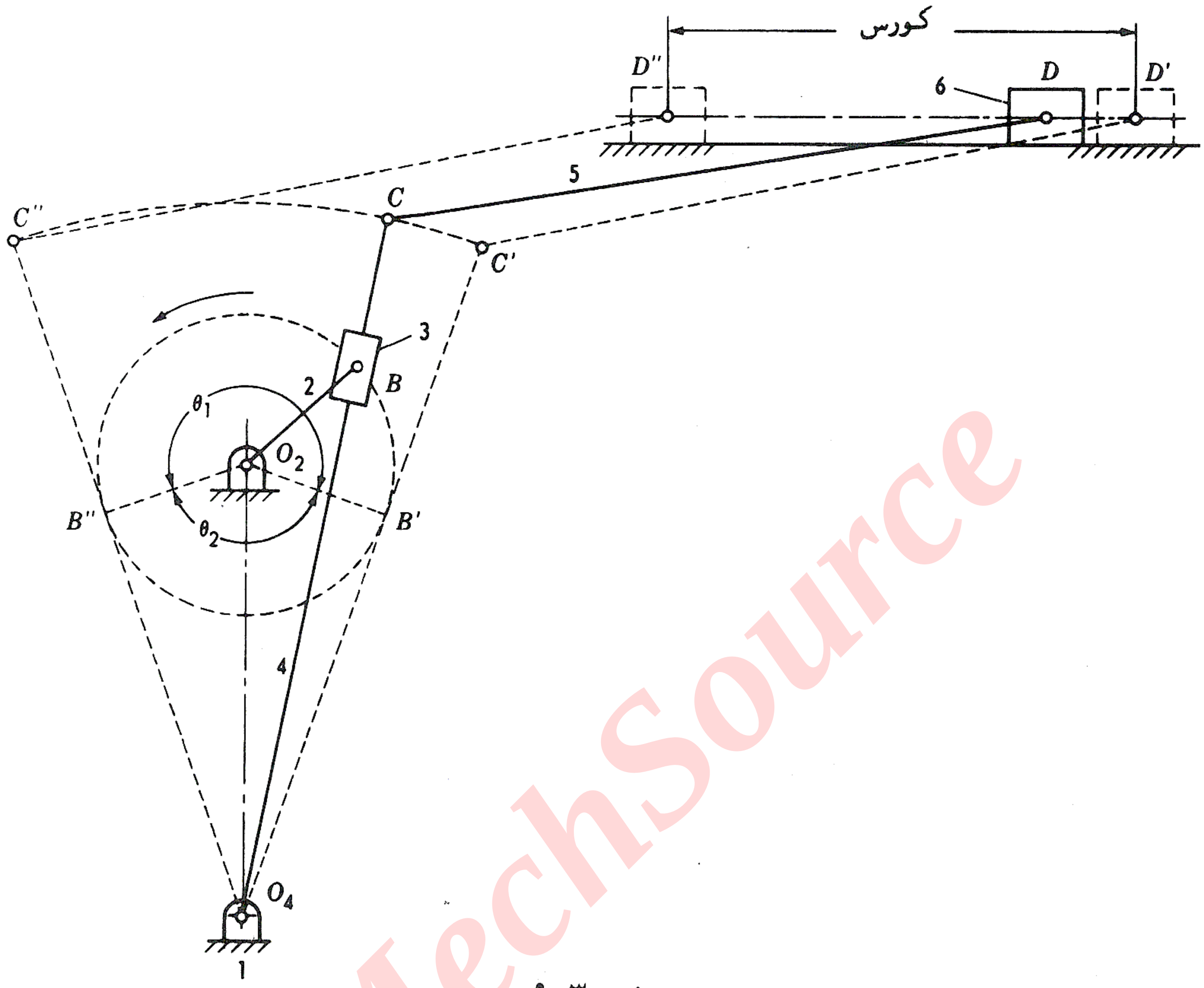
از مکانیزمهای با برگشت سریع در ماشینهای ابزار مثل صفحه‌تراش و اره‌های الکتریکی استفاده می‌گردد. این مکانیزم ضمن ثابت بودن سرعت زاویه‌ای لنگ قادر است ابزار برش ماشین را که دارای حرکت رفت و آمدی است خیلی آرام به جلو برده ولی سریع به عقب برگرداند. بعضی از انواع متداول آن در پایین شرح داده خواهد شد. نسبت زمان لازم جهت براده برداشتن به زمان برگشت به نسبت زمان موسوم بوده و مقدار آن همیشه از واحد بزرگتر می‌باشد.

---

1. Scotch yoke 2. Quick return mechanism

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۹

@MechSource

مکانیزم صفحه‌تراش[1]

در این مکانیزم از برگردان مکانیزم لنگ ـ لغزنده نشان داده شده در شکل ۳ـ۶ استفاده می‌گردد. شکل ۳ـ۹ ترکیبی را نشان می‌دهد که در آن میلهٔ شمارهٔ ۲ دوران کامل نموده و میلهٔ شمارهٔ ۴ نوسان می‌نماید. اگر محرک یعنی عضو شمارهٔ ۲ با سرعت ثابت در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران نماید، لغزندهٔ شمارهٔ ۶ دارای حرکت رفت آرامی به سمت چپ و برگشت سریعی به سمت راست خواهد بود. نسبت زمان برابر θ_1/θ_2 می‌باشد.

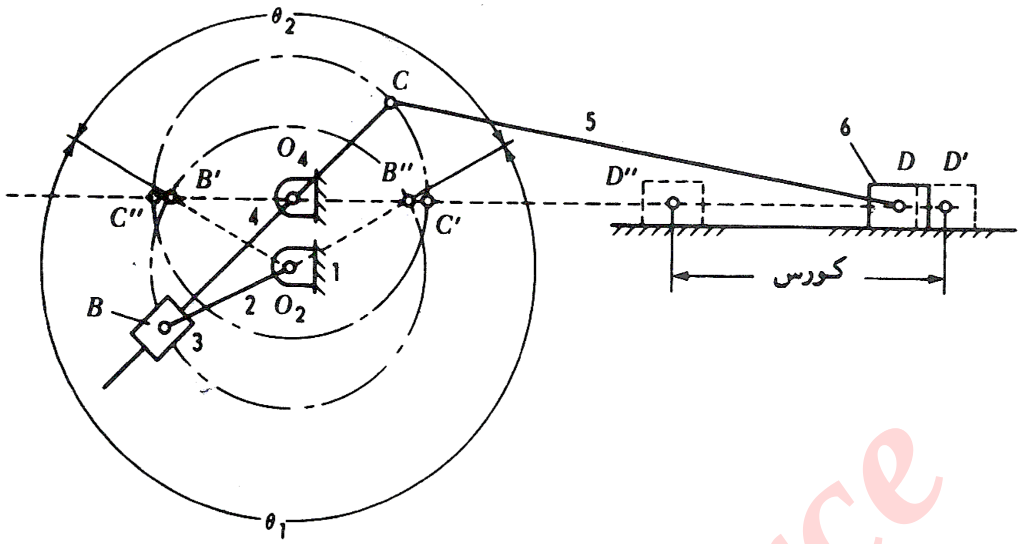
مکانیزم ویت‌ورث[2]

این مکانیزم که در شکل ۳ـ۱۰ نشان داده شده است با کوتاهتر انتخاب نمودن فاصله O_2O_4 در شکل ۳ـ۹ از طول لنگ O_2B به دست خواهد آمد. هر دو عضو شمارهٔ ۲ و ۴ دارای دوران کامل می‌باشند.

1. crank shaper 2. Whitworth

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

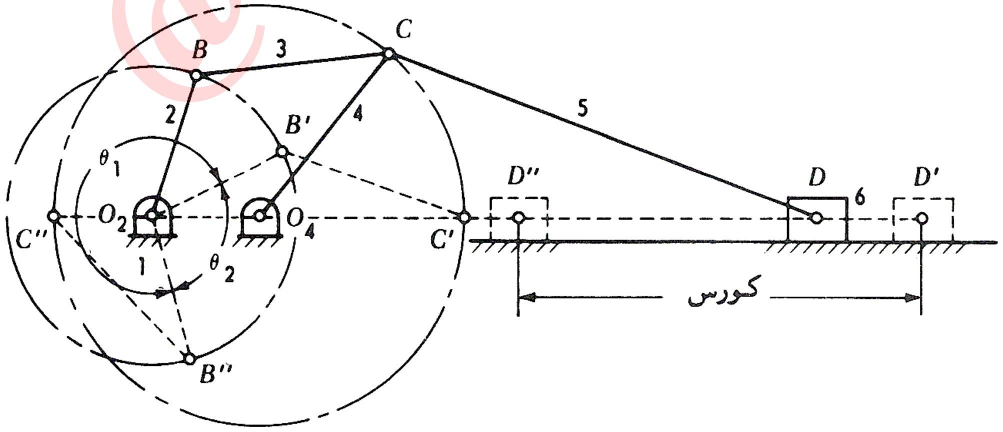


شکل ۳ـ۱۰

اگر محرک یعنی لنگ ۲ با سرعت زاویه‌ای ثابت در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران نماید، لغزنده ۶ در خلال پیمودن زاویهٔ θ_1 توسط لنگ ۲ به آرامی از D' به D'' حرکت می‌کند. سپس در خلال پیمودن زاویهٔ θ_2 توسط لنگ ۲ لغزندهٔ ۶ با یک حرکت سریع از D'' به D' برگشت می‌نماید. نسبت زمان برابر θ_1/θ_2 می‌باشد.

مکانیزم با لنگهای دورانی دوبل[1]

میله‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ از این مکانیزم که در شکل ۳ـ۱۱ نشان داده شده است مطابق آنچه که در قسمت ۳ـ۵ شرح داده شد، یک مکانیزم با لنگهای دورانی دوبل را نشان می‌دهند. اگر محرک یعنی

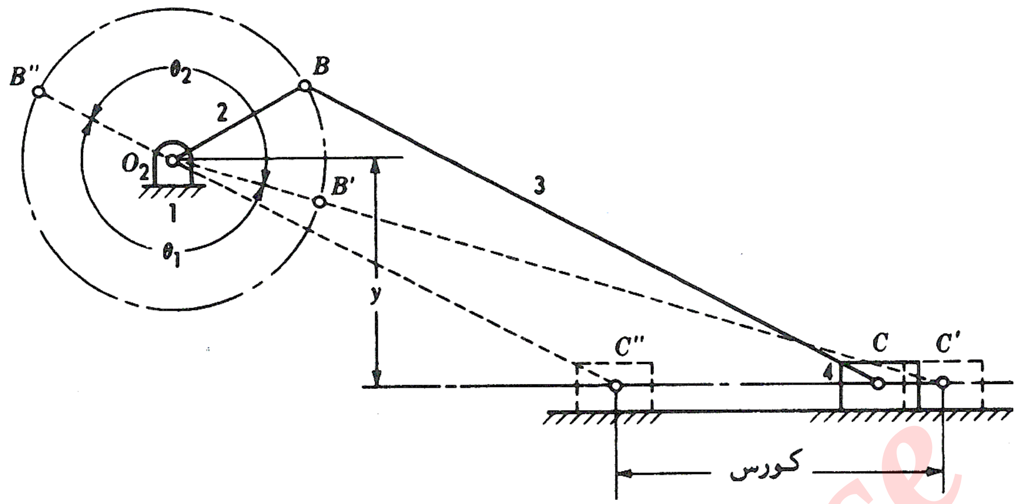


شکل ۳ـ۱۱

1. drag Link

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۱۲

لنگ ۲ با سرعت زاویه‌ای ثابت در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران نماید، لغزندهٔ شمارهٔ ۶ به آرامی به سمت چپ حرکت کرده و آنگاه با برگشتی سریع به سمت راست بر می‌گردد. نسبت زمان برابر θ_1/θ_2 می‌باشد.

مکانیزم لنگ ـ آونگ انحرافی[1]

مکانیزم لنگ را می‌توان مطابق شکل ۳ـ۱۲ به گونه‌ای طراحی نمود که ابتدا حرکت لغزنده نسبت به محور لنگ دارای انحراف y بوده باشد که بدین ترتیب امتداد مسیر حرکت لغزنده از محور لنگ مرور نخواهد کرد. اگرچه این مکانیزم یکی از انواع مکانیزمهای با برگشت سریع می‌باشد ولی به دلیل آنکه نسبت زمان θ_1/θ_2 فقط اندکی از واحد بیشتر است مکانیزم مؤثری نمی‌باشد.

۳ ـ ۹ مکانیزمهای خط مستقیم[2]

مکانیزمهای خط مستقیم مکانیزمهایی می‌باشند که یک نقطهٔ واقع بر آنها بدون آنکه به وسیلهٔ قیدی هدایت شوند در امتداد خطی مستقیم و یا تقریباً مستقیم حرکت می‌کند. بیشتر این مکانیزمها در زمانهای بسیار قدیم قبل از آنکه امکان ماشینکاری سطوح راهنما فراهم باشد طراحی شده‌اند.

مکانیزم *وات* که در شکل ۳ـ۱۳ نشان داده شده حرکتی تقریباً مستقیم‌الخط را ایجاد می‌کند. نقطهٔ P مسیری به شکل عدد هشت فرنگی را طی نموده که قسمت قابل توجهی از آن تقریباً یک خط مستقیم است. نسبت طول میله‌ها می‌بایست طوری باشد که رابطهٔ زیر برقرار باشد

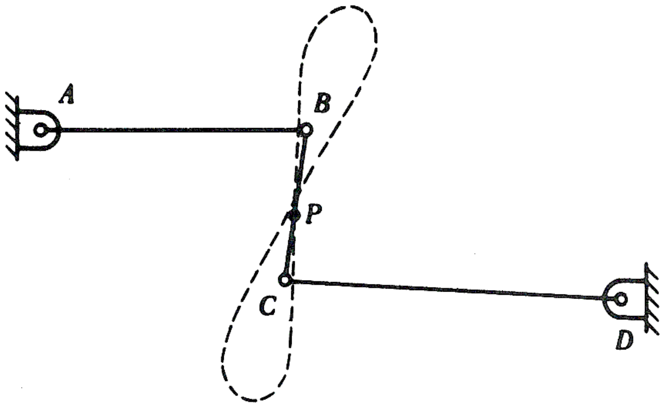
$$\frac{BP}{PC} = \frac{CD}{AB}$$

1. offset slider crank 2. Straight-line mechanisms

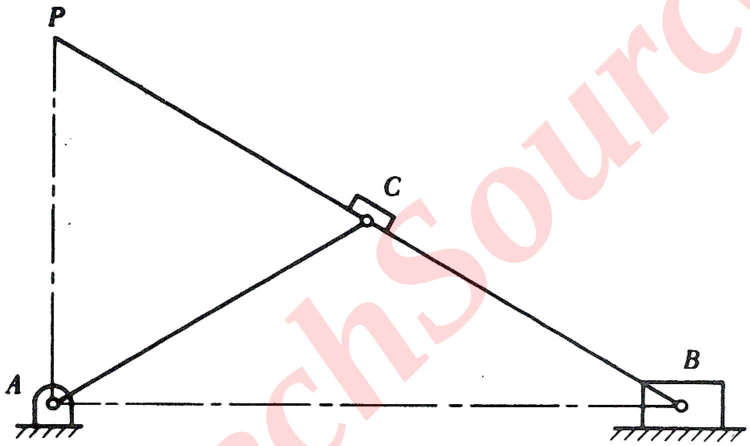
@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۱۳



شکل ۳ـ۱۴

مکانیزم اسکات‌راسل[1] که در شکل ۳ـ۱۴ نشان داده شده است مکانیزمی است که نقطهٔ P آن دقیقاً خط مستقیم را طی می‌نماید. در این مکانیزم $AC = BC = CP$. شکل ۳ـ۱۵ برگردان دیگری از این مکانیزم را نشان می‌دهد، که لغزندهٔ آن با لنگ BD تعویض گردیده، نقطهٔ P این مکانیزم تقریباً دارای حرکت مستقیم‌الخط می‌باشد.

مکانیزم رابرت[2] که در شکل ۳ـ۱۶ نشان داده شده است تقریباً دارای حرکت مستقیم‌الخط است. نقطهٔ P از این مکانیزم تقریباً در امتداد خط AB حرکت می‌کند. طول میله‌ها دارای رابطه زیر می‌باشند.

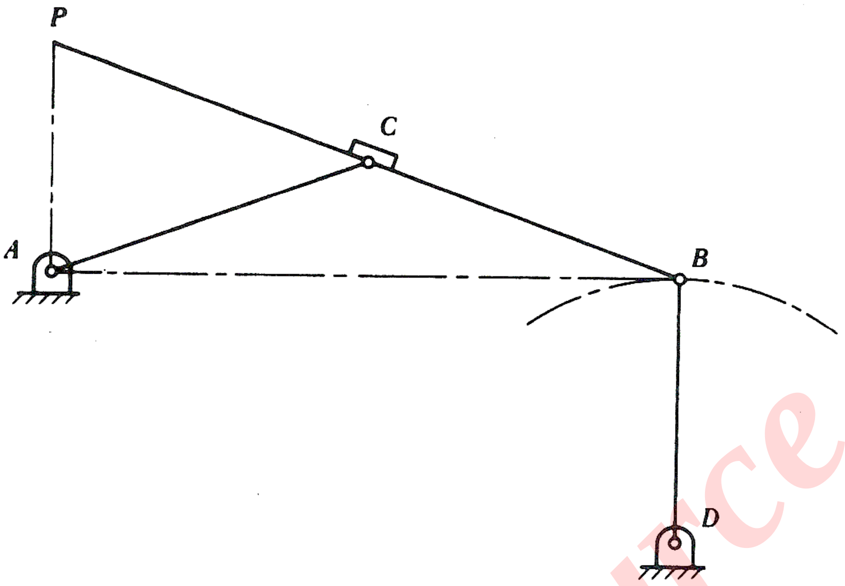
$$CD = AP = PB \text{ و } AC = CP = PD = DB$$

با ازدیاد نسبت ارتفاع مکانیزم به عرض آن می‌توان دقت حرکت را بالا برد.

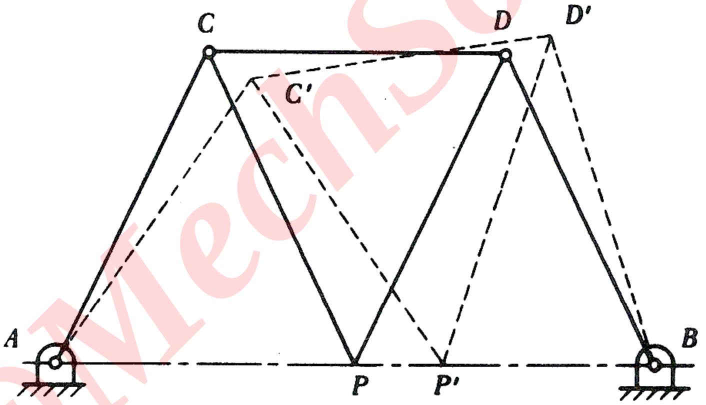
1. Scott Russell 2. Robert's mechanism

https://t.me/MechSource
@MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۱۵



شکل ۳ـ۱۶

@MechSource

مکانیزم شبی‌شف[1] که در شکل ۳ـ۱۷ نشان داده شده است تقریباً دارای حرکت مستقیم‌الخط می‌باشد. نقطهٔ P واقع در وسط CB خیلی نزدیک به خط CB حرکت می‌کند. طول میله‌ها دارای رابطهٔ زیر می‌باشند.

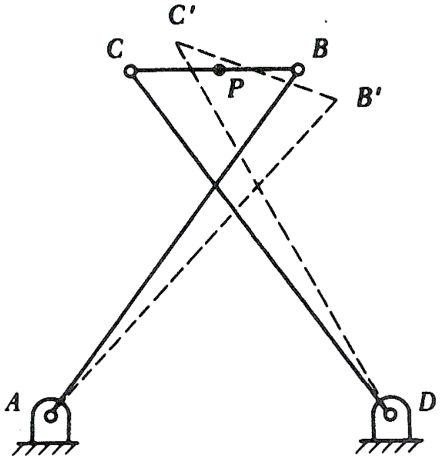
$$AD = ۲CB \text{ و } AB = CD = ۱/۲۵AD$$

نقطهٔ P از مکانیزم پیوکیلیر[2] که در شکل ۳ـ۱۸ نشان داده‌شده است دقیقاً یک خط مستقیم را طی می‌کند. پیوکیلیر شخصی است فرانسوی که در سال ۱۸۶۴ این مکانیزم را معرفی نمود. بین طول

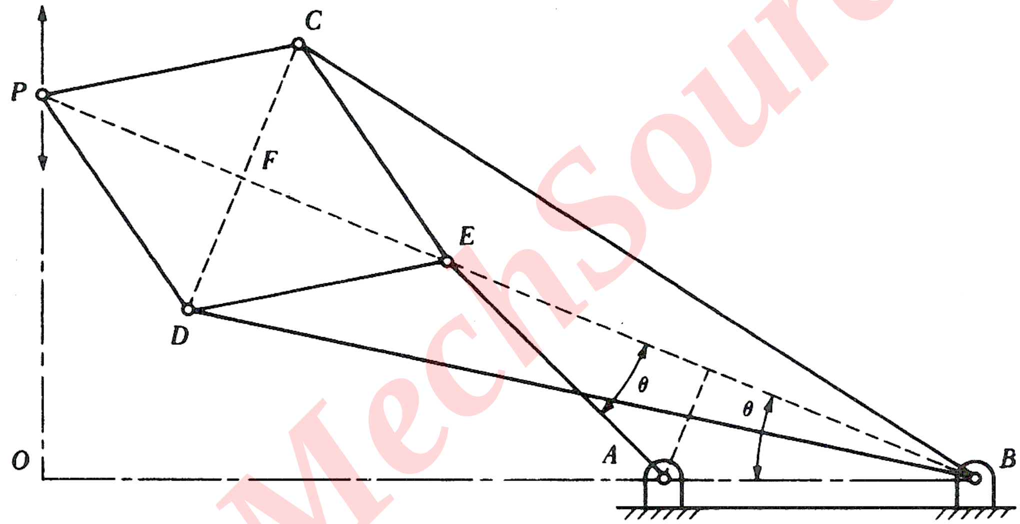
1. Tchebysheff's mechanism
2. Peaucillier's mechanism

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۱۷



شکل ۳ـ۱۸

@MechSource

میله‌های این مکانیزم می‌بایست روابط زیر برقرار باشد.

$$AB = AE\,,\ BC = BD \text{ و } PC = PD = CE = DE$$

حال اثبات خواهد شد که نقطهٔ P در امتداد خطی مستقیم حرکت می‌کند. به دلیل وجود تقارن نقطهٔ E بر روی خط BP واقع بوده و خط CD خط PE را در نقطهٔ F قطع خواهد کرد. BFC و BFD دو مثلث قائم‌الزاویه می‌باشند. بنابراین

$$(BF)^۲ = (BC)^۲ - (CF)^۲ \text{ و } (EF)^۲ = (CE)^۲ - (CF)^۲$$

با حذف $(CF)^۲$ از روابط داده شده

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$(BF)^2 - (EF)^2 = (BC)^2 - (CE)^2$$
$$(BF + EF)(BF - EF) = (BC)^2 - (CE)^2$$

اما

$$BF + EF = BP = \frac{BO}{\cos\theta} \quad \text{و} \quad BF - EF = BE = 2AB\cos\theta$$

پس

$$\frac{BO}{\cos\theta} 2AB\cos\theta = (BC)^2 - (CE)^2$$

و

$$BO = \frac{(BC)^2 - (CE)^2}{2AB} = \text{مقدار ثابت}$$

از این رو نقطهٔ O یعنی تصویر نقطهٔ P بر روی خطی که از AB مرور کرده باشد ثابت می‌باشد. این مطلب بدان‌معنا است‌که نقطهٔ P در امتداد PO که خطی مستقیم و عمود بر AB می‌باشد حرکت می‌کند.

۳ـ۱۰ مکانیزمهای موازی[1]

این دسته از مکانیزمها حرکتهای موازی را پدید می‌آورند. دستگاه کپیه (Pantograph) نشان داده شده در شکل ۳ـ۱۹ برای بزرگ کردن و یا کوچک کردن حرکتها مورد استفاده قرار می‌گیرد. میله‌های شمارهٔ ۲، ۳، ۴ و ۵ یک متوازی‌الاضلاع را تشکیل می‌دهند. میلهٔ شمارهٔ ۳ امتداد یافته و شامل نقطهٔ D می‌باشد. F نقطه‌ای است که از برخورد خطوط AD و CE حادث می‌گردد. از این مکانیزم برای تکرار حرکت با مقیاسی دیگر استفاده می‌گردد. قلم واقع در نقطهٔ F حرکت سوزن و یا قلم واقع در نقطهٔ D را با مقیاسی کوچکتر تکرار می‌کند. قلم واقع در نقطهٔ F و سوزن واقع در نقطهٔ D قابل تعویض می‌باشند. برای آنکه حرکت نقطهٔ F موازی حرکت نقطهٔ D باشد می‌بایست نسبت AD/AF در تمام حالات ثابت باشد. چون در تمام اوضاع مربوط به نقطهٔ D اضلاع مثلثهای AEF و DCF با یکدیگر موازی می‌باشند، این دو مثلث متشابه بوده و بنابراین

$$\frac{AF}{FD} = \frac{AE}{CD} = \text{مقدار ثابت}$$

و

$$\frac{AD}{AF} = \frac{D \text{ اندازهٔ شکل واقع در محل}}{F \text{ اندازهٔ شکل واقع در محل}}$$

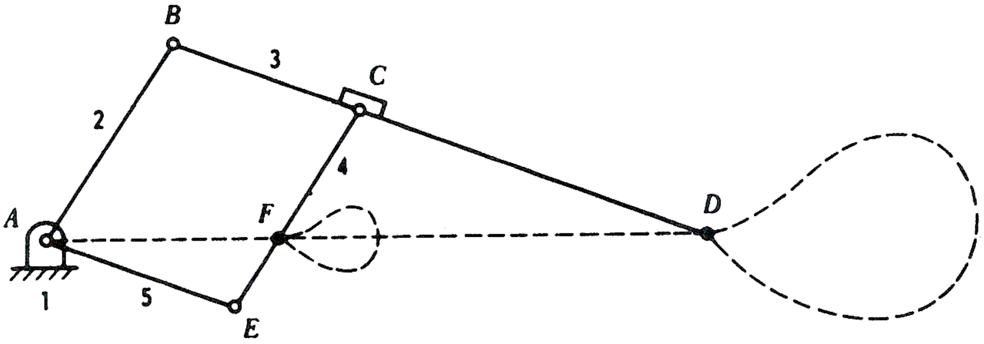
از دستگاههای کپیه و پانتوگرافها معمولاً برای بزرگ و یا کوچک کردن نقشه‌ها استفاده می‌گردد.

---

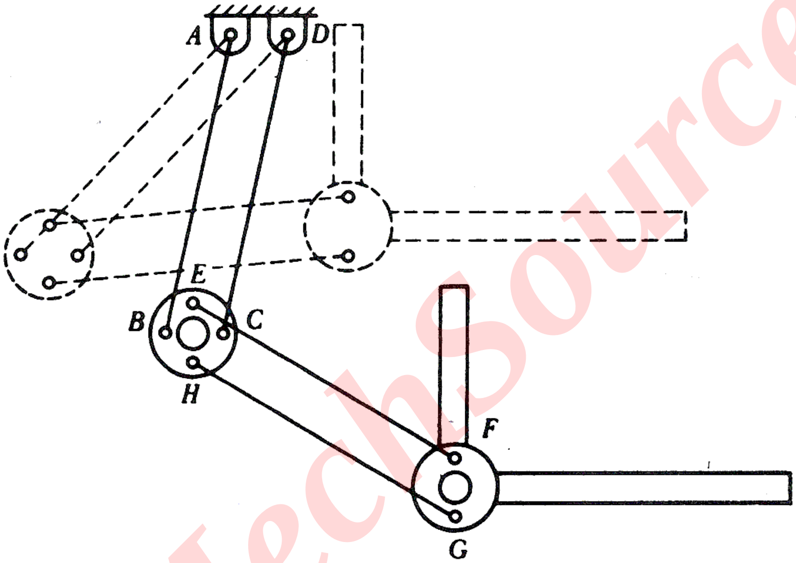
1. Parallel mechanisms

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۱۹



شکل ۳ـ۲۰

از این دستگاهها همچنین به عنوان راهنمای ابزارهای برشی ماشینهای ابزار در کپیه نمودن اشکال پیچیده استفاده می‌گردد.

کاربرد دیگر مکانیزمهای موازی که همه ماکم و بیش با آن آشنا می‌باشیم دستگاههای نقشه‌کشی است که یک نمونهٔ آن در شکل ۳ـ۲۰ نشان داده شده است. متوازی‌الاضلاعهای $ABCD$ و $EFGH$ به وسیلهٔ دیسک $BECH$ به یکدیگر وصل شده‌اند. خط‌کشهای افقی و قائم قادر بوده چرخیده و در هر وضعیتی نسبت به FG گیر داده شوند. با به نوسان درآوردن بازوها خط‌کشها را می‌توان در مواضع موازی به هرجای میز نقشه‌کشی حرکت داد.

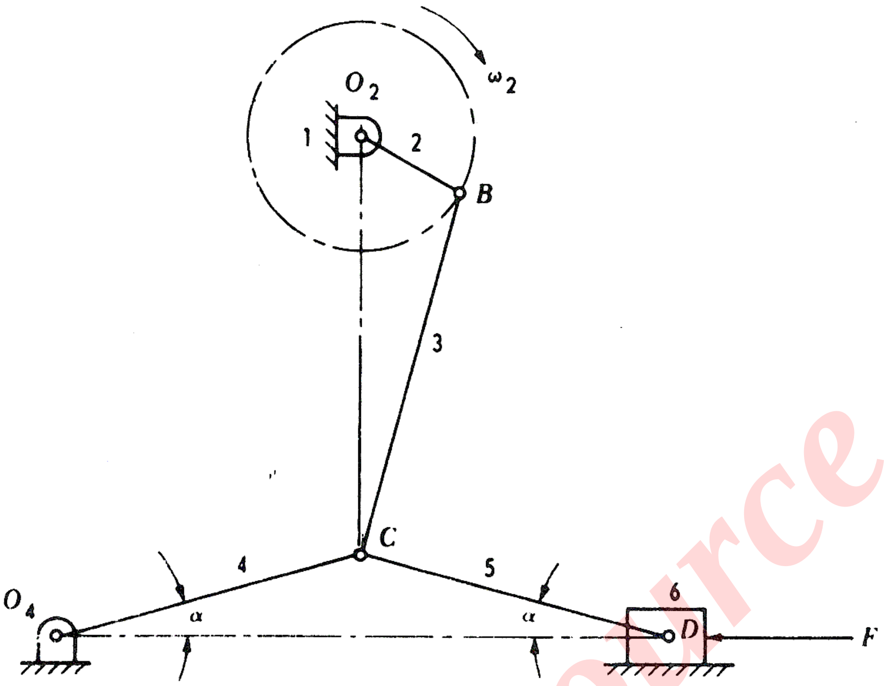
۳ ـ ۱۱ مکانیزمهای تاگل[1]

از این مکانیزم در مواردی استفاده می‌گردد که می‌بایست نیرویی نسبتاً زیاد در فاصله‌ای کوتاه انتقال

1. Toggle mechanisms

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



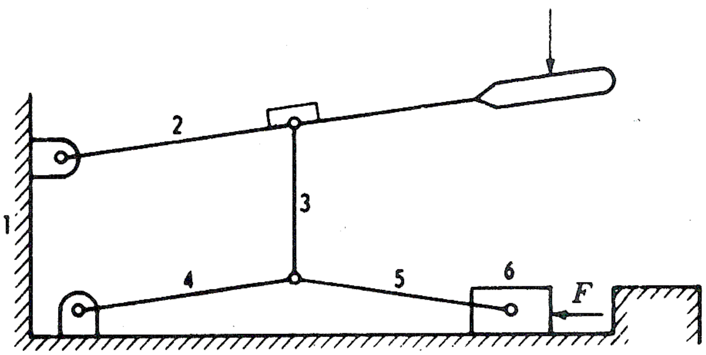
شکل ۳ـ۲۱

یابد. در شکل ۳ـ۲۱ میله‌های شمارهٔ ۴ و ۵ دارای طولهای مساوی می‌باشند. P مؤلفهٔ قائم نیرویی است که میلهٔ شمارهٔ ۳ به پین واقع در نقطهٔ C وارد می‌کند. با تجزیه و تحلیل نیروها در موقعی که زاویهٔ بین BC و O_2C کوچک می‌گردد در می‌یابیم که

$$F = \frac{P}{2\tan\alpha}$$

بنابراین برای مقداری معلوم از P موقعی که میله‌های ۴ و ۵ به خطی مستقیم نزدیک می‌شوند نیروی F به طور ناگهانی بالا می‌رود.

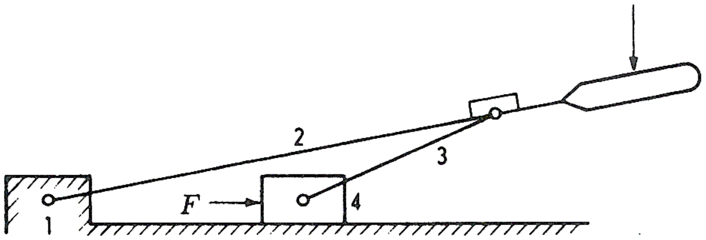
نمونه‌هایی دیگر از این مکانیزم در شکلهای ۳ـ۲۲ و ۳ـ۲۳ نشان داده شده‌اند. از این نوع



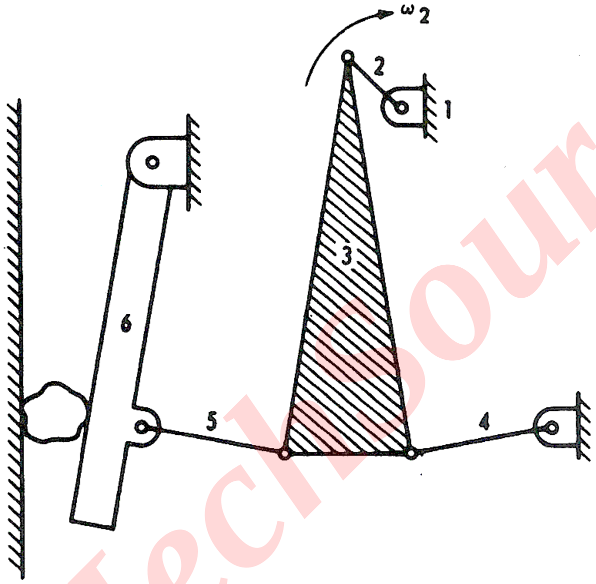
شکل ۳ـ۲۲

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۲۳



شکل ۳ـ۲۴

مکانیزمها در قیدها، ماشینهای پرچ، پرسها و سنگ‌شکنها استفاده می‌گردد. دیاگرام هندسی یک سنگ‌شکن در شکل ۳ـ۲۴ نشان داده شده است.

۳ ـ ۱۲ کوپلینگ الدهم[1]

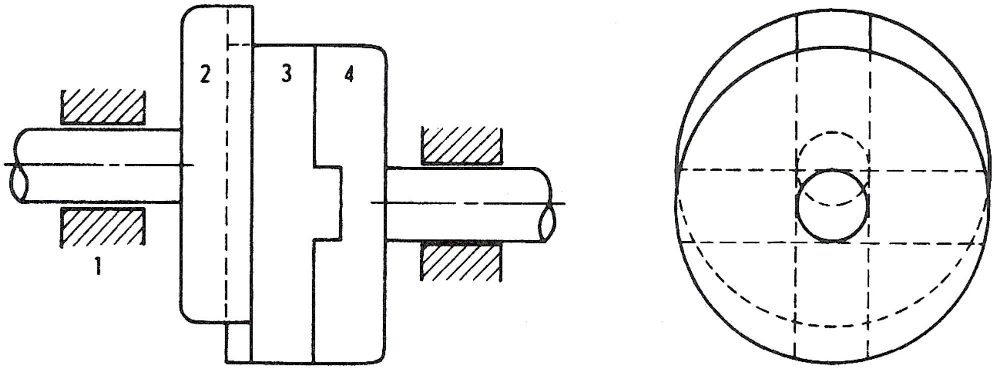
کوپلینگ الدهم نشان داده شده در شکل ۳ـ۲۵ مکانیزمی است برای ارتباط دو شفت با محورهای موازی که در یک امتداد نبوده باشند. دیسک شمارهٔ ۳ در هر طرف خود دارای زبانه‌ای می‌باشد. این زبانه‌ها با یکدیگر ۹۰ درجه زاویه داشته و در شیارهای تعبیه شده در اجزای ۲ و ۴ قرار می‌گیرند. ازآنجا که بین قطعات ۲، ۳ و ۴ هیچ حرکت نسبی وجود ندارد کوپلینگ حرکتی با نسبت سرعت ثابت را انتقال می‌دهد.

1. Oldham coupling

@MechSource

https://t.me/MechSource

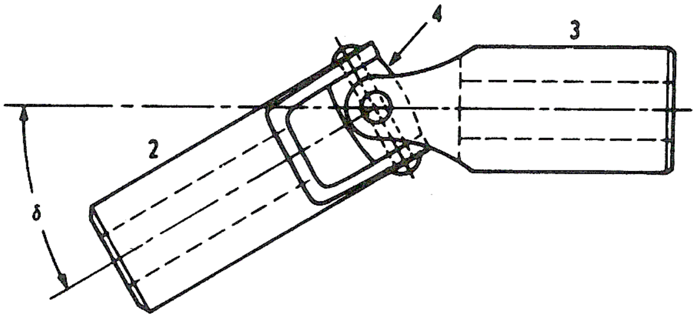
https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۲۵

۳ ـ ۱۳ مفصلهای اونیورسال[1]

از مفصلهای اونیورسال برای ارتباط شفتهای با محورهای متقاطع استفاده می‌گردد. متداولترین نوع این مفصلها مفصل کاردان نشان داده شده در شکل ۳ـ۲۶ می‌باشد. دیاگرام حرکت این نوع مفصل در شکل ۳ـ۲۷ الف نشان داده شده است. در این دیاگرام δ زاویهٔ بین دو شفت می‌باشد. برای موقعیت نشان داده شده دو شاخهٔ شفت شمارهٔ ۲ در صفحهٔ قائم و دو شاخهٔ شفت شمارهٔ ۳ در صفحهٔ افق قرار دارد. عضو واسطه حول محورهای BC و DE لولا می‌باشد. با دوران شفت شمارهٔ ۳ نقطهٔ D مطابق شکل ۳ـ۲۷ د، که یک تصویر جانبی است بر روی دایره‌ای به شعاع R حرکت می‌کند. با دوران شفت شمارهٔ ۲ نقطهٔ B مسیری دایره‌شکل را بر روی صفحهٔ تصویر نشان داده‌شده در شکل ۳ـ۲۷ ج طی می‌کند. حال مسیر حرکت نقطهٔ B را در شکل ۳ـ۲۷ ب در نظر می‌گیریم. تصویر این مسیر بر روی صفحهٔ قائم شکل ۳ـ۲۷ د، یک دایره نبوده بلکه بیضی می‌باشد که با خط‌چین نشان داده شده است. فرض می‌کنیم شفت شمارهٔ ۲ به مقدار θ_2 دوران نموده باشد. آنگاه مطابق شکل ۳ـ۲۷ د، که در آن OB و OB' در صفحه کاغذ واقع بوده و θ_3 زاویه گردشی شفت شماره ۳ می‌باشد، حرکت نقطه B از B به

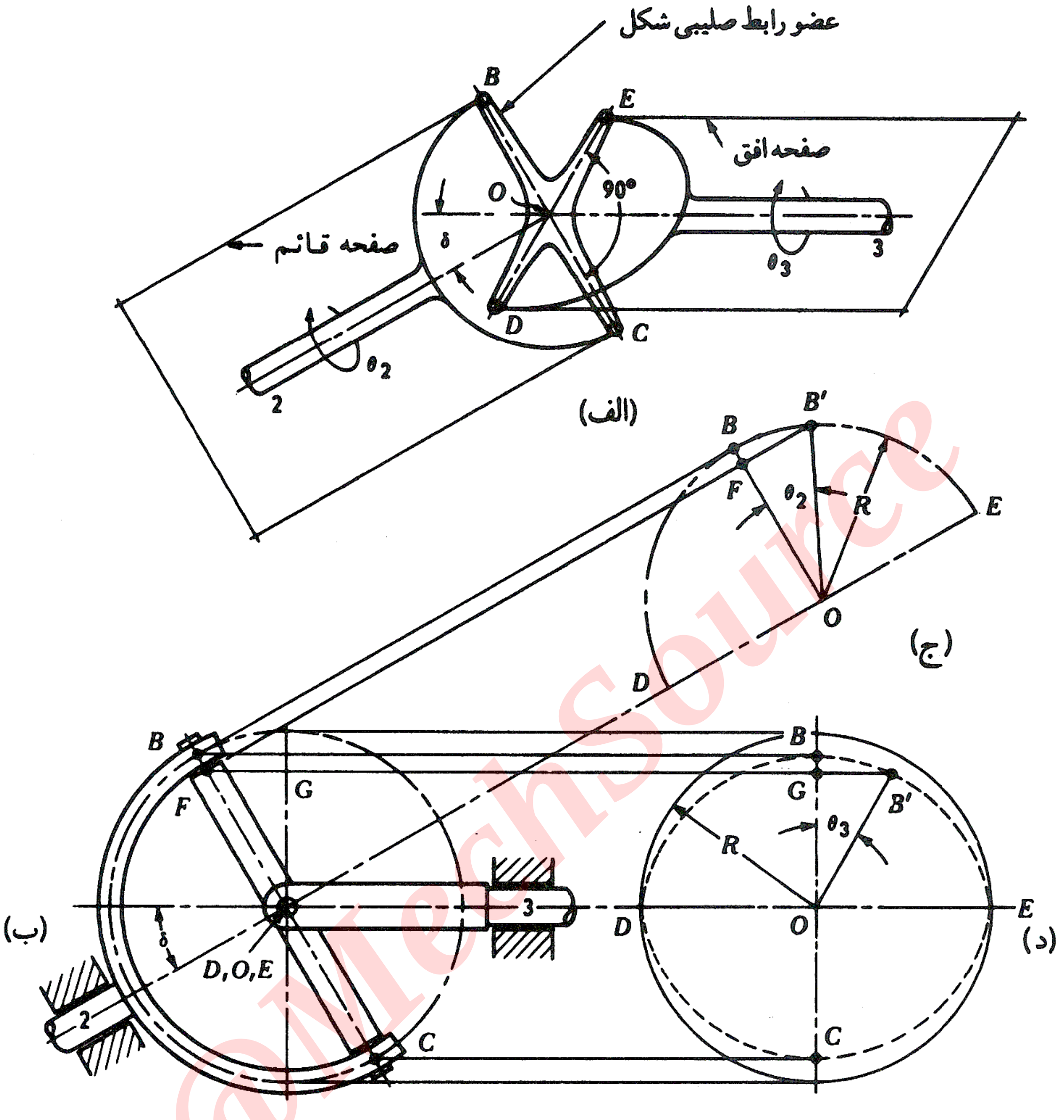


شکل ۳ـ۲۶

1. Universal joints

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۲۷

B' در امتداد بیضی DBE می‌باشد. با توجه به شکل ۳ـ۲۷ ج

$$OF = R\cos\theta_2 \quad \text{و} \quad B'F = R\sin\theta_2$$

در شکل ۳ـ۲۷ ب

$$OG = OF\cos\delta = R\cos\theta_2\cos\delta$$

در شکل ۳ـ۲۷ د، $B'G$ دارای طولی معادل $B'F$ در شکل ۳ـ۲۷ ج می‌باشد. بنابراین

$$B'G = R\sin\theta_2 \quad \text{و} \quad \tan\theta_3 = \frac{B'G}{OG} = \frac{R\sin\theta_2}{R\cos\theta_2\cos\delta}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

و یا

$$\tan\theta_3 = \frac{\tan\theta_2}{\cos\delta} \qquad (۳-۱)$$

زاویهٔ δ معمولاً ثابت بوده و ما چنین فرض خواهیم نمود. با مشتق گرفتن از رابطه (۳-۱) نسبت به زمان می‌توان نسبت سرعت زاویه‌ای را به دست آورد. بنابراین

$$\sec^2\theta_3 \frac{d\theta_3}{dt} = \frac{\sec^2\theta_2}{\cos\delta}\frac{d\theta_2}{dt}$$

اگر

$$\omega_3 = \frac{d\theta_3}{dt} \quad \text{و} \quad \omega_2 = \frac{d\theta_2}{dt}$$

را در رابطهٔ فوق قرار دهیم

$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{\sec^2\theta_3\cos\delta}{\sec^2\theta_2} = \frac{\sec^2\theta_3\cos\delta}{1+\tan^2\theta_2}$$

با قرار دادن رابطهٔ (۳-۱) در رابطه فوق می‌توانیم θ_2 را حذف کنیم. بدین ترتیب به دست می‌آوریم که

$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{\sec^2\theta_3\cos\delta}{1+\tan^2\theta_3\cos^2\delta} = \frac{\cos\delta}{\cos^2\theta_3+\sin^2\theta_3\cos^2\delta}$$

با قرار دادن $\cos^2\delta = 1-\sin^2\delta$

$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{\cos\delta}{1-\sin^2\theta_3\sin^2\delta} \qquad (۳-۲)$$

با فرض مقداری ثابت برای ω_3 و مشتق گرفتن از رابطهٔ (۳-۲) نسبت به زمان به دست می‌آوریم که

$$\alpha_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\omega_3\cos\delta}{1-\sin^2\theta_3\sin^2\delta}\right)$$

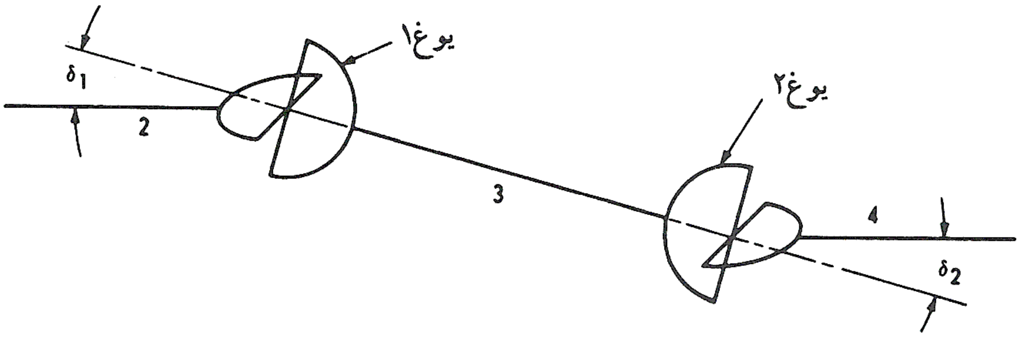
$$= \omega_3\frac{\cos\delta\sin^2\delta\,(2\sin\theta_3\cos\theta_3)d\theta_3/dt}{(1-\sin^2\theta_3\sin^2\delta)^2}$$

$$= \omega_3^2\frac{\cos\delta\sin^2\delta\sin 2\theta_3}{(1-\sin^2\theta_3\sin^2\delta)^2} \qquad (۳-۳)$$

با توجه به رابطهٔ (۳-۲) ملاحظه می‌کنیم که به ازای سرعتی ثابت برای یکی از دو شفت، δ می‌تواند سریعاً به مقدار زیادی ازدیاد پیدا کرده به طوری که تغییرات سرعت شفت دیگر قابل توجه باشد. آنگاه شتابهای مربوطه موجب ارتعاشاتی غیر قابل تحمل می‌گردند. یک راه حل

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۲۸

برای این مسئله استفاده از دو مفصل اونیورسال به ترتیبی است که دومی ارتعاشات ناشی از مفصل اولی را زائل نماید. فرض می‌کنیم شکل ۳ـ۲۸ محرکی بوده باشد که در آن از دو مفصل اونیورسال استفاده شده. شفتهای ۲ و ۴ الزامی نیست که متقاطع باشند. برای آنکه مفصل اونیورسال دوم ارتعاشات ایجادشده توسط مفصل اونیورسال اولی را طوری خنثی نماید که همواره $\omega_۲/\omega_۴$ معادل واحد بوده باشد، می‌بایست زاویهٔ $\delta_۱$ یعنی زاویهٔ بین شفتهای ۲ و ۳ و $\delta_۲$ یعنی زاویهٔ بین شفتهای ۳ و ۴ با یکدیگر مساوی بوده و دو شاخهٔ شمارهٔ ۱ در صفحه حادث از محورهای ۲ و ۳ و دو شاخهٔ شمارهٔ ۲ در صفحه حادث از محورهای ۳ و ۴ واقع باشند.

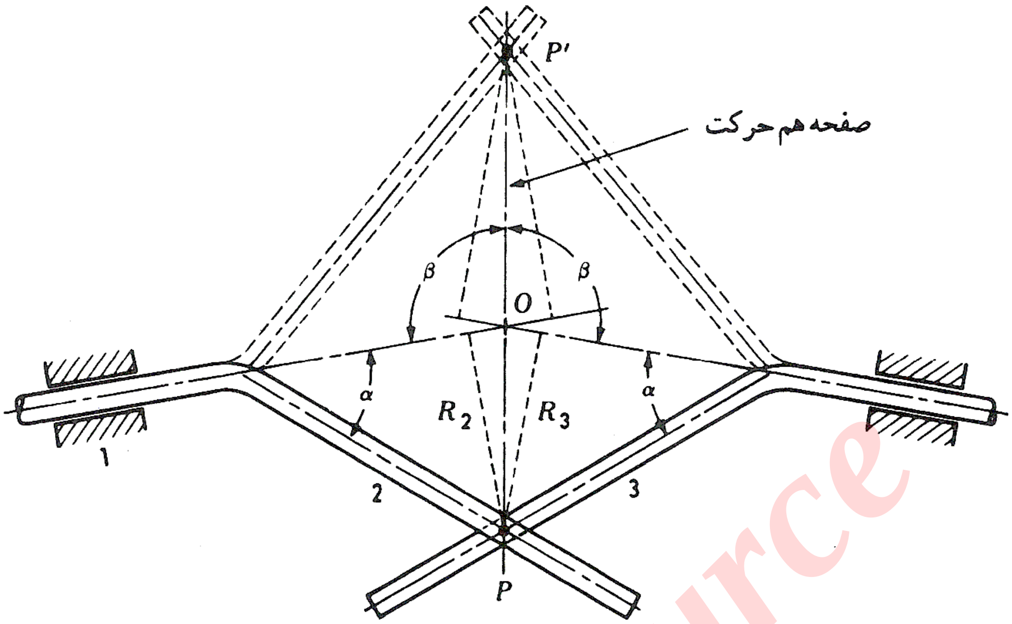
تا به حال چندین مفصل اونیورسال اختراع گردیده که همگی قادرند نسبت سرعت ثابت فوق را تأمین نمایند. ساده‌ترین آنها که در شکل ۳ـ۲۹ نشان داده شده است در اسباب‌بازیّها مورد استفاده قرار گرفته و اصول کار آنها همانند تمام مفصلهای اونیورسال با نسبت سرعت ثابت نیز می‌باشد. محور شفتها که همدیگر را در نقطهٔ O قطع نموده‌اند در صفحهٔ کاغذ واقع بوده و برای موقعیت نشان داده شده در شکل نقطهٔ P نیز در این صفحه می‌باشد. یک صفحهٔ عمود بر صفحهٔ کاغذ که از نقطهٔ P گذشته و زاویهٔ بین دو شفت را به دو قسمت مساوی تقسیم نماید به صفحهٔ هم‌حرکت[1] معروف است. نقطهٔ P در تمام حالات در این صفحه واقع بوده و از این رو شعاعهای $R_۲$ و $R_۳$ همیشه با یکدیگر مساوی بوده و شفتها دارای سرعتهای زاویه‌ای یکسان خواهند بود.

شکلهای ۳ـ۳۰ و ۳ـ۳۱ مفصل بندیکس ویس[2] را نشان می‌دهد. حرکت از یک شفت به شفت دیگر از طریق چهار گلوله که در محفظهٔ دوشاخه شفت‌ها جاسازی شده‌اند انتقال می‌یابد. محفظه‌ها طوری طراحی گردیده‌اند که مرکز هر یک از گلوله‌ها همیشه در صفحه هم‌حرکت واقع می‌باشد. این مطلب در شکل ۳ـ۳۱ نشان داده شده است. بنابراین مفصل یک نسبت سرعت ثابت را ایجاد می‌نماید. یکی از محاسن این مفصل آن است که قادر بوده در محفظه‌ها به عقب و جلو حرکت کرده

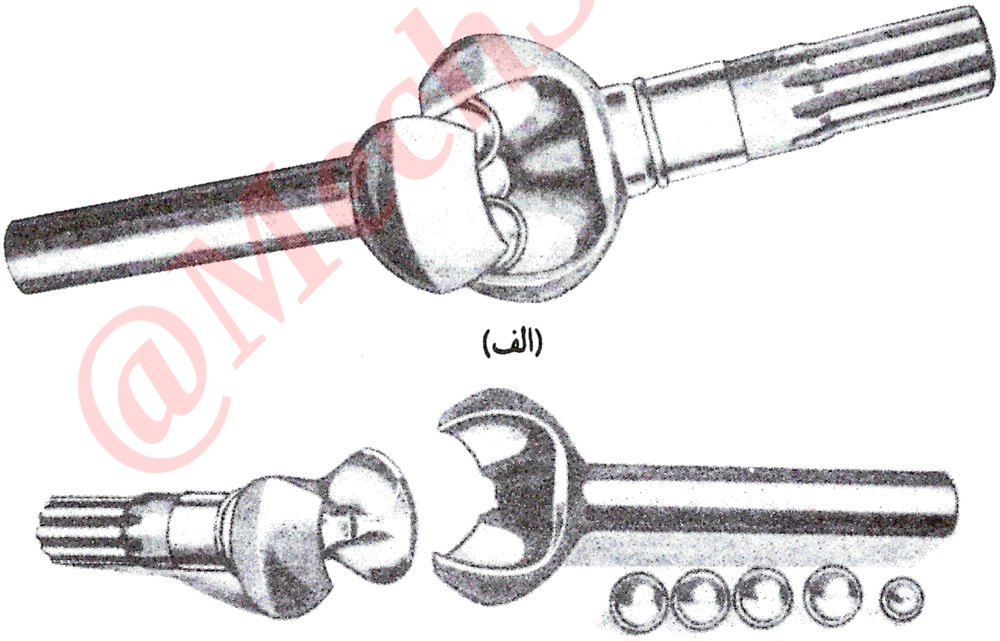
1. homokinetic Plane 2. Bendix-Weiss joint

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۲۹



(الف)

(ب)

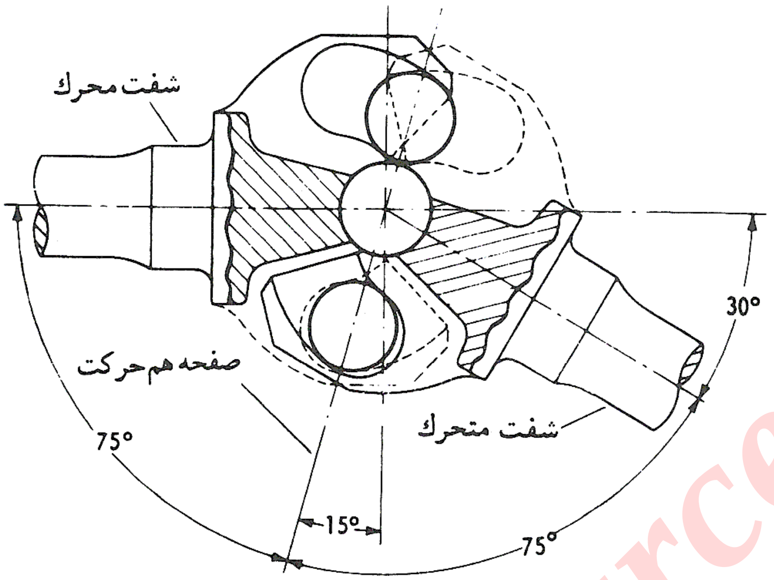
شکل ۳ـ۳۰

و بدون‌لغزشی در اتصال‌حرکت‌را انتقال‌دهند.از یک‌گلوله پنجم‌که مرکزش‌در محل‌برخورد محورهای دو شفت واقع می‌باشد، جهت قفل نمودن مجموعه و تحمل فشارهای انتهایی استفاده می‌گردد.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳-۳۱

۳ ـ ۱۴ مکانیزمهای نوبه‌ای[1]

یک مکانیزم نوبه‌ای مکانیزمی است که حرکت مداوم را به حرکت نوبه‌ای تبدیل می‌کند. این مکانیزمها اغلب در ماشینهای ابزار برای حرکت یک شفت که سرعت شروع و اختتام آن صفر می‌باشد مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای مثال میز کار ماشین ابزاری که قطعه کار جدید را در موقعیت ماشینکاری توسط رنده قرار می‌دهد دارای چنین حرکتی می‌باشد.

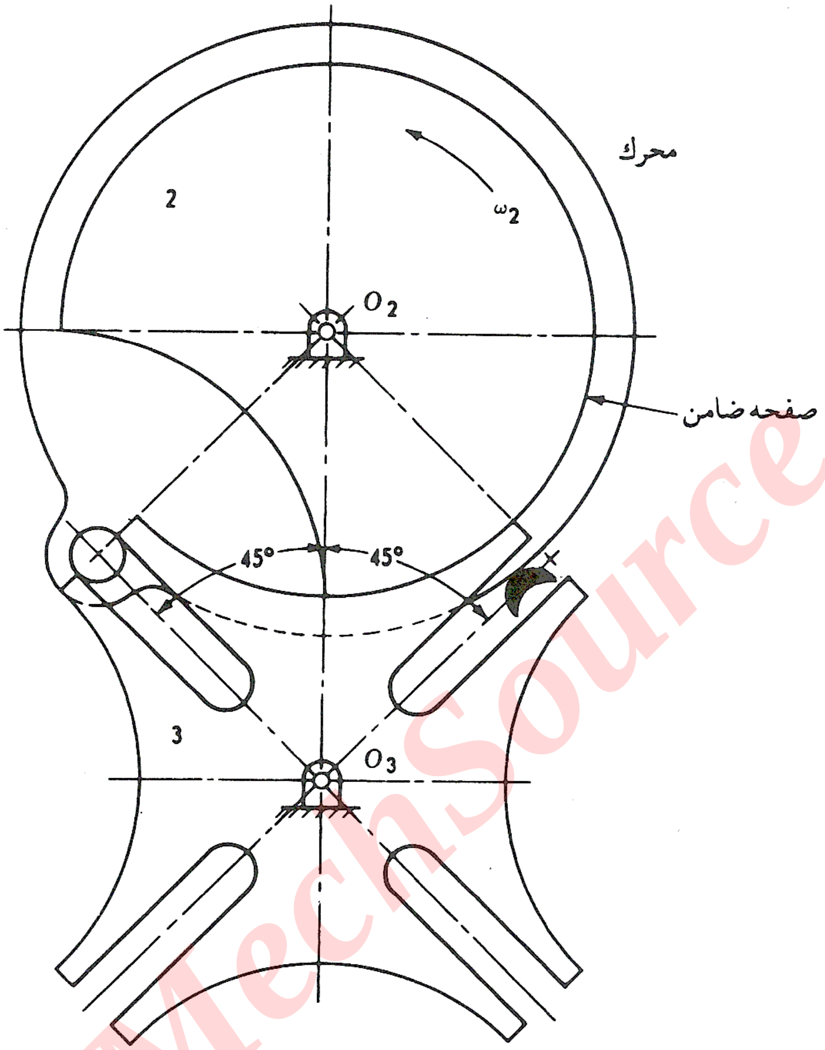
چرخ ژنوا[2]

این مکانیزم در شکل ۳-۳۲ نشان داده شده است. عضو شمارهٔ ۲ محرک بوده و شامل پینی است که با وارد شدن در شیارهای عضو شمارهٔ ۳ با آن درگیر می‌شود. شیارها طوری پیش‌بینی شده‌اند که پین در وضعیت مماس به چرخ در شیارها وارد و از آن خارج می‌گردد. بنابراین یکی از محاسن این مکانیزم آن است که در حین درگیری پین و چرخ ضربه‌ای ایجاد نمی‌گردد. در مکانیزم خاصی که نشان داده شده است، متحرک به ازای هر دور کامل محرک یک‌چهارم دور دوران می‌نماید. اما می‌توان از نسبت سرعتی غیر از چهار به یک استفاده نمود. صفحهٔ قفل‌کننده‌ای که بر روی محرک تعبیه شده است مانع حرکت متحرک در تمام اوضاع مگر موقعی که پین با چرخ درگیر است می‌گردد.

1. intermittent-motion mechanisms
2. geneva wheel

https://t.me/MechSource
@MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۳۲

@MechSource

جغجغه‌ها[1]

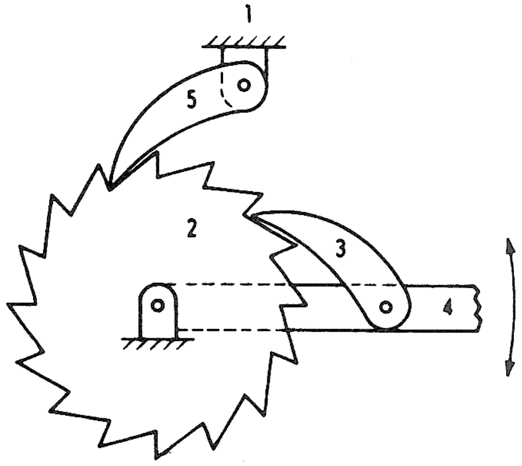
از جغجغه‌ها برای تبدیل حرکت دورانی و انتقالی به حرکت دورانی و یا انتقالی نوبه‌ای استفاده می‌گردد. در شکل ۳ـ۳۳ عضو شمارهٔ ۲، به چرخ جغجغه و عضو شمارهٔ ۳ به زبانه موسوم می‌باشند. با نوسان نمودن اهرم، زبانهٔ جغجغه با حرکتی نوبه‌ای در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران خواهد نمود. اغلب زبانه نگهدارندهٔ شمارهٔ ۵ به منظور ممانعت از حرکت معکوس جغجغه استفاده می‌گردد.

شکل ۳ـ۳۴ مکانیزم جغجغه‌ای را نشان می‌دهد که طول بازوی لنگ آن، یعنی عضو شمارهٔ ۶ قابل تنظیم می‌باشد. با دوران لنگ شمارهٔ ۶ به هر طرف، عضو شمارهٔ ۴ نوسان نموده و چرخ شمارهٔ

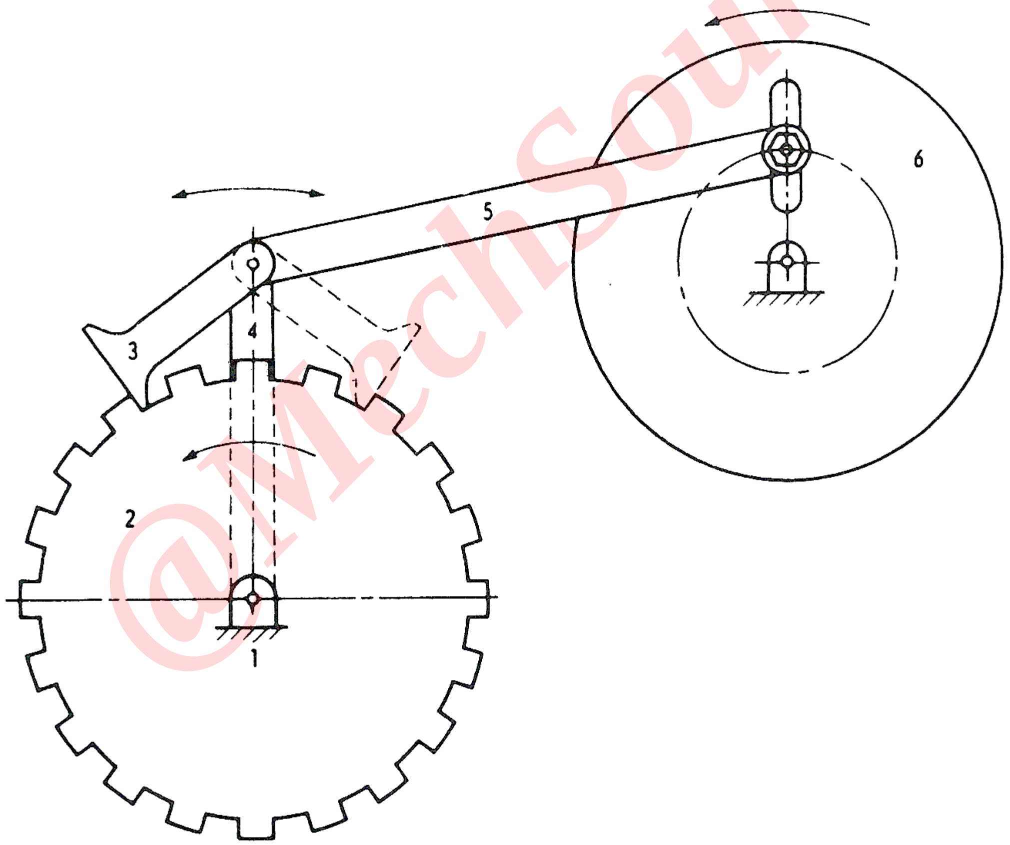
1. Ratchets

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۳۳



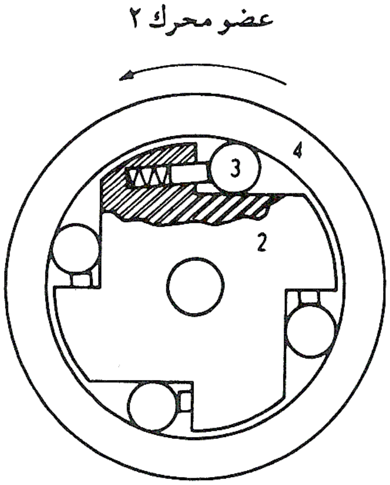
شکل ۳ـ۳۴

۲ با حرکتی نوبه‌ای در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران می‌نماید. اگر زبانهٔ شمارهٔ ۳ در وضعیت خط‌چین قرار داده شود، جغجغه در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران خواهد نمود.

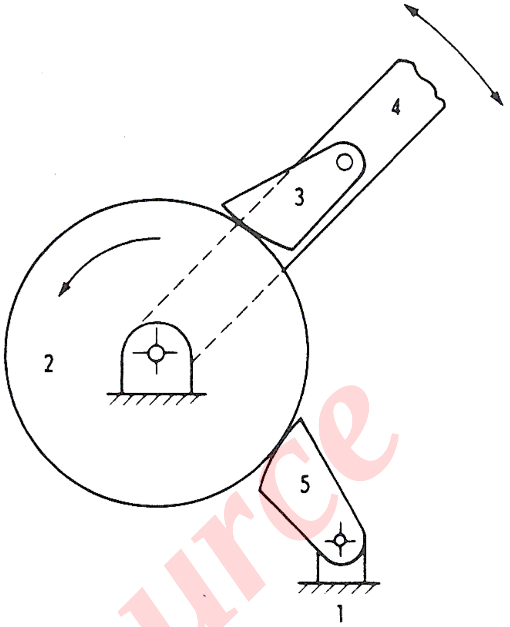
یک نوع جغجغهٔ آرام و بی‌سر و صدا در شکل ۳ـ۳۵ نشان داده شده است. در این مکانیزم روی چرخ جغجغه هیچ دندانه‌ای وجود نداشته و ارتباط از طریق سطوحی صاف صورت می‌گیرد. عضو

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۳۶



شکل ۳ـ۳۵

شمارهٔ ۵ یک زبانهٔ نگهدارنده می‌باشد.

شکل ۳ـ۳۶ یک نوع جغجغهٔ آرام ساچمه‌ای را نشان می‌دهد. زاویهٔ کوچک بین سطوح تخت عضو داخلی و مماس بر سطح داخلی عضو خارجی در نقطهٔ تماس ساچمه‌ها به هنگام دوران عضو خارجی در جهت گردش عقربه‌های ساعت، موجب عملی گوه‌مانند می‌شود. بنابراین اگر عضو شمارهٔ ۲، در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران نماید، این عضو محرک و اگر عضو شمارهٔ ۴ در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران نماید، این عضو محرک خواهد بود .از این وسیله همچنین به عنوان نوعی کلاچ استفاده می‌گردد. به هنگام استفاده از آن به عنوان کلاچ، فرض کنید عضو شمارهٔ ۲ محرک بوده و در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران می‌نماید. اگر عضو شمارهٔ ۲ متوقف باشد عضو شمارهٔ ۴ می‌تواند یک چرخ آزاد و خلاص باشد. با روشی مشابه فرض کنید، عضو شمارهٔ ۴ محرک بوده و در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران می‌نماید. اگر عضو شمارهٔ ۴ متوقف باشد عضو شماره ۲ می‌تواند یک چرخ آزاد و خلاص باشد. اگر بتوان عضو شمارهٔ ۴ را خلاص نمود امکان دست‌یابی به سرعتهای بیشتری خواهد بود.

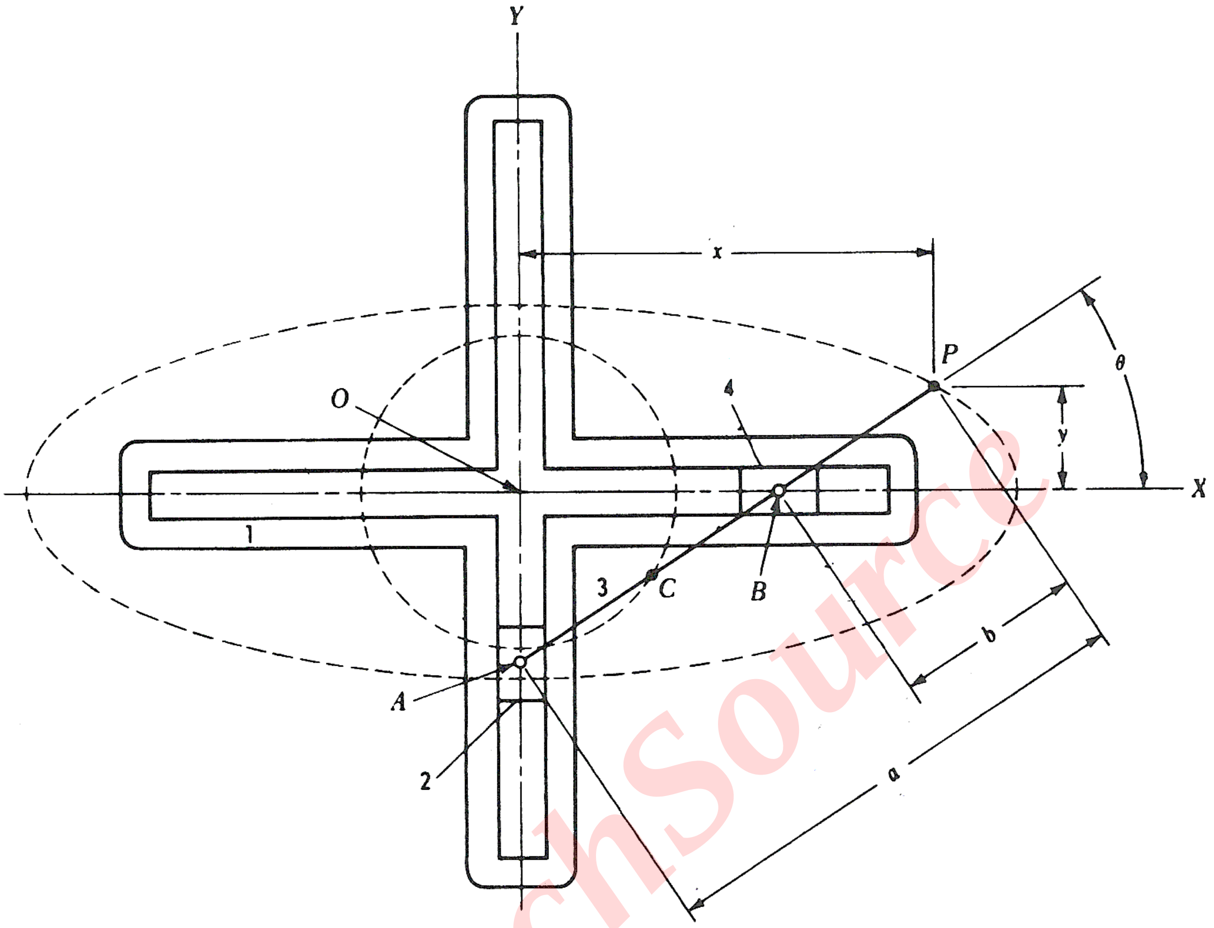
۳ ـ ۱۵ پرگار بیضی‌کش[1]

پرگار نشان داده شده در شکل ۳ـ۳۷، وسیله‌ای است برای رسم بیضی‌ها. بازوی شمارهٔ ۳ به

1. elliptic trammel

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۳ـ۳۷

@MechSource

لغزنده‌های ۲ و ۴ که در شکافهای قطعهٔ شمارهٔ ۱ حرکت می‌کنند پرچ‌شده و نقطهٔ P بر روی یک منحنی حرکت می‌کند.

با توجه به شکل

$$x = a \cos \theta$$

و

$$y = b \sin \theta$$

بنابراین

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (۳-۴)$$

که معادلهٔ یک بیضی بوده که مرکزش منطبق بر مبدأ می‌باشد. a برابر نصف قطر بلندتر و b برابر نصف قطر کوتاه‌تر می‌باشد. هنگامی که از این وسیله به عنوان پرگار استفاده می‌گردد می‌بایست یک

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

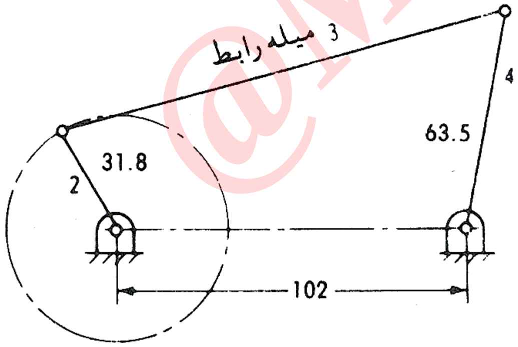
قلم و یا مداد در نقطهٔ P قرار داد و طولهای a و b را تنظیم نمود. اگر نقطهٔ P در موقعیت C میان A و B قرار داده شود، آنگاه a و b با یکدیگر مساوی بوده و رابطهٔ (۳ـ۴) به فرم زیر که رابطهٔ یک دایره به شعاع a می‌باشد در می‌آید.

$$x^2 + y^2 = a^2$$

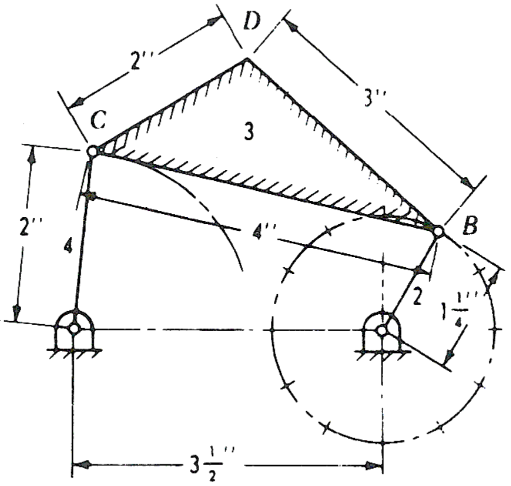
تمرینها

۳ـ۱ مکان هندسی نقطهٔ D از مکانیزم چهارمیله‌ای نشان داده شده در شکل ۳ـP۱ را به ازای هر ۳۰ درجه گردش لنگ ۲ رسم کنید. براساس نقاط به دست آمده یک منحنی صاف رسم کنید. برای راحتی و سهولت کار بهتر است عضو شمارهٔ ۳ را که شامل نقاط B، C و D می‌باشد بر روی کاغذ کالک رسم کرده و در هر مرحله از گردش لنگ آن را بر روی نقشهٔ خود قرار دهید. با قرار دادن نقطهٔ B در انتهای لنگ می‌توان، موقعیت نقطهٔ C را بر روی دایره پیموده شده توسط C به دست آورد. آنگاه از محل نقطهٔ D واقع بر روی کاغذ کالک علامتی روی کاغذ رسم می‌گذاریم.

۳ـ۲ در شکل ۳ـP۲ لنگ شمارهٔ ۲ دارای حرکت مداوم و عضو شمارهٔ ۴ دارای حرکت نوسانی می‌باشد. ماکزیمم و مینیمم مقدار طول میلهٔ رابط شمارهٔ ۳ برحسب میلیمتر چقدر خواهد بود.



شکل ۳ـP۲



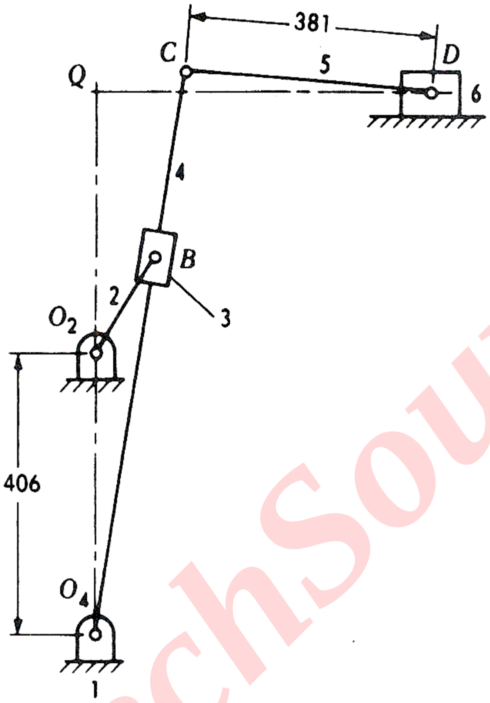
شکل ۳ـP۱

۳ـ۳ یک مکانیزم مطابق شکل ۳ـP۳ را طوری طراحی کنید که ضمن دارا بودن کورس کاری معادل ۶۵ میلیمتر دارای نسبت زمانی ۱٫۷۵:۱ باشد. مضافاً مسیر DQ مربوط به نقطهٔ D می‌بایست در وسط بالاترین و پایینترین نقاط مفروض مربوط به نقطهٔ C به هنگام حرکت در امتداد دایره‌ای به شعاع O_4C باشد. اندازه‌های ثابت در روی شکل مشخص شده است. مقادیر لازم برای O_2B، O_4C و

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

O_4Q را حساب کنید. با استفاده از مقیاس ۱ mm = ۱۰ mm، نقشهٔ مکانیزم را رسم نموده و این مقادیر را به طریقهٔ ترسیمی کنترل نمایید. اگر لنگ با سرعت ثابت ۴۰ دور در دقیقه دوران نماید، سرعت متوسط لغزنده شمارهٔ ۶ را به هنگام کار و برگشت برحسب متر بر ثانیه تعیین کنید.



شکل ۳ـ P۳

۳ـ۴ یک مکانیزم ویت‌ورث با برگشت سریع مشابه شکل ۳ـ۱۰ را طراحی نمایید. لنگ محرک می‌بایست با سرعت ثابت در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران نموده و نسبت زمان می‌بایست ۲:۱ باشد. حرکت کند لغزنده شمارهٔ ۶ می‌بایست به طرف چپ باشد. طول O_2O_4 برابر ۷۵ میلیمتر و کورس مکانیزم برابر ۳۴۰ میلیمتر می‌باشد. به علاوه فرض کنید طول CD سه برابر O_4C می‌باشد. توجه: پین O_2 ممکن است برحسب لزوم بالا و پایین پین O_4 قرار داشته باشد. مکانیزم را با مقیاس ۱ mm = ۶ mm در وضعیتی که لغزندهٔ شمارهٔ ۶ در منتهی‌الیه سمت راست قرار دارد رسم نموده و مقادیر لازم برای طولهای O_2B، O_4C و CD را تعیین کنید.

۳ـ۵ یک مکانیزم خط مستقیم وات که در فاصلهٔ ۷۵ میلیمتر خیلی نزدیک به خط مستقیم می‌باشد را طراحی کنید. پیشنهاد: پیش‌فرضی به صورت $AB = BC = CD =$ ۵۰ mm را در نظر گرفته و D را ۱۰۰ میلیمتر به سمت راست و ۵۰ میلیمتر زیر نقطهٔ A قرار دهید. با حرکت لنگ AB از پایینترین موقعیتش به بالاترین موقعیت آن به ازای هر ۱۰ درجه مسیر نقطهٔ P را رسم کنید. آنگاه طول قسمت مستقیم مسیر را اندازه‌گیری کنید. این طول را h نامیده و مقدار آن را با یک خط اندازه در روی نقشه

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

نشان دهید. اندازه‌های مورد نیاز برابر خواهند بود با حاصلضرب اعداد مفروض فوق در نسبت طول خط مستقیم دلخواه به h.

۳-۶ با استفاده از رابطه (۳-۲) نشان دهید برای یک سرعت ثابت از شفت ۲

$$\frac{\omega_{۳\max} - \omega_{۳\min}}{\omega_۲} = \sin\delta \tan\delta$$

آنگاه با استفاده از مقادیر ۰، ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰ و ۴۵ درجه برای δ منحنی

$$\left(\frac{\omega_{۳\max} - \omega_{۳\min}}{\omega_۲}\right) ۱۰۰$$

را نسبت به δ رسم کنید.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۴

مراکز آنی

۴ ـ ۱ مقدمه

در دو فصل بعد، چند روش برای تعیین سرعتها در مکانیزمها ارائه خواهد شد. یکی از این روشها نیاز به معلوماتی راجع به مراکز آنی دارد. به علت تأثیر زمان لازم در انجام کاری معلوم مثل ماشینکاری یک قطعه سرعت از اهمیت خاص برخوردار می‌باشد. قدرت عبارت است از حاصلضرب نیرو و زمان. بنابراین در انتقال مقدار معلومی قدرت می‌توان با تغییر سرعت اعضای مختلف مکانیزم از طریق تغییر اندازه‌های اعضا، نیرو و تنشهای حاصله در اعضاء را تقلیل داد. اصطکاک و خوردگی در اجزای ماشینها نیز ارتباط با سرعت دارد. مضافاً برای تجزیه و تحلیلی در شتاب نیاز به سرعتهای مختلف مکانیزم می‌باشد.

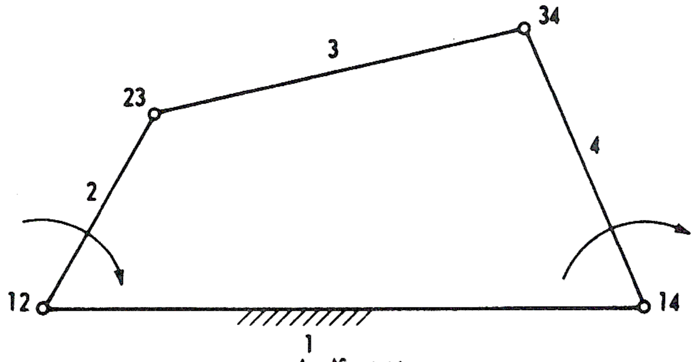
به هنگام تعیین سرعتهای مکانیزم در واقع، سرعتهای اعضای مختلف مکانیزم را برای وضعیت لحظه‌ای تعیین می‌کنیم. به طوری که ملاحظه خواهیم کرد هر عضوی که دارای حرکت واقع در صفحه بوده باشد را می‌توان به عنوان جسمی در نظر گرفت که به طور لحظه‌ای حول نقطه‌ای واقع در صفحه حرکت دورانی می‌نماید. در حالی که برای بعضی از اعضاء این مراکز دوران ثابت می‌باشد، سایر مراکز دوران متحرک هستند. اصطلاح مرکز آنی برای نشان دادن مرکز دوران یک جسم در هر لحظه مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۴ ـ ۲ مرکز آنی

مرکز آنی را می‌توان به دو صورت زیر تعریف نمود. ۱) مرکز آنی نقطه‌ای واقع بر یک جسم بوده که عضو دیگری به طور دائم و یا لحظه‌ای حول آن دوران می‌نماید. ۲) مرکز آنی نقطه‌ای مشترک واقع بر دو جسم می‌باشد که سرعتهای آنها چه از نظر مقدار و چه از نظر امتداد و جهت با یکدیگر یکسان می‌باشند. هر دو تعریف مهم بوده و از آنها برای جایابی مراکز آنی استفاده خواهیم کرد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۴ـ۱

۴ـ۳ مرکز آنی در مفصلهای پینی

در مکانیزم چهارمیله‌ای نشان داده شده در شکل ۴ـ۱، هر مفصل پینی یک مرکز آنی می‌باشد. معمول چنین است که این مراکز را با شماره میله‌هایی که در این نقطه به هم پین شده‌اند مشخص می‌نمایند. بنابراین نقطه واقع بر میله شماره ۱ که میله شماره ۲ حول آن دوران می‌نماید را با ۱۲ نشان داده و یک دو تلفظ می‌نمایند. اگر میله ۲ ثابت فرض شده و اجازه داده شود که میله ۱ دوران نماید حرکت نسبی میله‌های ۱ و ۲ تغییر نکرده و دوران حول نقطه ۱۲ صورت خواهد گرفت. بنابراین مرکز آنی ۱۲ را می‌توان نقطه‌ای واقع بر میله ۲ دانست که میله شماره ۱ حول آن دوران می‌نماید. به همین ترتیب مرکز آنی ۲۳ (که دو سه تلفظ می‌گردد) نقطه‌ای واقع بر میله شماره ۲ بوده که میله شماره ۳ حول آن دوران می‌نماید، و یا نقطه‌ای واقع بر میله شماره ۳ بوده که میله شماره ۲ حول آن دوران می‌نماید. مراکز آنی ۱۲ و ۱۴ در حین کار مکانیزم در بدنه ثابت بوده و بنابراین آنها را *مراکز ثابت*[1] می‌نامند. از آنجا که مراکز آنی ۲۳ و ۳۴ نسبت به بدنه متحرک می‌باشند آنها را *مراکز متحرک*[2] می‌نامند.

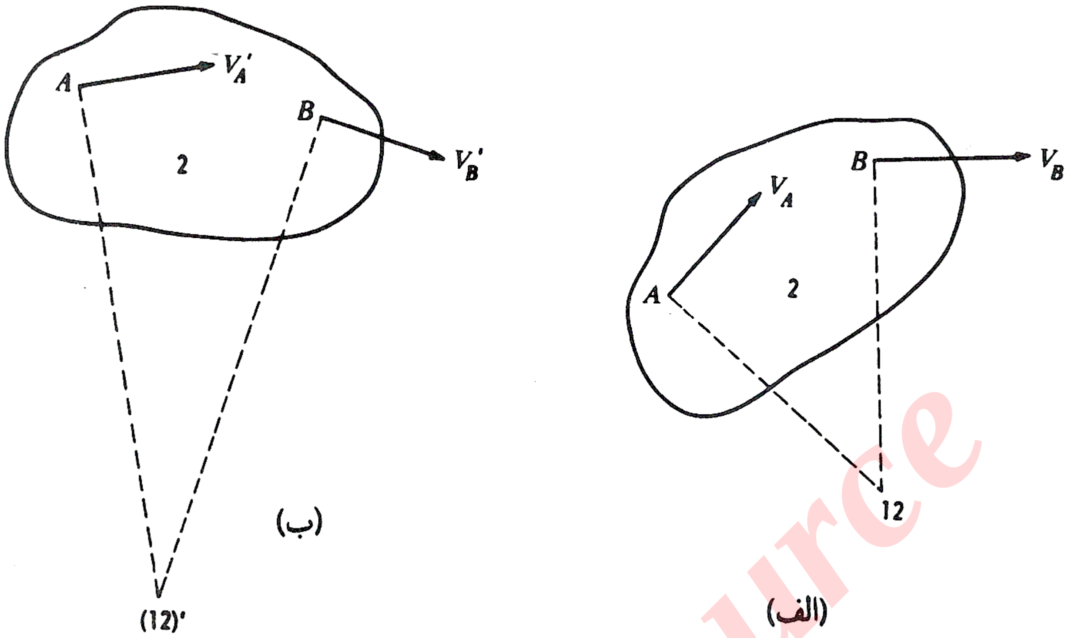
۴ـ۴ مرکز آنی قطعه‌ای که امتداد سرعت خطی دو نقطه آن معلوم می‌باشد

هر دو قطعه‌ای که نسبت به یکدیگر دارای حرکت نسبی بوده باشند، دارای یک مرکز آنی می‌باشند. در شکل ۴ـ۲ صفحه کاغذ به عنوان عضو ثابت و یا میله شماره ۱ در نظر گرفته شده است. فرض می‌کنیم در شکل ۴ـ۲ الف، A و B نقاطی از میله شماره ۲ بوده که امتداد سرعتهای آنها معلوم می‌باشد. از آنجا که سرعتهای خطی نقاط واقع بر یک جسم دوار در امتداد عمود بر شعاعهای دوران آنها می‌باشد، می‌توانیم به طوری که نشان داده شده، خط‌چینهایی را عمود بر امتداد سرعتها رسم کنیم. نقطه برخورد این دو خط‌چین مرکز آنی ۱۲ یعنی نقطه‌ای واقع بر ۱ راکه میله شماره ۲ حولش دوران می‌کند نشان می‌دهد. بنابراین موقعی که امتداد سرعتهای خطی دو نقطه واقع بر جسم معلوم

1. fixed centers
2. moving centers

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۴ـ۲

باشد، به شرط آنکه دو نقطه بر روی یک خط شعاعی واقع نبوده باشند، مرکز آنی را می‌توان تعیین نمود. با حرکت قطعه ۲ وضعیت آن در لحظه‌ای بعد نشان داده شده است (شکل ۴ـ۲ ب). تصور کنید نقاط A و B سرعتهای جدیدی برابر V'_A و V'_B داشته باشند. آنگاه خط‌چینهای رسم‌شده در امتداد عمودهای بر V'_A و V'_B در نقطه $'(۱۲)$ که موقعیت جدید مرکز دوران در لحظه مورد نظر را نشان می‌دهد همدیگر را قطع خواهند کرد. بنابراین با حرکت قطعه در هر لحظه مرکز دوران ممکن است نقطه‌ای دیگر بوده که این خود دلیل آن است که به آن مرکز آنی می‌گویند. گاهی یک مرکز آنی را قطب[1] هم می‌گویند.

۴ ـ ۵ مرکز آنی یک جسم لغزنده

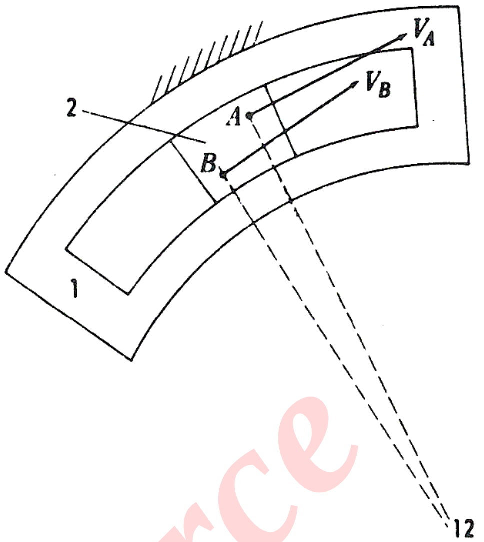
در شکل ۴ـ۳، قطعه ۲ در شیار دایره شکل قطعه شماره ۱ حرکت می‌کند. بدیهی است تمام نقاط لغزنده در مسیر دایره‌هایی که مرکز آنها در نقطه‌ای واقع بر روی قطعه شماره ۱ قرار دارد حرکت خواهند کرد. بنابراین نقطه ۱۲ مرکز آنی این قطعات می‌باشد.

شکل ۴ـ۴ لغزنده‌ای را نشان می‌دهد که دارای حرکت انتقالی است. از آنجا که کلیه نقاط واقع بر میله شماره ۲ در مسیر خطی مستقیم حرکت می‌کند، شعاعهای دوران مطابق شکل مرکب از خطوطی موازی می‌باشند. همانند شکل ۴ـ۲ مرکز دوران در محل برخورد خطوط شعاعی می‌باشد.

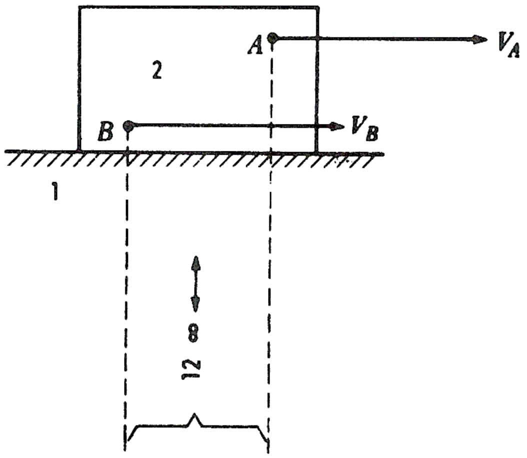
1. Pole

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۴ـ۳

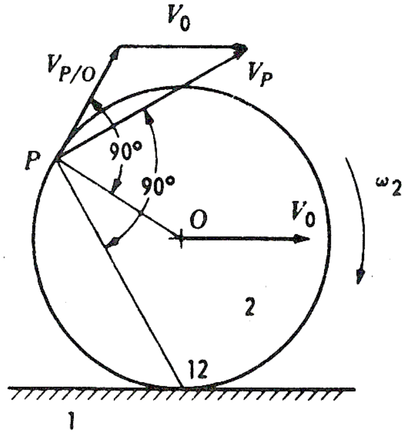


شکل ۴ـ۴

با ذکر این مطلب که محل برخورد خطوط موازی در بینهایت واقع می‌باشد، مـرکز آنـی دوران در فاصله بینهایت یا در بالا و یا در پایین لغزنده می‌باشد. به روش نشان داده شده در شکل توجه داشته باشید. بنابراین انتقال حالت خاصی از دوران می‌باشد که در آن مرکز دوران در بینهایت واقع بوده و شعاع دوران دارای طول بینهایت می‌باشد. به طور خلاصه وقتی یک قطعه با حرکت مستقیم‌الخط بر روی جسمی دیگر لغزش می‌نماید، مرکز آنی مشترک آنها در امتداد عمود بر امتداد لغزش در یکی از طرفین لغزنده در فاصله بینهایت می‌باشد.

۴ـ۶ مرکز آنی یک جسم غلتان

اگر دیسک نشان داده‌شده در شکل ۴ـ۵، بدون سریدن بر روی عضو ۱ که‌می‌تواند ساکن و یا متحرک بوده باشد، غلت بخورد نقطه تماس ۱۲ مرکز آنی قطعات ۱ و ۲ خواهد بود. نقطه ۱۲ نقطه‌ای واقع



شکل ۴ـ۵

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

بر میله ۱ می‌باشد که میله شماره ۲ در لحظه مورد نظر حول آن دوران می‌نماید. اگر قطعه ۱ ثابت بوده و قطعه ۲ مطابق شکل در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران نماید، مرکز O دیسک دارای سرعتی معادل V_O خواهد بود. حرکت نقطه P نسبت به O برابر یک دوران بـا شـعاع PO بـوده و سرعت نسبی $V_{P/O}$ در امتداد عمود بر PO خواهد بود. برای به دست آوردن سرعت مطلق نقطه P، V_O می‌بایست با $V_{P/O}$ جمع گردد. بنابراین

$$V_P = V_{P/O} \mathbin{+\!\!\!\rightarrow} V_O$$

یادآوری می‌شود که سرعت نقطه‌ای واقع بر یک جسم در حال دوران در امتداد عمود بر شعاع دوران نقطه می‌باشد. بنابراین می‌توان از نقطه P خطی عمود بر امتداد V_P رسم نمود. به طوری که ملاحظه می‌گردد، این خط از نقطه ۱۲ گذشته و طول ۱۲ـ P برابر شعاع دوران نقطه P خواهد بود. نقطه P می‌تواند هر نقطه واقع بر دیسک بوده و همیشه می‌توان با جمع V_O و $V_{P/O}$ مقدار و سایر مشخصات V_P را تعیین نمود. امتداد خطی ماربر نقطه P و عمود بر امتداد V_P همیشه از مرکز آنی ۱۲ خواهد گذشت.

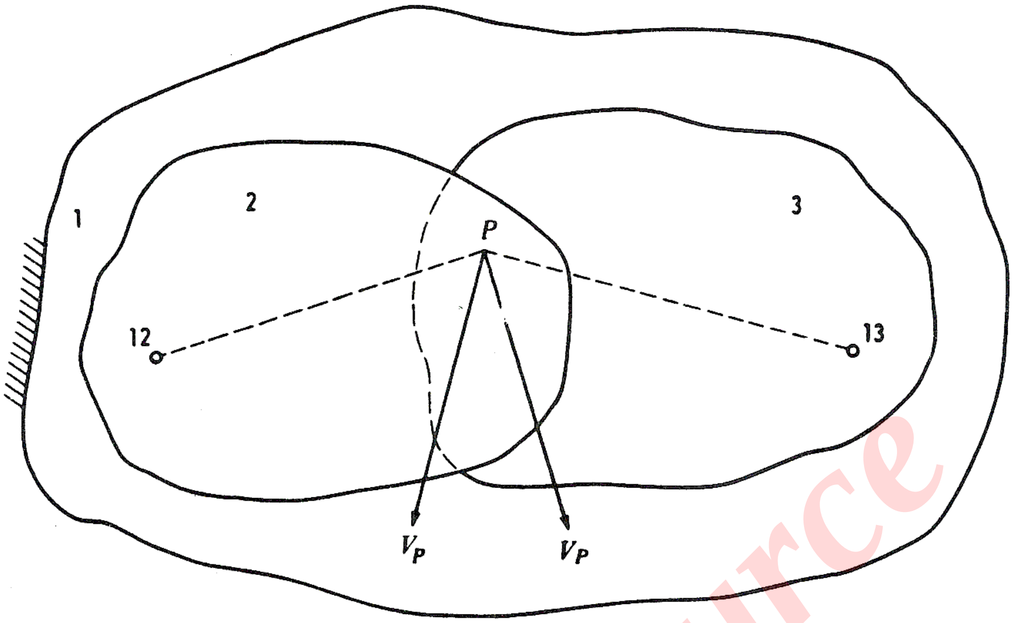
۴ـ۷ قضیه کندی[1]

بنابر قضیه کندی سه قطعه که نسبت به یکدیگر دارای حرکت نسبی در صفحه می‌باشند دارای سه مرکز آنی بوده که هر سه در یک راستا می‌باشند. فرض شده قطعات شماره ۱، ۲ و ۳ سه قطعه‌ای بوده که نسبت به یکدیگر دارای حرکت نسبی می‌باشند. برای سهولت فرض می‌کنیم یکی از این قطعات ثابت بوده باشد. در شکل ۴ـ۶ عضو شماره ۱ ثابت منظور گردیده است. مراکز آنی ۱۲ و ۱۳ نقاطی واقع بر قطعه ۱ می‌باشند که قطعات ۲ و ۳ در این لحظه به ترتیب حول آنها گـردش مـی‌نمایند. لزومی ندارد که سه قطعه به یکدیگر متصل بوده باشند. حال مرکز آنی اعضای ۲ و ۳ می‌بایست جایابی گردد. فرض می‌کنیم این مرکز در نقطه P بوده باشد. تنها حرکتی که در این لحظه، عضو ۲ نسبت به عضو ۱ دارد یک حرکت دورانی حول مرکز آنی ۱۲ است. پس موقعی که نقطه P را بـه عنوان نقطه‌ای متعلق به عضو ۲ در نظر می‌گیریم سرعتش می‌بایست عمود بر شعاع ۱۲ ـ P باشد. به همین ترتیب تنها حرکتی که در این لحظه عضو ۳ نسبت به عضو ۱ دارد یک حرکت دورانی حول مرکز آنی ۱۳ است. بنابراین اگر P به عنوان نقطه‌ای واقع بر عضو ۳ منظور گردد، سرعتش می‌بایست عمود بر شعاع ۱۳ ـ P باشد. مجدداً لازم به تذکر است که مرکز آنی به نقطه‌ای مشترک در دو عضو اتلاق می‌گردد که دارای سرعت خطی یکسان، چه از نظر مقدار و چه از نظر امتداد، بوده باشد. از آنجا

1. Kennedy's theorem

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۴ـ٦

که امتداد دو سرعت به دست آمده برای P یعنی V_P بر یکدیگر منطبق نمی‌باشند، نقطه P نمی‌تواند مرکز آنی ۲۳ بوده باشد. با توجه به شکل واضح است که این دو امتداد موقعی بر یکدیگر منطبق می‌گردند که مرکز آنی ۲۳ جائی در امتداد خط ۱۳ـ۱۲ قرار داشته باشد. موقعیت دقیق مرکز ۲۳ در امتداد خط ۱۳-۱۲ بستگی به مقدار و امتداد سرعتهای زاویه‌ای قطعات ۲ و ۳ نسبت به قطعه ۱ دارد.

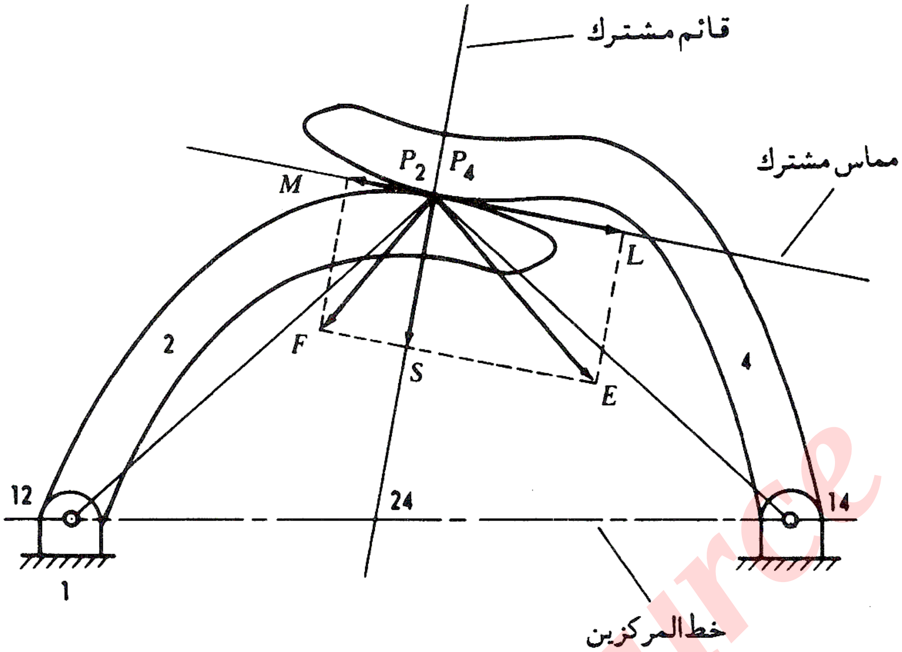
۴ ـ ۸ مراکز آنی برای مکانیزمهای با تماس مستقیم

تماس لغزشی

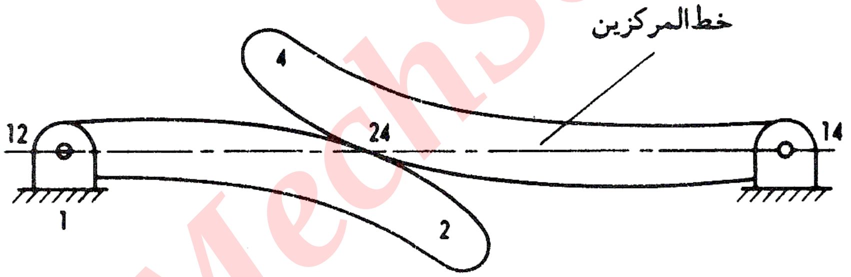
قطعات شماره ۲ و ۴ مطابق شکل ۴ـ۷ در حال تماس می‌باشند. نقاط $P_۲$ و $P_۴$ نقاط منطبق بر هم در نقطه تماس بوده و سرعتهای $P_۲E$ و $P_۴F$ مربوط به آنها به ترتیب بر $P_۲$ ـ ۱۲ و $P_۴$ ـ ۱۴ عمود می‌باشند. این سرعتها دارای مؤلفه‌های قائم $P_۲S$ و $P_۴S$ بوده که اگر قرار باشد قطعات در حال تماس باقی بمانند، می‌بایست همواره با یکدیگر مساوی باشند. مؤلفه‌های مماسی سرعتهای $P_۲E$ و $P_۴F$ به ترتیب برابر $P_۲L$ و $P_۴M$ می‌باشند. همان‌طور که در قسمت ۲ـ۱۵ تشریح گردید، اگر نقطه تماس در امتداد خط‌المرکزین ۱۴ـ۱۲ واقع نبوده باشد، این مؤلفه‌های مماسی با یکدیگر مساوی نبوده و لغزش ایجاد خواهد شد. از این رو تنها حرکت نسبی که قطعات ۲ و ۴ در نقطه تماسشان خواهند داشت در امتداد مماس مشترک بوده و مرکز دوران نسبی آنها یعنی مرکز آنی ۲۴ می‌بایست در امتداد قائم مشترک باشد. اما از طرفی مطابق قانون کندی مرکز آنی ۲۴ نیز می‌بایست در امتداد خط ۱۴ـ۱۲ هم باشد. بنابراین مرکز آنی ۲۴ در محل برخورد قائم مشترک و خط‌المرکزین ۱۴ـ۱۲ واقع می‌باشد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۴ـ۷



شکل ۴ـ۸

@MechSource

تماس غلتشی

به طوری که در قسمت ۲ـ۱۵ توضیح داده شد، تماس غلتشی فقط در حالتی صورت خواهد گرفت که نقاط تماس $P_۲$ و $P_۴$ دارای سرعت مساوی بوده باشند. این مطلب الزاماً ایجاب می‌کند که نقطه تماس مطابق شکل ۴ـ۸، بر روی خط‌المرکزین ۱۴ـ۱۲ واقع باشد. از آنجا که مطابق تعریف مرکز آنی نقطه‌ای مشترک بر روی دو قطعه بوده که سرعتهای خطی آنها یکی است، پس وقتی قطعات ۲ و ۴ دارای تماس غلتشی می‌باشند مرکز آنی آنها بر نقطه تماسشان منطبق می‌باشد.

۴ ـ ۹ تعداد مراکز آنی یک مکانیزم

هر دو میله از یک مکانیزم نسبت به یکدیگر دارای حرکت بوده و بدین جهت یک مرکز آنی خواهند داشت. بنابراین تعداد مراکز آنی یک مکانیزم معادل کلیه ترکیبهای دوتائی، تعداد کل میله‌های

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

مکانیزم می‌باشد. فرض می‌کنیم تعداد میله‌های مکانیزم برابر n باشد، آنگاه تعداد مراکز آنی برابر است با

$$N = \frac{n(n-1)}{2} \qquad (۴ - ۱)$$

۴ ـ ۱۰ مراکز آنی اولیه

آن دسته از مراکز آنی راکه بتوان با یک بررسی اجمالی تعیین نمود، مراکز آنی اولیه می‌نامند. قدرت و توانائی شناخت این مراکز از طرف دانشجویان از اهمیت فوق‌العاده برخوردار بوده چراکه فقط پس از تعیین و جایابی آنها است که می‌توان با استفاده از قانون کندی سایر مراکز آنی را تعیین نمود. این مراکز آنی اولیه را می‌توان به شرح زیر خلاصه نمود:

۱. مرکز آنی میله‌هایی که توسط پین به یکدیگر مفصل شده‌اند، مثل مرکز آنی ۲۳ در شکل ۴ـ۱.

۲. مرکز آنی یک جسم لغزنده مثل مرکز آنی ۱۲ در شکلهای ۴ـ۳ و ۴ـ۴.

۳. مرکز آنی یک جسم غلتان مثل مرکز آنی ۱۲ در شکل ۴ـ۵.

۴. مکانیزمهای با تماس مستقیم.

الف) اگر قطعات دارای تماس لغزشی بوده باشند، مرکز آنی آنها در محلّ برخورد خط قائم مشترک ماربر نقطهٔ تماس آنها و خط‌المرکزین واقع خواهد بود، مثل مرکز آنی ۲۴ در شکل ۴ـ۷.

ب) اگر قطعات دارای تماس غلتشی بوده باشند، مرکز آنی آنها در محل نقطه تماس واقع خواهد بود، مثل مرکز آنی ۲۴ در شکل ۴ـ۸.

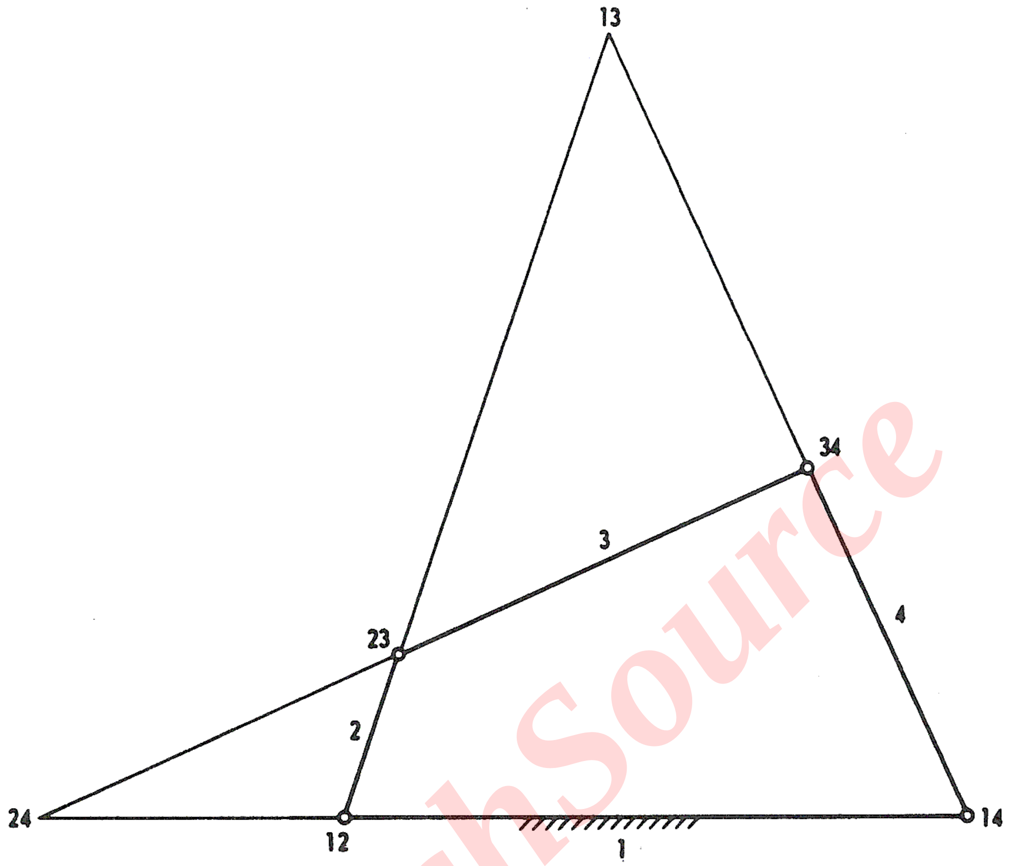
۴ ـ ۱۱ روش دیاگرام دایره برای جایابی مراکز آنی

برای نشان دادن این روش مکانیزم چهارمیله‌ای نشان داده شده در شکل ۴ـ۹ مورد استفاده قرار می‌گیرد. ابتدا می‌بایست کلیه مراکز آنی اولیه را جایابی نمود. این مراکز به طوری که در شکل نشان داده شده است عبارت‌اند از ۱۲، ۲۳، ۳۴، ۱۴. حال با استفاده از قضیه کندی می‌توانیم سایر مراکز آنی را جایابی نمائیم. روش ساده و معمولی برای انجام این کار موسوم به روش دیاگرام دایره می‌باشد. برای استفاده از این روش، ابتدا به تعداد اعضا، نقاطی را مطابق شکل ۴ـ۱۰ بر روی محیط یک دایره جدا می‌کنیم. هر نقطه نشان دهنده یک میله از مکانیزم می‌باشد. کلیه خطوط مستقیم ممکنه که این نقاط را به هم متصل می‌نمایند نشان دهنده مراکز آنی مکانیزم می‌باشند. ابتدا تمام مراکزی که قبلاً جایابی شده‌اند را با خط پر به هم وصل می‌کنیم. بنابراین از آنجا که مراکز آنی ۱۲، ۲۳، ۳۴ و ۱۴ قبلاً در شکل ۴ـ۹ تعیین شده‌اند، در شکل ۴ـ۱۰ آنها را با خط پر رسم می‌کنیم. مراکز آنی باقیمانده که می‌بایست جایابی گردند با خطچین نشان داده شده‌اند. برای جایابی این مراکز با

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



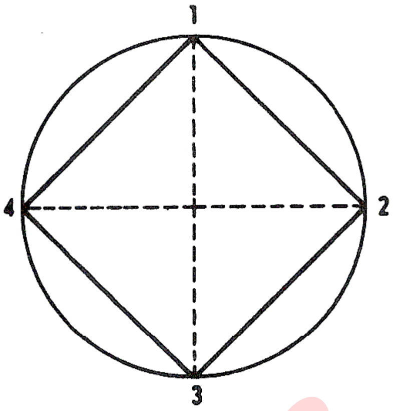
شکل ۴ـ۹

جستجو در دیاگرام دنبال دو مثلثی می‌گردیم که با یکی از خط‌چینها تکمیل می‌گردند. مثلاً به طوری که ملاحظه می‌کنیم خط ۱۳ مثلثهای ۱۲۳ و ۳۴۱ را تکمیل کرده بدین معنی که اگر خط ۱۳ خط پر می‌بود این دو مثلث با اضلاعی ترسیم شده توسط خط پر تکمیل می‌بودند. این دو مثلث را می‌توان برای جایابی مرکز آنی ۱۳ مورد استفاده قرار داد. میله‌های شماره ۱، ۲ و ۳ دارای سه مرکز آنی ۱۲، ۲۳، ۱۳ بوده که در شکل ۴ـ۱۰، با خطوط ۱۲، ۲۳ و ۱۳ نشان داده شده‌اند. بنابر قضیه کندی این سه مرکز آنی می‌بایست بر یک خط مستقیم واقع باشند. بنابراین در شکل ۴ـ۹ مرکز آنی ۱۳ در امتداد خط واصل بین نقاط ۱۲ و ۲۳ خواهد بود. همچنین میله‌های ۳، ۴ و ۱ دارای سه مرکز آنی ۳۴، ۱۴ و ۱۳ بوده که در شکل ۴ـ۱۰ با خطوط ۳۴، ۱۴ و ۱۳ نشان داده شده‌اند. بنابر قضیه کندی این سه مرکز آنی هم می‌بایست بر یک خط مستقیم واقع باشند. بنابراین در شکل ۴ـ۹ مرکز آنی ۱۳ در امتداد خط واصل بین نقاط ۳۴ و ۱۴ خواهد بود. به طوری که در بالا ذکر گردید مرکز آنی ۱۳ در امتداد خط واصل بین نقاط ۱۲ و ۲۳ هم قرار دارد. بنابراین مطابق شکل ۴ـ۹ مرکز آنی ۱۳ در محل برخورد دو خط ۱۲ـ۲۳ و ۳۴ـ۱۴ قرار خواهد داشت.

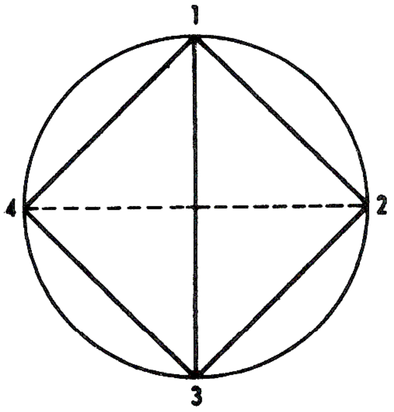
بعد از آنکه یکی از مراکز آنی تعیین شد، در دیاگرام خط مربوط به آن را با خط پر رسم می‌کنیم.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۴ـ۱۰



شکل ۴ـ۱۱

این مطلب در شکل ۴ـ۱۱ که در آن ۱۳ با خط پر رسم شده نشان داده شده است. حال با توجه به همین شکل ملاحظه می‌کنیم که مرکز آنی ۲۴ هنوز باقی مانده که می‌بایست جایابی گردد. از آنجاکه خط ۲۴ مکمل مثلث ۴۱۲ می‌باشد مرکز آنی ۲۴ مطابق شکل ۴ـ۹ می‌بایست در امتداد خط واصل نقاط ۱۲ و ۱۴ قرار داشته باشد. همین طور از آنجاکه خط ۲۴ نیز مکمل مثلث ۴۳۲ می‌باشد مرکز آنی ۲۴ مطابق شکل ۴ـ۹ می‌بایست در امتداد خط واصل بین مراکز آنی ۲۳ و ۲۴ قرار داشته باشد. بنابراین مرکز آنی ۲۴ در جایی که این دو خط همدیگر را قطع می‌کنند قرار خواهد داشت.

به هنگام استفاده از روش دیاگرام دایره تعیین مراکز آنی اولیه از اهمیت خاص برخوردار بوده چرا که در غیر این صورت تعیین دومثلثی که مراکز آنی باقیمانده مکمل آنها خواهد بود غیر ممکن است. مضافاً به محض آنکه یکی از مراکز آنی در روی شکل مربوط به مکانیزم تعیین گردید آن را در دیاگرام دایره به صورت خط مستقیم نشان دهید. این عمل مخصوصاً در مواردی که تعداد میله‌های مکانیزم بیش‌از چهار تا می‌باشد الزامی است.در غیر این صورت به‌هنگام تعیین‌مراکز آنی باقیمانده،پیداکردن دو مثلث دیگری که بجز یک ضلع مشترک خطچین تمام اضلاع آن خط بوده باشد غیر ممکن است.

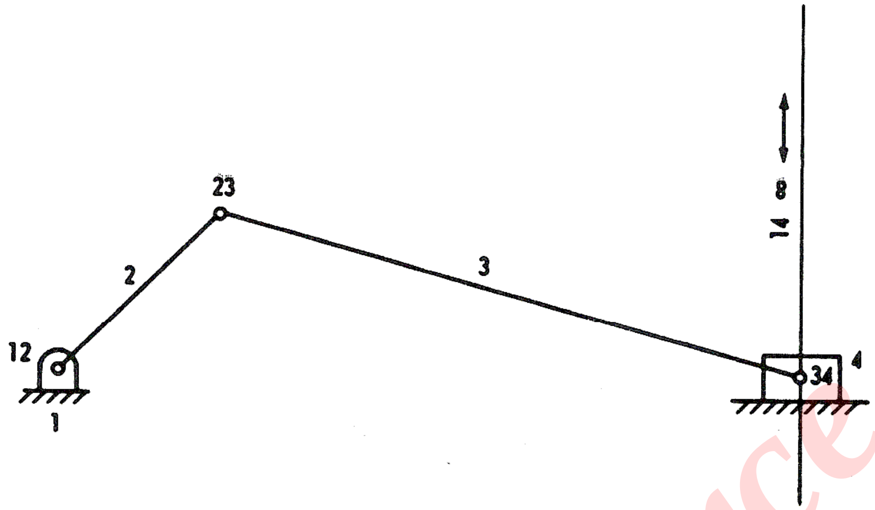
مثال ۴ ـ ۱ مراکز آنی مکانیزم لنگ ـ لغزنده نشان داده شده در شکل ۴ـ۱۲ را تعیین کنید.

حل: ابتدا مراکز آنی اولیه تعیین می‌گردد. این مراکز به طوری که در شکل نشان داده شده است عبارت‌اند از ۱۲، ۲۳، ۳۴ و ۱۴. این مراکز در دیاگرام دایره نشان داده شده در شکل ۴ـ۱۳ با خط پر رسم می‌گردند.

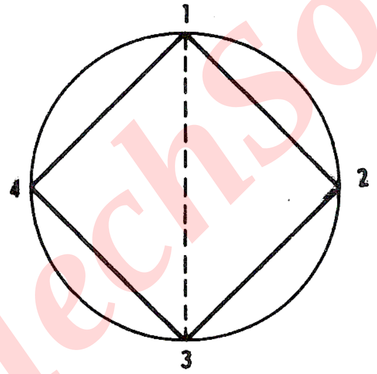
مرکز آنی ۱۳ که در این شکل با خطچین رسم گردیده مکمل مثلثهای ۱۲۳ و ۱۴۳ می‌باشد. بنابراین‌در شکل ۴ـ۱۳ مرکز آنی ۱۳ می‌بایست بر روی خطی با مراکز آنی ۱۲ و ۲۳ قرار داشته باشد. همچنین این مرکز می‌بایست بر روی خط دیگری با مراکز آنی ۱۴ و ۳۴ قرار داشته باشد. بنابراین به

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۴ـ۱۲



شکل ۴ـ۱۳

@MechSource

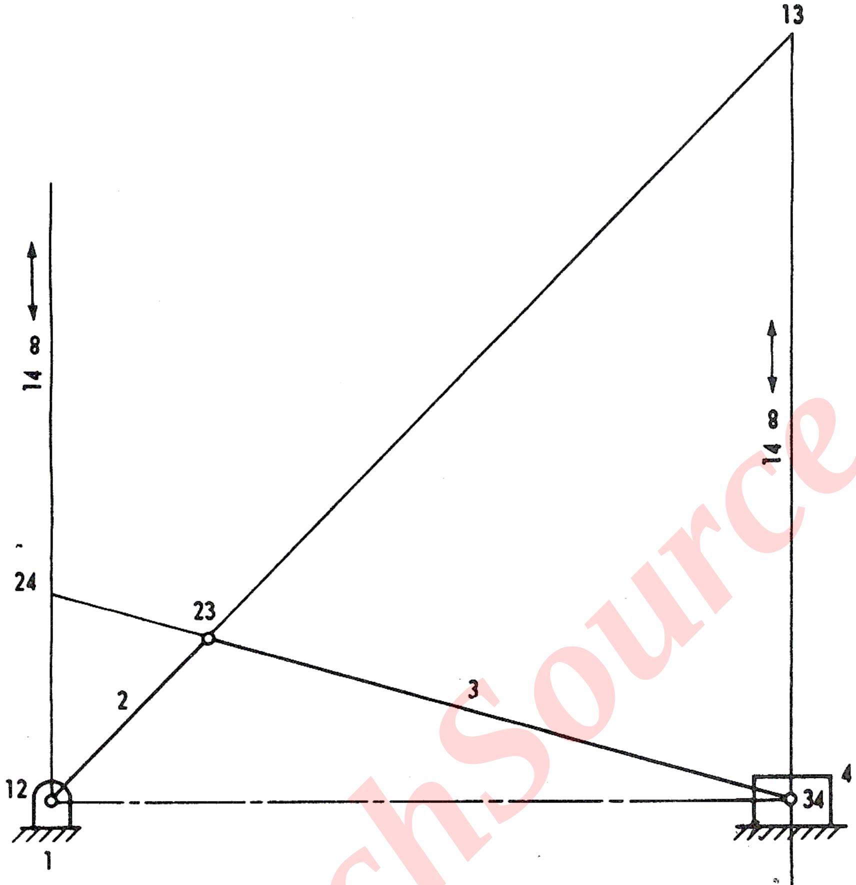
طوری که در شکل ۴ـ۱۴ نشان داده شده، مرکز آنی در محل برخورد دو خط فوق قرار دارد.

با توجه به دیاگرام ۴ـ۱۵ که مجدداً رسم گردیده است، خط‌چین رسم‌شده در این دیاگرام مرکز آنی ۲۴ بوده که مثلثهای ۴۱۲ و ۴۳۲ را تکمیل می‌نماید. بنابراین مرکز آنی ۲۴ مطابق شکل ۴ـ۱۴ بر روی خطی با مراکز آنی ۲۳ و ۲۴ و نیز خط دیگری با مراکز آنی ۱۲ و ۱۴ قرار دارد. از این رو این مرکز در محل برخورد دو خط فوق واقع می‌باشد. از آن‌جا که مرکز آنی ۱۴ در بینهایت واقع می‌باشد، این مرکز بر روی خطی به موازات خط ۱۴ـ۳۴ می‌باشد. این مؤید این مفهوم است که دو خط موازی در بینهایت همدیگر را قطع می‌کنند.

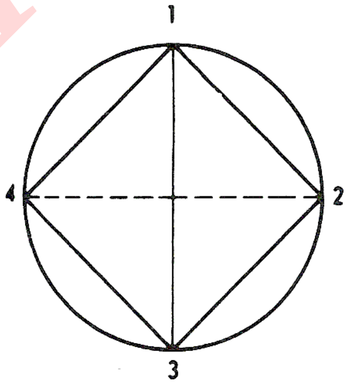
مثال ۴ ـ ۲ در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۴ـ۱۶ عضو شماره ۵ چرخی می‌باشد که بر روی عضو شماره ۱ غلت می‌خورد. کلیه مراکز آنی مکانیزم را جایابی کنید.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۴ـ۱۴



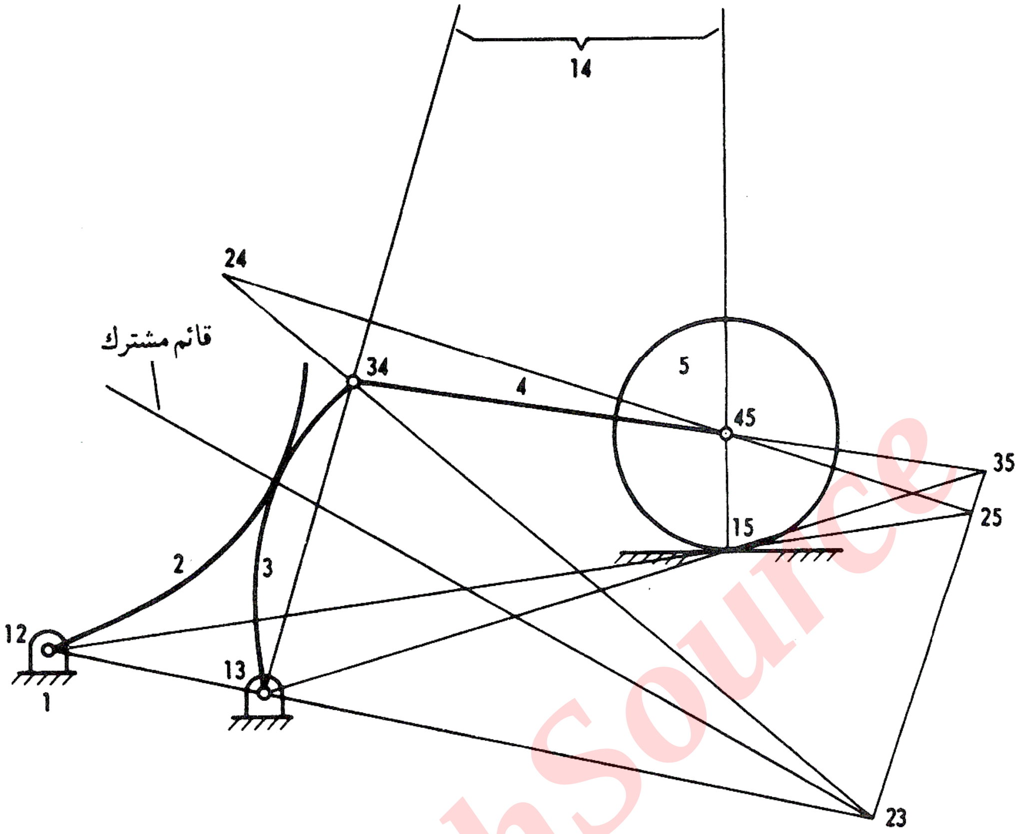
شکل ۴ـ۱۵

@MechSource

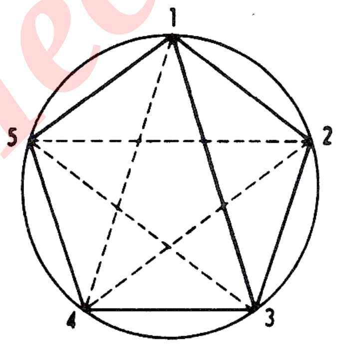
حل: حل این مسئله در شکل ۴ـ۱۷ نشان داده شده است. تعداد مراکز آنی برابر است با: $n(n-1)/2 = 5(5-1)/2 = 10$. ابتدا کلیه مراکز آنی اولیه جایابی شده‌اند. این مراکز عبارت‌اند از ۱۲، ۱۳، ۳۴، ۴۵، ۱۵ و ۲۳ که در دیاگرام دایره نشان داده شده در شکل ۴ـ۱۷ با خط پر نشان داده شده‌اند. در این دیاگرام مراکز آنی باقیمانده با خطچین نشان داده شده‌اند. از آنجا که مرکز آنی ۱۴

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۴ـ۱۶



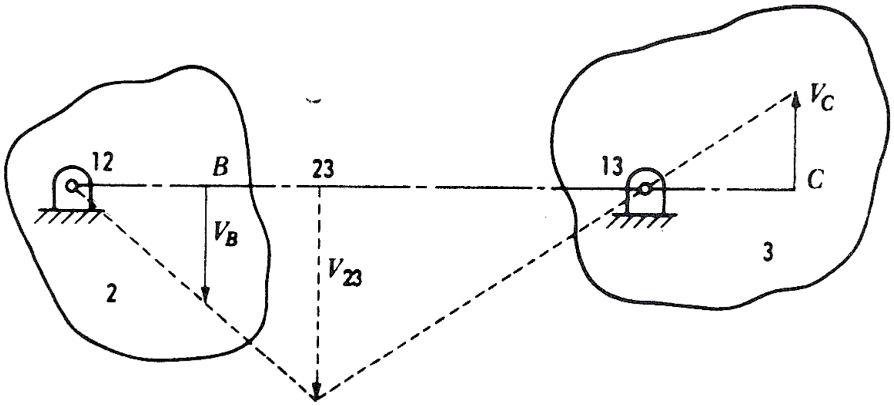
شکل ۴ـ۱۷

مکمل مثلثهای ۱۳۴ و ۱۵۴ می‌باشد، ابتدا آن را می‌توان جایابی نمود. پس از آنکه مرکز آنی ۱۴ در شکل ۴ـ۱۶ جایابی گردید آن را به صورت خط پر در شکل ۴ـ۱۷ مشخص می‌کنیم. با استفاده از دیاگرام دایره این روش را ادامه داده و سایر مراکز آنی باقیمانده را تعیین می‌کنیم.

مثال ۴ ـ ۳ قطعات ۲ و ۳ از شکل ۴ـ۱۸ حول محورهای ۱۲ و ۱۳ واقع در بدنه ۱ دوران می‌نمایند. B و C به ترتیب نقاطی واقع بر قطعات ۲ و ۳ می‌باشند که سرعتهایشان در شکل نشان داده شده است. مرکز آنی ۲۳ را تعیین کنید.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۴ـ۱۸

حل: بنا به قضیه کندی مرکز آنی ۲۳ بر خط ۱۳ـ۱۲ واقع می‌باشد. همچنین بنا بر تعریف مرکز آنی ۲۳ نقطه‌ای مشترک بر روی قطعات ۲ و ۳ بوده که سرعتهای خطی آنها یکی می‌باشد. نقطه ۲۳ به عنوان نقطه‌ای واقع بر قطعه ۲ دارای شعاع دوران ۲۳ـ۱۲ و به عنوان نقطه‌ای واقع بر قطعه ۳، دارای شعاع دوران ۲۳ـ۱۳ می‌باشد. علاوه بر این، سرعتهای نقاط واقع بر یک جسم در حال دوران متناسب با شعاع دوران آن می‌باشند. بنابراین اگر خطی از ۱۲ به انتهای V_B رسم و نیز خطی از ۱۳ به انتهای V_C رسم و آنها را ادامه دهیم محل برخوردشان، علاوه بر آنکه موقعیت مرکز آنی ۲۳ را بر روی خط ۱۳ـ۱۲ تعیین می‌کند مقدار سرعت $V_{۲۳}$ را هم تعیین خواهد نمود.

۴ـ۱۲ مکان هندسی مراکز آنی[1]

قبلاً اشاره شد که بعضی از مراکز آنی، مراکز آنی ثابت واقع بر بدنه بوده، حال آنکه بقیه با گذشتن مکانیزم از فازهای مختلف حرکت به طور پیوسته تغییر وضعیت می‌دهند. مکان هندسی این مراکز متحرک قابل رسم می‌باشند. این مکان هندسی منحنی صافی را نشان می‌دهد که به آن مکان هندسی مراکز آنی می‌گویند.

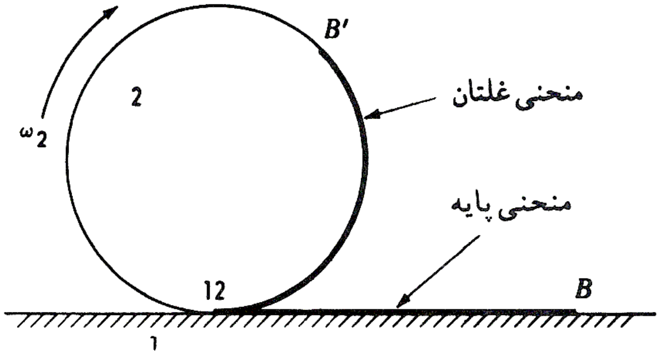
در شکل ۴ـ۱۹ فرض می‌کنیم دیسک ۲ بر روی جسم ۱ دارای حرکت غلتشی بوده باشد. مرکز آنی ۱۲ همواره نقطه تماس می‌باشد. خط مستقیم B ـ ۱۲ مکان هندسی ۱۲ بر روی جسم ۱ و دایره B' ـ ۱۲ مکان هندسی ۱۲ بر روی جسم ۲ می‌باشد. مکان هندسی واقع بر جسم ثابت را اصطلاحاً منحنی پایه و مکان هندسی واقع بر جسم متحرک را منحنی غلتان می‌نامند.

مکانیزم چهارمیله‌ای نشان داده شده در شکل ۴ـ۲۰ را که در آن $O_۲B = O_۴C$ و $BC = O_۲O_۴$ در

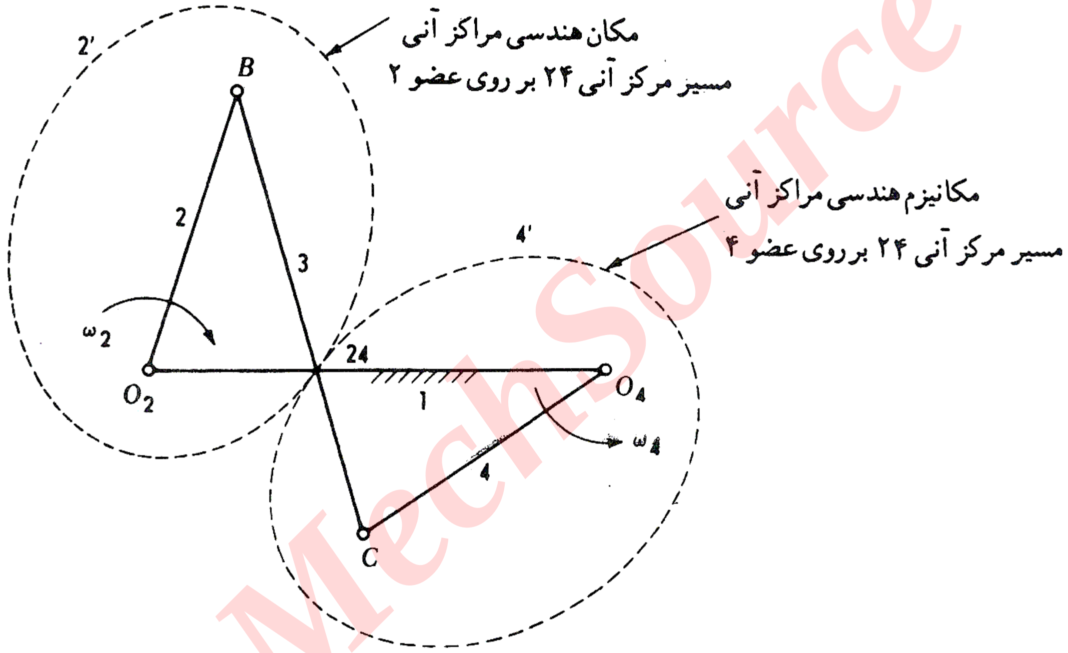
1. centrodes

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۴ـ ۱۹



شکل ۴ـ ۲۰

@MechSource

نظر می‌گیریم. مرکز آنی ۲۴ در محل برخورد خطوط BC و $O_۲O_۴$ واقع بوده و مکان هندسی آن بر روی بدنه خط $O_۲O_۴$ می‌باشد. مکان هندسی مرکز آنی ۲۴ بر روی میله ۲ یک بیضی و مکان هندسی همین مرکز بر روی میله ۴ یک بیضی دیگر خواهد بود. با حرکت میله‌های شماره ۲ و ۴ مکانیزم این دو بیضی همواره در نقطه ۲۴ که در امتداد خط $O_۲O_۴$ حرکت می‌کند برهم مماس می‌باشند. بنابراین، بیضیها دارای تماس غلتشی می‌باشند. اگر در محیط این دو بیضی دنده‌هائی تعبیه گردند آنگاه یک جفت چرخدنده خواهیم داشت. مضافاً اگر در شکل ۴ـ۲۰ مکانیزم اولیه را با مکانیزمی مرکب از دو بیضی غلتشی ′۲ و ′۴ که در نقاط $O_۲$ و $O_۴$ به بدنه پین شده‌اند فرض کنیم، حرکت زاویه‌ای میله‌های ′۲ و ′۴ مشابه حرکت زاویه‌ای میله‌های ۲ و ۴ خواهد بود. بنابراین ملاحظه می‌کنیم که اگر میله‌های یک مکانیزم با اعضائی که شکل آنها مشابه مکان هندسی مراکز آنی بوده و به علاوه طوری ساخته شده

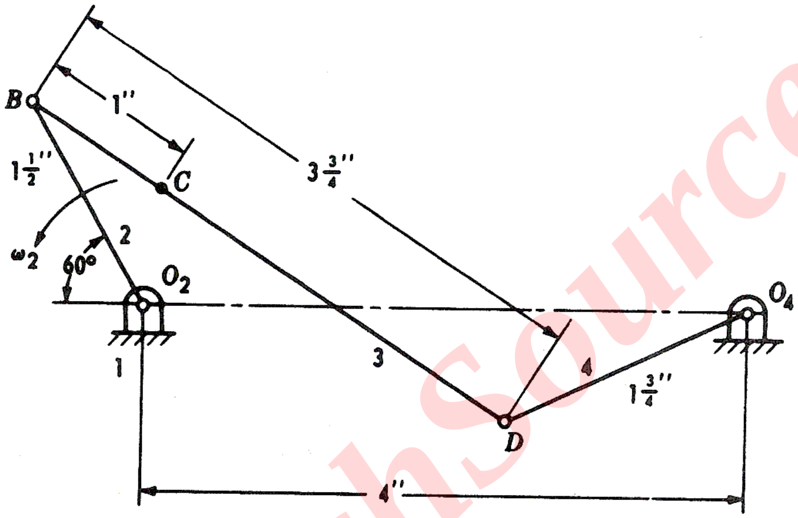
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

باشند که بر روی همدیگر غلت بخورند، تعویض گردد، یک مکانیزم معادل به دست خواهیم آورد.

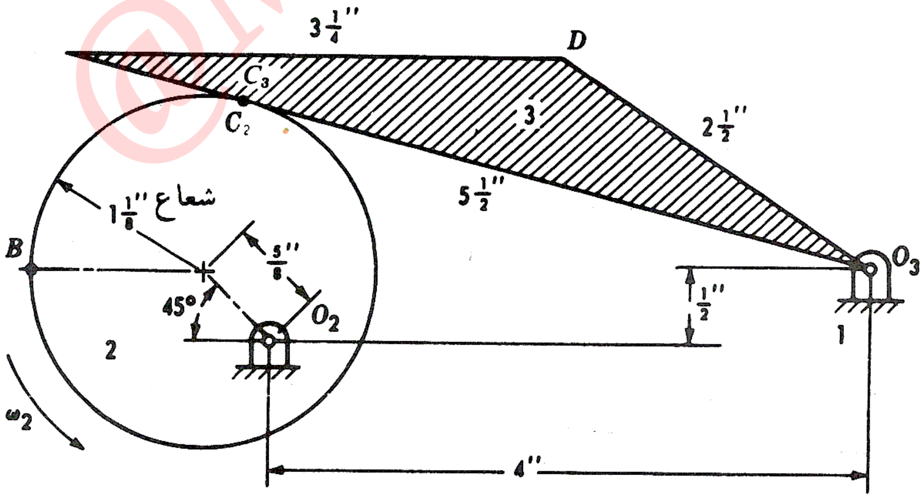
تمرینها

۴ ـ ۱ کلیه مراکز آنی مکانیزم نشان داده شده در شکل ۴ـP1 را تعیین کنید.



شکل ۴ـP1

۴ ـ ۲ کلیه مراکز آنی مکانیزم نشان داده شده در شکل ۴ـP2 را تعیین کنید.

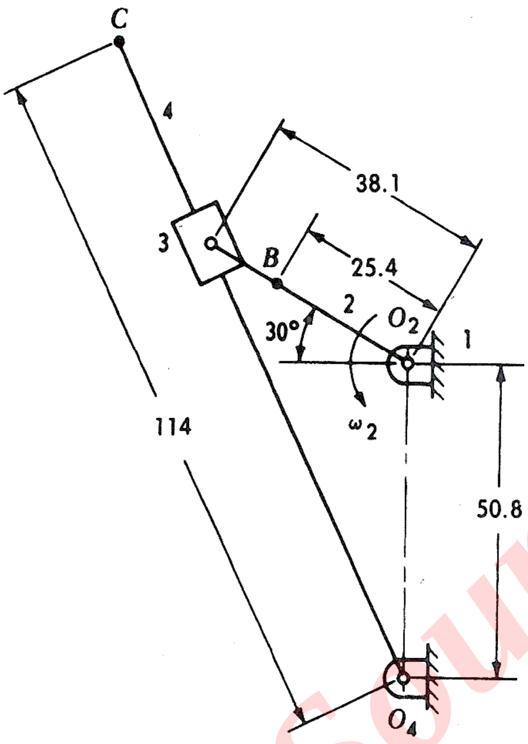


شکل ۴ـP2

۴ ـ ۳ کلیه مراکز آنی مکانیزم نشان داده شده در شکل ۴ـP3 را تعیین کنید.

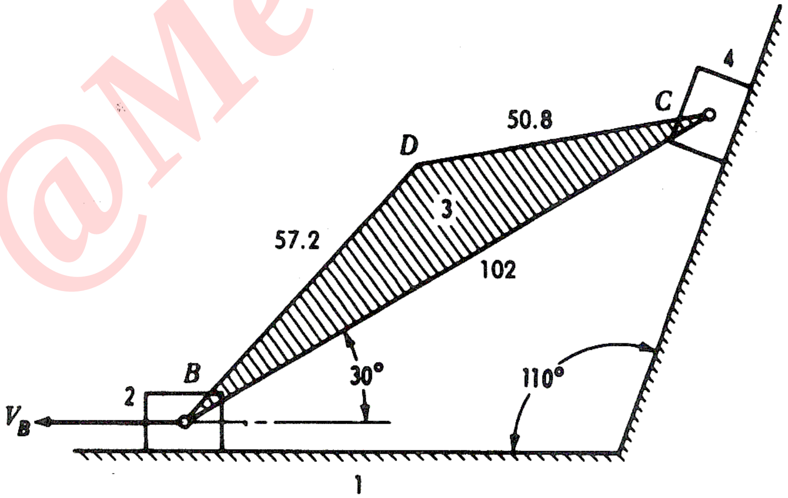
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۴ـP۳

۴ ـ ۴ کلیه مراکز آنی مکانیزم نشان داده شده در شکل ۴ـP۴ را تعیین کنید.



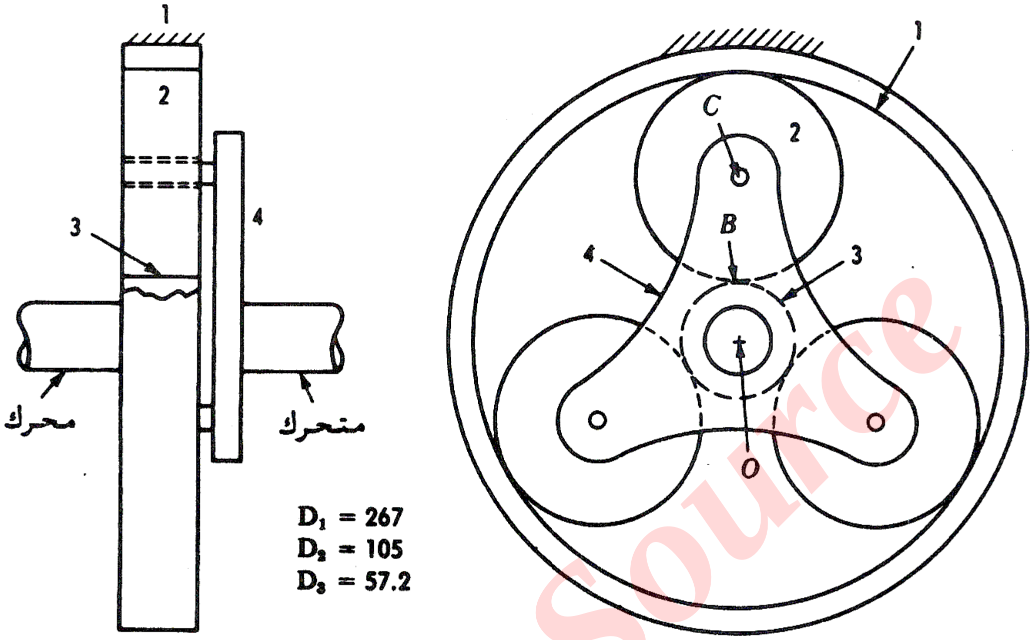
شکل ۴ـP۴

۴ ـ ۵ شکل ۴ـP۵ یک جعبه‌دنده خورشیدی را نشان می‌دهد. چرخدنده ۳ با شفت محرک مربوط بوده و دوران آن موجب می‌گردد که چرخدنده‌های ۲ در داخل چرخدنده ثابت ۱ غلت بخورد. هر یک از چرخدنده‌های ۲ بر روی شفتی که در قفسه و یا بازوی ۴ تعبیه شده گردش می‌نمایند. شفت

https://t.me/MechSource

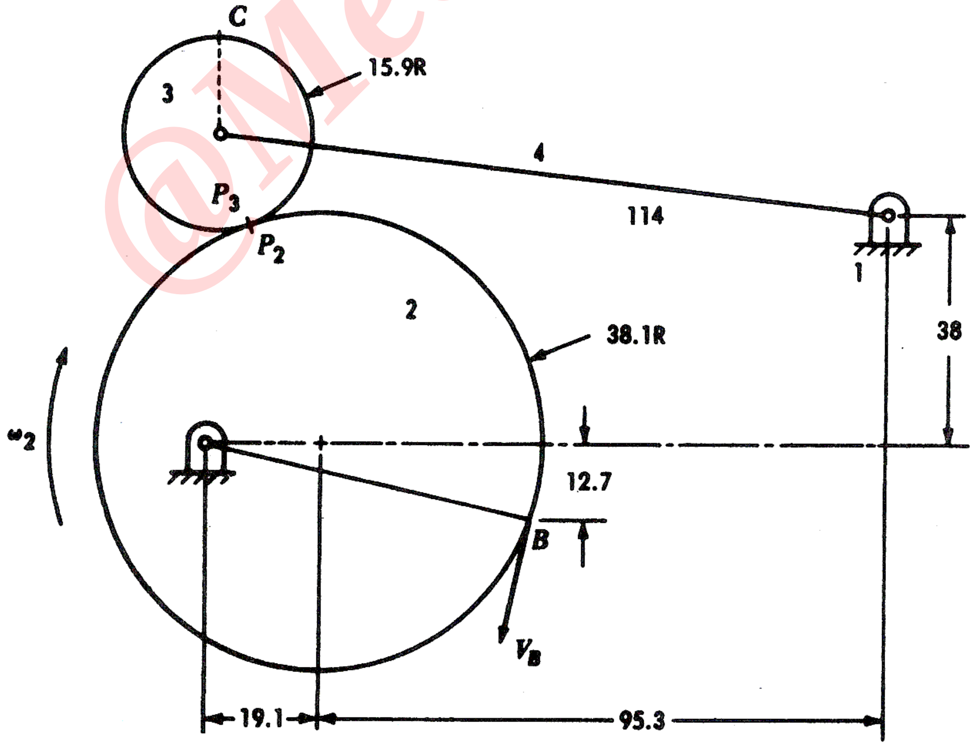
https://t.me/MechSource

متحرک با قفسه مربوط بوده و با نسبتی از سرعت شفت محرک دوران می‌نماید. کلیه مراکز آنی را تعیین نمائید.



شکل ۴ـP۵

۴ـ٦ کلیه مراکز آنی مکانیزم نشان داده شده در شکل ۴ـP۶ را تعیین کنید.

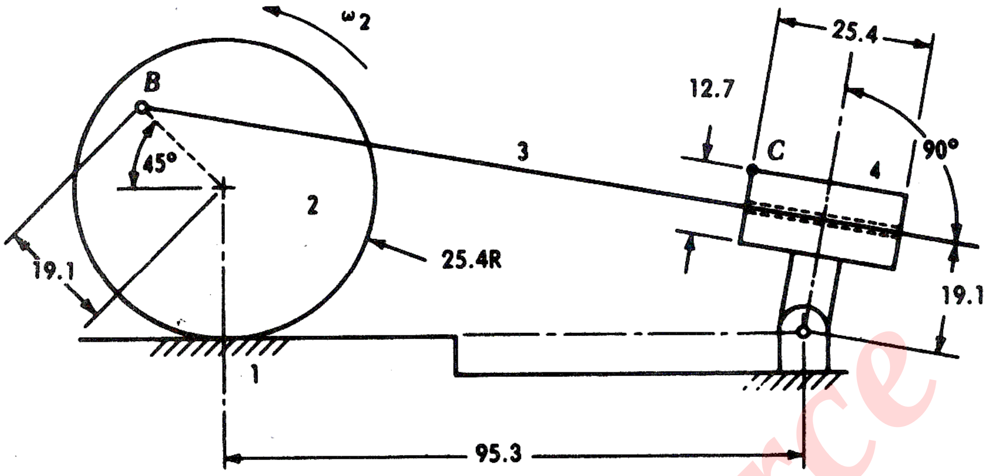


شکل ۴ـP٦

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

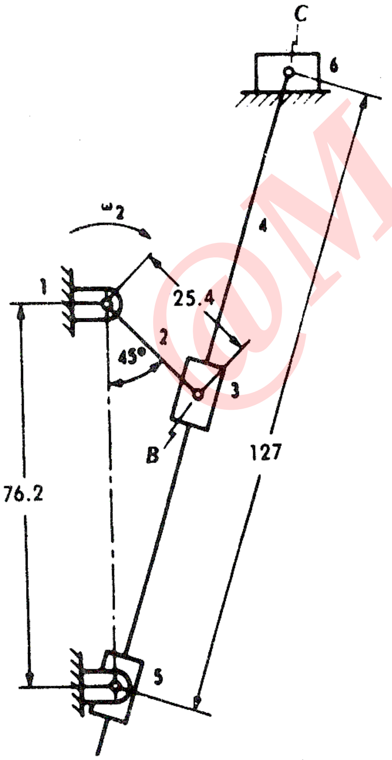
۴ ـ ۷ کلیه مراکز آنی مکانیزم نشان داده شده در شکل ۴ـP۷ را تعیین کنید.



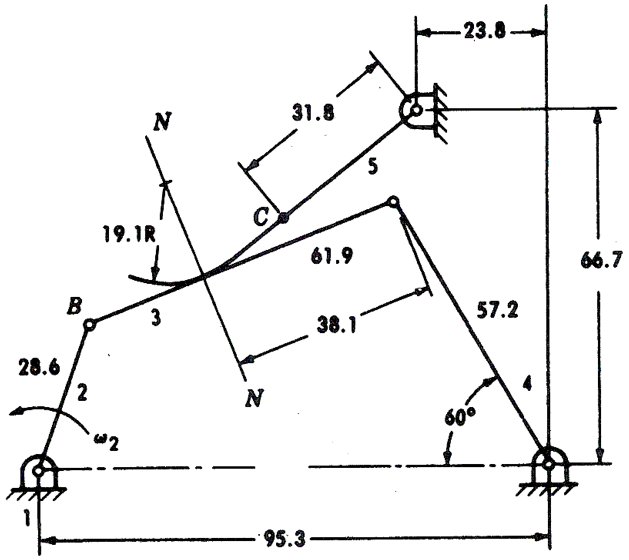
شکل ۴ـP۷

۴ ـ ۸ کلیه مراکز آنی مکانیزم نشان داده شده در شکل ۴ـP۸ را تعیین کنید.

۴ ـ ۹ کلیه مراکز آنی مکانیزم نشان داده شده در شکل ۴ـP۹ را تعیین کنید.



شکل ۴ـP۹



شکل ۴ـP۸

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۵

تعیین سرعت به روش استفاده از مراکز آنی و مؤلفه‌ها

۵ ـ ۱ مقدمه

در این فصل دو روش جهت تعیین سرعتهای خطی نقاط واقع بر یک مکانیزم ارائه خواهد شد. در اولین روش از این دو، مراکز آنی را مورد استفاده قرار داده و در دومین روش از تجزیه بردار سرعت به مؤلفه‌هایش استفاده می‌شود.

۵ ـ ۲ تعیین سرعتها به روش استفاده از مراکز آنی

به هنگام تعیین سرعتهای خطی به روش استفاده از مراکز آنی بایستی اصول زیر راکه پایه و اساس این روش می‌باشد به خاطر داشت:

۱. مقدار سرعتهای خطی نقاط واقع بر یک جسم در حال دوران نسبت مستقیم با شعاع دوران آنها دارد. شعاع دوران یک نقطه برابر است با، فاصلهٔ آن نقطه تا مرکز آنی واقع بر بدنه، که جسم حاوی این نقطه حول آن دوران می‌کند.

۲. سرعت خطی یک نقطه در امتداد عمود بر شعاع دوران نقطه می‌باشد.

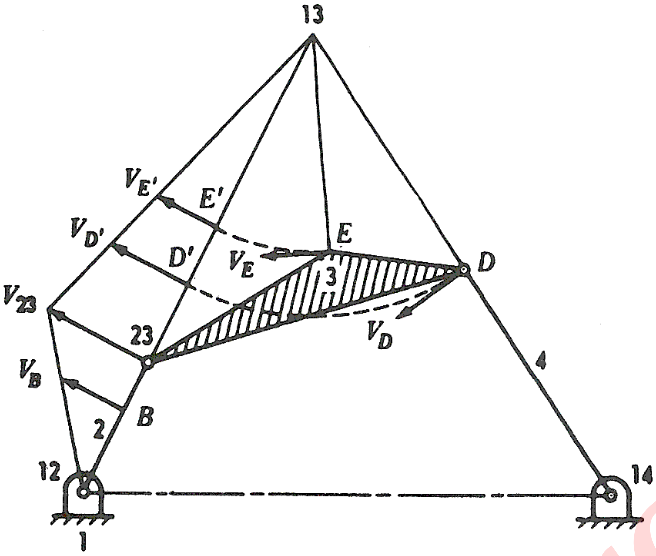
۳. مرکز آنی نقطه‌ای مشترک واقع بر دو جسم بوده که دارای سرعت مساوی (چه از نظر امتداد و چه از نظر امتداد و جهت) می‌باشند.

۵ ـ ۳ سرعتها در یک مکانیزم چهارمیله‌ای

به عنوان اولین مثال جهت نشان دادن دو روش ترسیمی برای تعیین سرعتها به وسیلهٔ مراکز آنی یک مکانیزم چهارمیله‌ای مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۵ـ۱

روش گرداندن شعاع

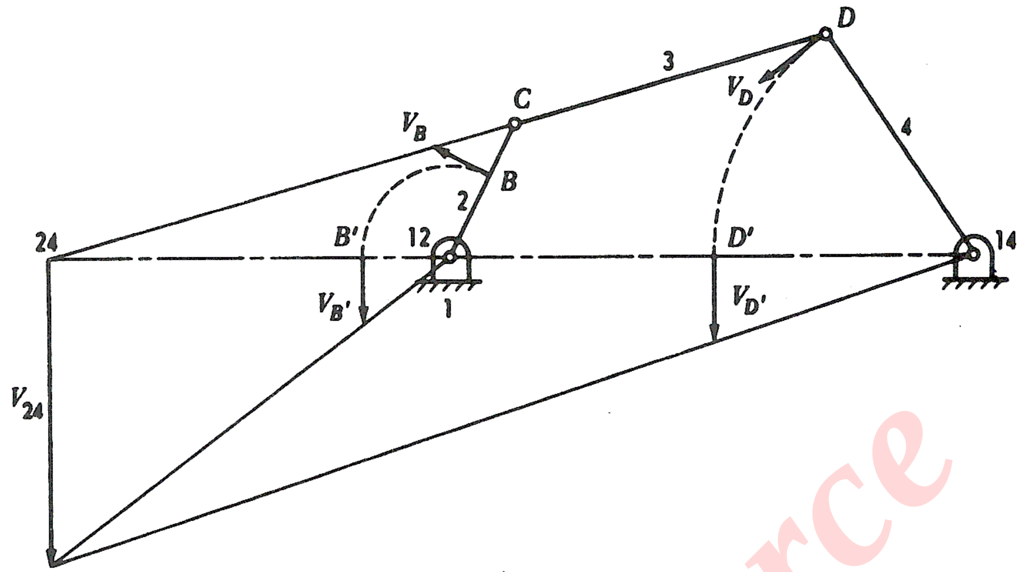
فرض‌کنید سرعت نقطهٔ B از مکانیزم نشان داده شده در شکل ۵ـ۱ معلوم بوده و منظور تعیین سرعت نقاط ۲۳، D و E می‌باشد. نقاط B و ۲۳ بر روی میلهٔ شمارهٔ ۲ واقع بوده که حول مرکز آنی واقع در بدنه دوران می‌نمایند. سرعت $V_{۲۳}$ می‌بایست در امتداد عمود بر شعاع دوران ۲۳ـ۱۲ باشد. بنابراین امتداد آن مشخص است.اگر از نقطهٔ ۱۲ خطی بر نوک بردار V_B رسم کرده تا امتداد آن عمود رسم شده از نقطهٔ ۲۳ را قطع کند، این نقطهٔ برخورد مقدار $V_{۲۳}$ را تعیین خواهد کرد. از روی مثلثهای متشابه

$$\frac{V_{۲۳}}{۱۲-۲۳} = \frac{V_B}{۱۲-B}$$

که مؤیّد این قانون است که سرعتهای خطی نقاط واقع بر یک جسم در حال دوران نسبت مستقیم با شعاع دوران آن نقاط دارند. برای آنکه سرعت $V_{۲۳}$ را تعیین کنید، نقطهٔ ۲۳ را به عنوان نقطه‌ای واقع بر میلهٔ شمارهٔ ۲ در نظر می‌گیریم. سپس با در نظر گرفتن ۲۳ به عنوان نقطه‌ای واقع بر میلهٔ شمارهٔ ۳ می‌توان سرعت نقطهٔ D را تعیین نمود. از آنجا که میلهٔ شمارهٔ ۳ حول مرکز آنی ۱۳ واقع در بدنه دوران می‌نماید، شعاعهای دوران ۲۳ و D به ترتیب برابر طولهای ۲۳ـ۱۲ و D ـ ۱۳ می‌باشند. اگر شعاع دوران D ـ ۱۳ را حول نقطهٔ ۱۳ آن قدر دوران داده تا بر شعاع دوران ۲۳ـ۱۲ منطبق گردد، مثلثهای متشابهی مربوط به این شعاعها حاصل خواهد گردید. بنابراین D' ـ ۱۳ شعاع لحظه‌ای D پس از دوران بوده و خط عمود استخراج شده از نقطهٔ D' بر D' ـ ۱۳ امتداد سرعت نقطهٔ D' را نشان می‌دهد. رسم یک خط از نقطهٔ ۱۳ به نوک بردار سرعت $V_{۲۳}$ مقدار سرعت نقطهٔ D' یعنی V_D را تعیین می‌کند. آنگاه چون مقدار V_D برابر $V_{D'}$ می‌باشد، آن را در امتداد واقعیش، یعنی عمود بر شعاع دوران لحظه‌ای D ـ ۱۳ رسم می‌کنیم. به همین ترتیب برای تعیین سرعت نقطهٔ E شعاع دوران E ـ ۱۳ را

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۵ـ۲

دوران داده تا بر شعاع لحظه‌ای ۲۳ـ۱۳ منطبق گردد. بردار $V_{E'}$ سرعت نقطهٔ E را وقتی که به وضعیت E' دوران یافته نشان می‌دهد. پس V_E از نظر مقدار برابر $V_{E'}$ بوده که می‌بایست در امتداد عمود بر شعاع لحظه‌ای E ـ ۱۳ رسم گردد.

مثال دیگری برای پیدا کردن سرعتها به روش گرداندن شعاع در شکل ۵ـ۲ نشان داده شده است. مجدداً فرض می‌کنیم، سرعت نقطهٔ B یعنی V_B معلوم بوده و منظور تعیین V_D می‌باشد. ابتدا می‌بایست سرعت مرکز آنی ۲۴ را که نقطه‌ای مشترک در میله‌های شمارهٔ ۲ و ۴ می‌باشد تعیین کنیم. با در نظر گرفتن ۲۴ به عنوان نقطه‌ای واقع بر میلهٔ شمارهٔ ۲ این نقطه همانند سایر نقاط واقع بر این میله حول نقطهٔ ۱۲ واقع بر بدنه دوران نموده و شعاع لحظه‌ای آن برابر ۲۴ـ۱۲ می‌باشد. پس از دوران شعاع آنی B ـ ۱۲ و انطباق آن با شعاع لحظه‌ای ۲۴ـ۱۲ امتداد خط رسم شده از نقطهٔ ۱۲ به انتهای V_B مقدار $V_{۲۴}$ را تعیین خواهد نمود. حال مرکز آنی ۲۴ را به عنوان نقطه‌ای واقع بر میلهٔ شمارهٔ ۴ در نظر می‌گیریم. همانند سایر نقاط واقع بر میلهٔ شمارهٔ ۴، نقاط ۲۴ و D حول مرکز آنی ۱۴ واقع بر بدنه دوران می‌نمایند. بنابراین سرعت آنها به ترتیب نسبت مستقیم با شعاعهای آنی دوران ۲۴ـ۱۲ و D ـ ۱۴ دارد. به طوری که در شکل نشان داده شده، امتداد خط رسم‌شده از ۱۴ به انتهای $V_{۲۴}$ مقدار $V_{D'}$ را تعیین می‌نماید. V_D دارای سرعتی مساوی $V_{D'}$ بوده، ولی می‌بایست در امتداد عمود بر شعاع آنی D ـ ۱۴ رسم گردد.

لازم به تذکر است که این روش تعیین سرعت که با گرداندن شعاع آنی یک نقطه و در امتداد قرار دادن آن با شعاع آنی نقطه‌ای دیگر صورت می‌گیرد فقط موقعی قابل استفاده است که هر دو نقطه در یک میله واقع بوده باشند. مثلاً در شکل ۵ـ۱ با معلوم بودن V_B می‌خواستیم سرعت نقطهٔ D را که

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

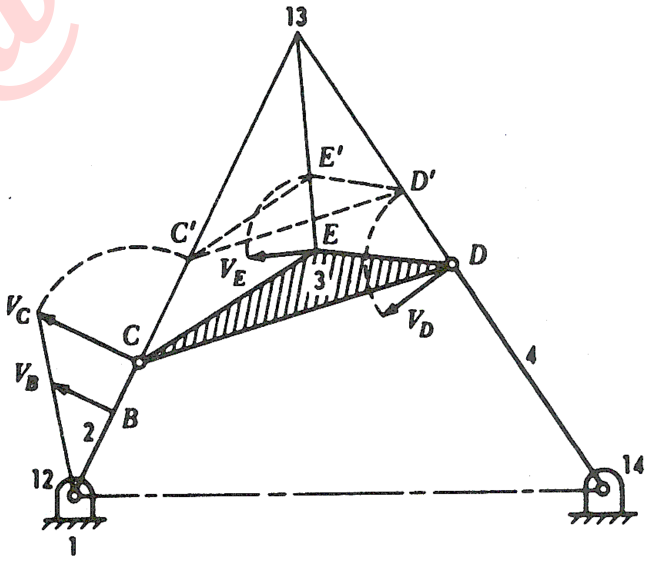
می‌توانستیم آن را به عنوان نقطه‌ای واقع در میلهٔ ۳ دانست تعیین کنیم. ابتدا لازم بود که سرعت نقطه‌ای مانند ۲۳ را که هم متعلق به میلهٔ شمارهٔ ۲ و هم متعلق به میلهٔ شمارهٔ ۳ بود تعیین کنیم. این نقطه را اصطلاحاً نقطهٔ انتقال می‌نامند. به همین ترتیب برای تعیین V_D در شکل ۵ـ۲، از آنجا که نقاط B و D متعلق به یک میله نبوده و به ترتیب بر روی میله‌های شمارهٔ ۲ و ۴ واقع می‌باشند (نقطهٔ D را هم می‌توان نقطه‌ای متعلق به میلهٔ ۳ و هم می‌توان نقطه‌ای متعلق به میلهٔ ۴ دانست) لازم بود ابتدا، سرعت نقطه‌ای مثل مرکز آنی ۲۴ را که هم متعلق به میلهٔ شمارهٔ ۲ و هم متعلق به میلهٔ شمارهٔ ۴ بود، تعیین کنیم. بنابراین ۲۴ به عنوان نقطهٔ انتقال مورد استفاده قرار گرفت.

روش خط موازی

مکانیزم نشان داده شده در شکل ۵ـ۱ مجدداً با معلوم بودن سرعت V_B در شکل ۵ـ۳ نشان داده شده است. سرعت نقاط C، D و E می‌بایست تعیین گردند. ابتدا سرعت V_C را با همان روشی که در شکل ۵ـ۱ نشان داده شده است تعیین می‌کنیم. آنگاه V_C را بر روی خط C ـ ۱۳، یعنی شعاع لحظه‌ای نقطهٔ C دوران می‌دهیم. از نقطهٔ C' خطی موازی خط CE می‌کشیم. جایی که این خط با خط E ـ ۱۳ برخورد می‌کند موقعیت نقطهٔ E' را مشخص خواهد کرد. بنابراین خط $C'E'$ موازی با قاعدهٔ مثلث ۱۳CE می‌باشد. بنابر قضیه‌ای در هندسه که خط موازی با قاعدهٔ مثلث، اضلاع مثلث را به تناسب یکدیگر تقسیم می‌نماید داریم

$$\frac{V_C}{C-۱۳}=\frac{V_E}{E-۱۳} \quad \text{و یا} \quad \frac{CC'}{C-۱۳}=\frac{EE'}{E-۱۳}$$

که مؤید این قانون است که، سرعتهای خطی نقاط واقع بر یک جسم در حال دوران نسبت مستقیم با



شکل ۵ـ۳

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

شعاع دوران آن نقاط دارند. بردار V_E در شکل از دوران EE' به موقعیتی عمود بر شعاع E ـ ۱۳ به دست آمده است.

برای به دست آوردن V_D در شکل ۵ـ۳ روش فوق عیناً تکرار می‌گردد. V_E دوران داده شده و بر شعاع آنی E ـ ۱۳ منطبق می‌گردد. آنگاه از نقطهٔ E' خط $E'D'$ موازی ED رسم می‌گردد. طول DD' برابر مقدار V_D خواهد بود. همچنین ملاحظه می‌گردد که سرعت V_D را می‌توان با کشیدن خطی موازی CD از نقطهٔ C' به دست آورد. این کار هم نقطهٔ D' را جواب خواهد داد.

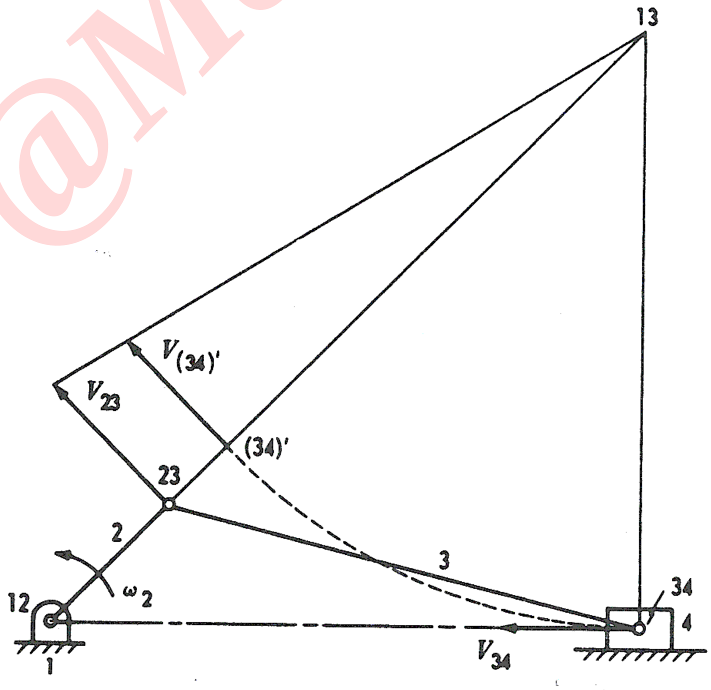
این روش هم مثل روش گرداندن شعاع که قبلاً توضیح داده شد، فقط موقعی می‌تواند برای تعیین سرعت یک نقطه از میله‌ای به کار رود که سرعت نقاطی دیگر از همان میله معلوم باشد.

۵ ـ ۴ سرعتها در یک مکانیزم لنگ

فرض می‌کنیم سرعت $\omega_۲$ مربوط به لنگ، شکل ۵ـ۴، نشان داده شده معلوم بوده و می‌خواهیم برای وضعیت نشان داده شده لنگ سرعت پیستون (میله شمارهٔ ۴) را تعیین کنیم. ابتدا سرعت $V_{۲۳}$ را محاسبه می‌کنیم. بنابراین

$$V_{۲۳} = R\omega = (۱۲ - ۲۳)\,\omega_۲$$

آنگاه بردار $V_{۲۳}$ در شکل را می‌توان با هر مقیاس دلخواهی رسم نمود. نقاط ۲۳ و ۳۴ نقاطی واقع بر میلهٔ شمارهٔ ۳ بوده که حول مرکز آنی ۱۳ دوران می‌نمایند. بنابراین سرعتهای آنها، نسبت مستقیم با



شکل ۵ـ۴

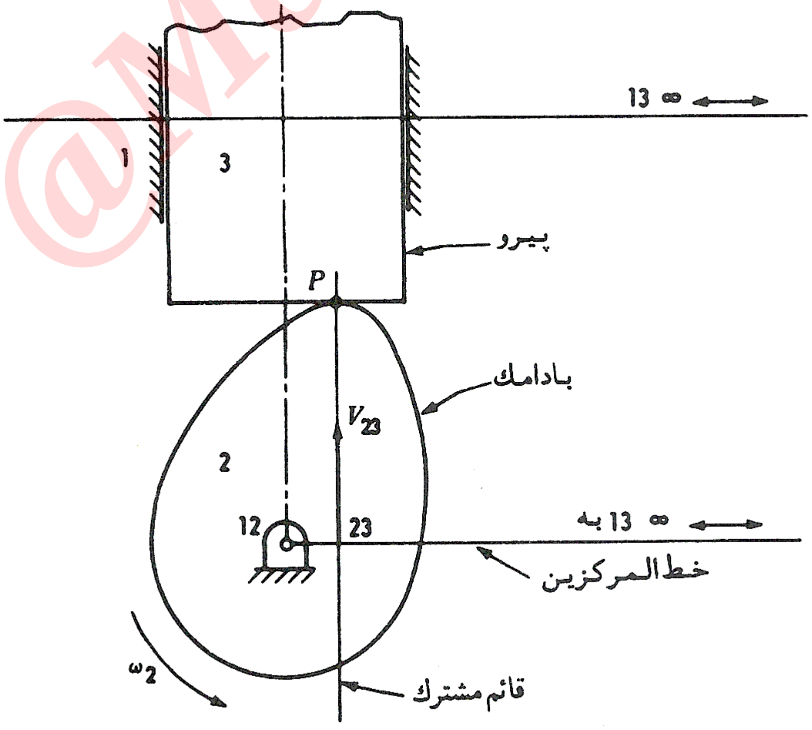
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

شعاعهای دوران آنها، یعنی ۲۳-۱۳ و ۳۴-۱۳ دارند. با دوران شعاع ۳۴-۱۳ و انطباق آن با شعاع ۲۳-۱۳ مطابق شکل می‌توان $V_{(34)'}$ را تعیین نمود. آنگاه V_{34} را می‌بایست در امتداد عمود بر شعاع آنی ۳۴-۱۳ رسم نمود. مقدار V_{34} برابر مقدار $V_{(34)'}$ می‌باشد. از آنجا که ۳۴ علاوه بر میلهٔ شمارهٔ ۳ نقطه‌ای متعلق به میلهٔ شمارهٔ ۴ هم می‌باشد، V_{34} علاوه بر سرعت یک نقطهٔ متعلق به میلهٔ شمارهٔ ۳ سرعت پیستون نیز می‌باشد.

۵ ـ ۵ سرعتها در یک مکانیزم بادامکی

در شکل ۵-۵ فرض شده، که سرعت زاویه‌ای بادامک یعنی ω_2 معلوم بوده و می‌خواهیم برای وضعیت نشان داده شده بادامک سرعت پیرو را تعیین کنیم. ابتدا مراکز آنی تعیین می‌گردند. میله‌های شمارهٔ ۱، ۲ و ۳ یک مکانیزم با تماس مستقیم را تشکیل داده‌اند. مرکز دوران میلهٔ شمارهٔ ۲، مرکز آنی ۱۲ و مرکز دوران میلهٔ شمارهٔ ۳، مرکز آنی ۱۳ بوده که در امتداد خط عمود بر امتداد حرکت پیرو در بینهایت واقع می‌باشد. خط واصل بین این دو مرکز آنی، یعنی خط‌المرکزین در شکل نشان داده شده است. از آنجا که نقطهٔ تماس P بر روی خط‌المرکزین قرار نگرفته، اجسام ۲ و ۳ دارای تماس لغزشی بوده که توضیح آن در قسمت ۲-۱۵ داده شد. بنابراین مطابق آنچه که در قسمت ۴-۸ اثبات گردید، مرکز آنی ۲۳ در محل برخورد قائم مشترک ترسیم شده از نقطهٔ تماس P و خط‌المرکزین واقع



شکل ۵-۵

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

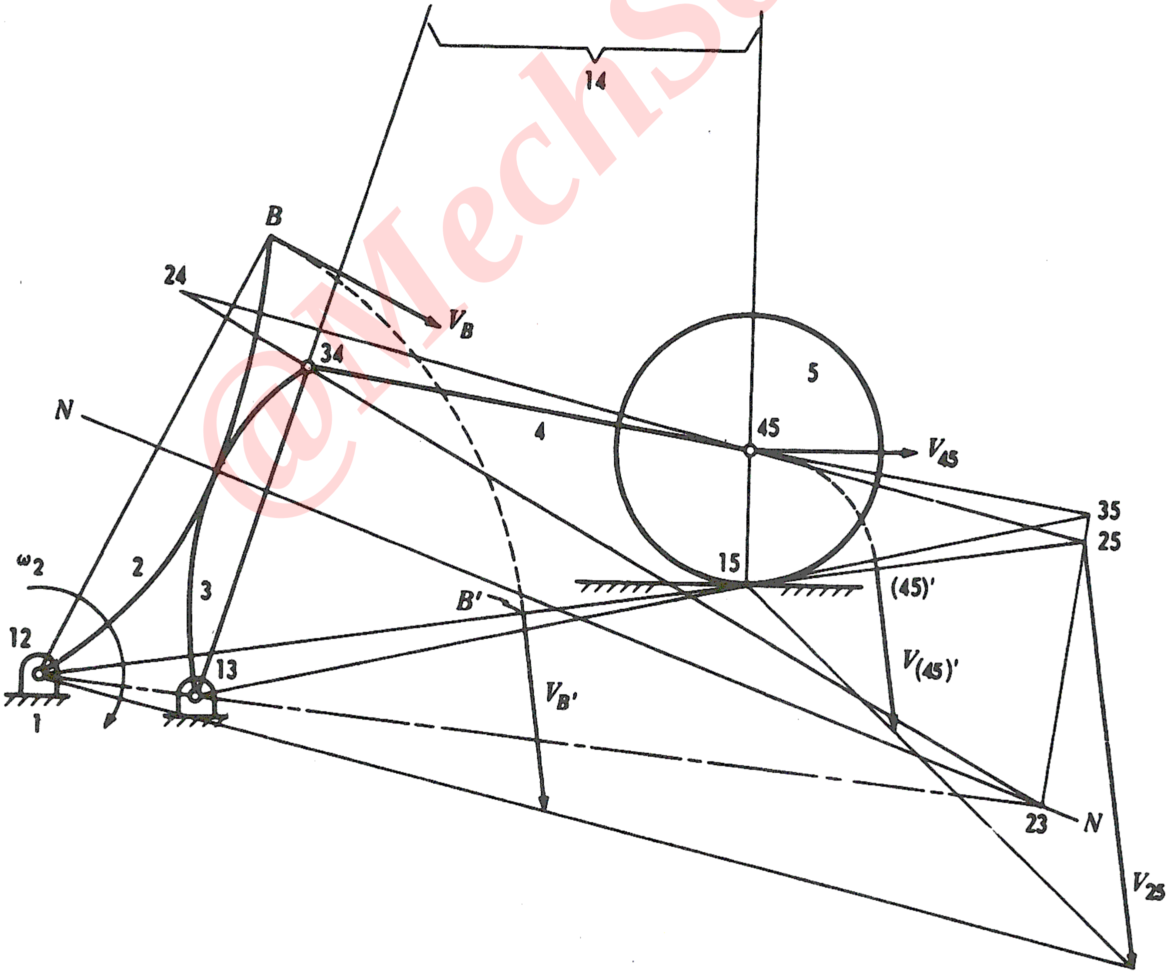
می‌باشد. با در نظر گرفتن ۲۳ به عنوان نقطه‌ای واقع بر جسم ۲، سرعت $V_{۲۳}$ می‌بایست عمود بر شعاع دوران نقطهٔ ۲۳ یعنی خط ۲۳-۱۲ باشد. مقدار آن برابر است با

$$V_{۲۳} = R\omega = (۱۲ - ۲۳)\,\omega_{۲}$$

بنا به تعریف، مرکز آنی ۲۳، همچنین نقطه‌ای واقع بر میلهٔ شمارهٔ ۳ می‌باشد. از آنجا که پیرو دارای حرکت انتقالی می‌باشد کلیهٔ نقاط آن دارای سرعت یکسان $V_{۲۳}$ می‌باشد.

۵-٦ سرعتها در یک مکانیزم مرکب

مکانیزمها را ممکن است به دو دسته ساده و مرکب، دسته‌بندی نمود. یک مکانیزم ساده مرکب از سه و یا چهار میله می‌باشد. تمام مکانیزمهای دیگر و یا آنها که مرکب از بیش از چهار میله بوده باشند را مکانیزمهای مرکب می‌نامند. مکانیزمهای مرکب معمولاً ترکیبی از مکانیزمهای ساده می‌باشند. مکانیزم نشان داده شده در شکل ۴-۱۶ که مجدداً در شکل ۵-٦ نشان داده شده است، نمونه‌ای از



شکل ۵-٦

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

مکانیزمهای مرکب می‌باشد. این مکانیزم شامل مکانیزم ساده حاوی میله‌های شمارهٔ ۱، ۲ و ۳ بوده که با مکانیزم ساده دوم حاوی ۱، ۲، ۴ و ۵ ترکیب گردیده است.

فرض می‌کنیم سرعت نقطهٔ B از میلهٔ شمارهٔ ۲ مکانیزم نشان داده شده در شکل ۵ـ۶ معلوم بوده و می‌خواهیم سرعت نقطهٔ ۴۵ از میلهٔ شمارهٔ ۵ را تعیین کنیم. در اینجا تجزیه و تحلیل مشابه آنچه که در شکل ۵ـ۲ مورد استفاده قرار گرفت بوده و شرح آن در قسمت ۵ـ۳ داده شده است. ابتدا می‌بایست سرعت نقطهٔ انتقال (مرکز آنی ۲۵) را که نقطه‌ای متعلق به میله‌های شمارهٔ ۲ و ۵ می‌باشد تعیین نمود. این نقطه به عنوان نقطه‌ای متعلق به میلهٔ شمارهٔ ۲ دارای شعاع دوران ۱۲ـ۲۵ می‌باشد. بنابراین، رسم خطی از مرکز ۱۲ به نوک بردار $V_{B'}$ مقدار $V_{۲۵}$ را تعیین خواهد نمود. سپس با در نظر گرفتن مرکز آنی ۲۵ به عنوان نقطه‌ای واقع بر میله شماره ۵، این نقطه دارای شعاع آنی ۲۵ـ۱۵ می‌باشد. بنابراین، رسم خطی از ۱۵ به انتهای $V_{۲۵}$ مقدار $V_{(۴۵)'}$ را تعیین خواهد نمود. $V_{۴۵}$، دارای مقداری مساوی $V_{(۴۵)'}$ بوده ولی امتداد آن عمود بر شعاع آنی نقطهٔ ۴۵، یعنی خط ۴۵ ـ ۱۵ می‌باشد.

۵ ـ ۷ سرعتهای زاویه‌ای

قبلاً اشاره گردید که سرعت زاویه‌ای یک جسم را می‌توان به شرح زیر تعیین نمود:

$$\omega = \frac{V}{R}$$

که در آن V سرعت خطی نقطه‌ای واقع بر جسم و R شعاع دوران این نقطه می‌باشد. از آنجا که در شکل ۵ـ۱ مرکز آنی مشترک اجسام ۲ و ۳، نقطه‌ای واقع بر میلهٔ شمارهٔ ۲ و یا ۳ می‌باشد

$$\omega_{۳} = \frac{V_{۲۳}}{۱۳-۲۳} \quad \text{و} \quad \omega_{۲} = \frac{V}{R} = \frac{V_{۲۳}}{۱۲-۲۳}$$

بنابراین

$$\frac{\omega_{۲}}{\omega_{۳}} = \frac{۱۳-۲۳}{۱۲-۲۳} \qquad (۵\text{ـ}۱)$$

و

$$\omega_{۳} = \omega_{۲}\frac{۱۲-۲۳}{۱۳-۲۳}\,\text{cw}$$

به همین ترتیب از آنجا که مرکز ۲۴ نقطه‌ای واقع بر میله شمارهٔ ۲ و ۴ می‌باشد

$$\omega_{۴} = \omega_{۲}\frac{۱۲-۲۴}{۱۴-۲۴}\,\text{ccw}$$

از رابطهٔ (۵ـ۱) چنین نتیجه‌گیری می‌شود، که نسبت سرعتهای زاویه‌ای هر دو میله از یک

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

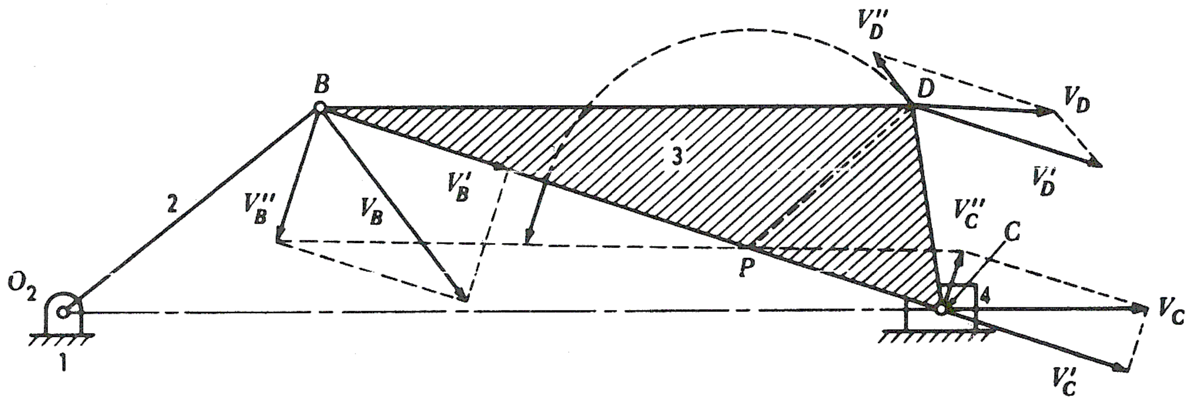
مکانیزم نسبت معکوس دارد با فاصلهٔ مراکز آنی واقع در بدنه که دو میله حول آنها گردش می‌نماید تا مرکز آنی مشترک در دو میله.

۵ـ۸ تعیین سرعتها به روش مؤلفه‌ها

تجزیه و تحلیل سرعت مکانیزمها به وسیلهٔ مؤلفه‌ها عبارت است از تجزیهٔ سرعت به مؤلفه‌هایی مناسب، به نحوی که بتوان از روی آنها انتقال و دوران میله‌های مختلف مکانیزم را بررسی نمود. فرض می‌کنیم سرعت لنگ مکانیزم نشان داده شده در شکل ۵ـ۷ یعنی V_B معلوم بوده و می‌بایست سرعتهای لغزنده و نقطهٔ D را تعیین نمود. V'_B مؤلفهٔ V_B در امتداد BC و V''_B مؤلفهٔ V_B در امتداد عمود بر BC می‌باشد. از آنجا که میلهٔ ۳ یک جسم صلب می‌باشد، V'_C یعنی سرعت نقطهٔ C در امتداد BC با V'_B برابر خواهد بود. لغزنده می‌بایست در روی بدنه موازی مسیر راهنمای خود حرکت کند. بنابراین، V_C موازی مسیر راهنما می‌باشد. خط رسم‌شده از انتهای V'_C و عمود بر V'_C مقدار V_C را تعیین خواهد نمود. V''_C مؤلفهٔ V_C در امتداد عمود بر BC بوده و مقدار آن با رسم خطی از انتهای V_C و عمود بر امتداد V''_C به دست می‌آید. خط واصل بین نقاط V''_B و V''_C موقعیت نقطهٔ P را تعیین می‌نماید. این نقطه در امتداد عمود بر BC هیچ سرعتی نداشته ولی در امتداد BC دارای سرعتی معادل V'_B می‌باشد. از آنجا که V''_D و V''_B نسبت مستقیم با فاصله‌شان از نقطهٔ P دارند مقدار V''_D را می‌توان از دوران PD و انطباق آن با PB به دست آورد. پس سرعت مطلق D یعنی V_D برابر برآیند V'_D و V''_D می‌باشد. تقاطع خط رسم شده از انتهای V'_D و به موازات V''_D با خط رسم شده از انتهای V''_D و به موازات V'_D سرعت V_D را تعیین خواهد نمود.

سرعت زاویه‌ای میلهٔ شمارهٔ ۳ در شکل ۵ـ۷ را می‌توان به صورت زیر تعیین نمود:

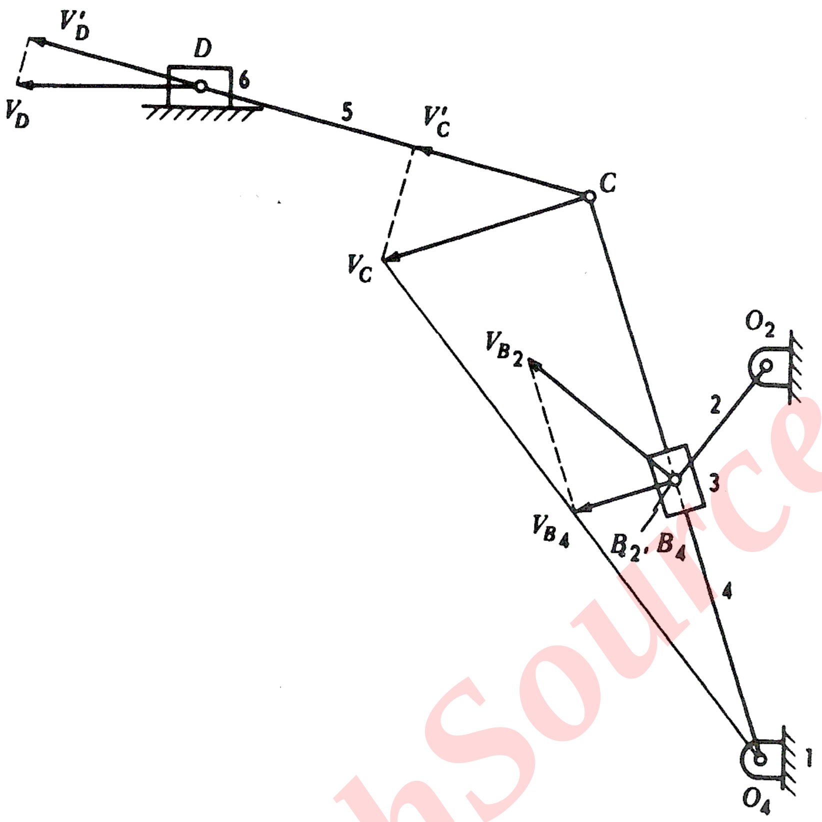
$$\omega_3 = \frac{V''_B}{PB} = \frac{V''_C}{PC} = \frac{V''_D}{PD} \text{ ccw}$$



شکل ۵ـ۷

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۵ـ۸

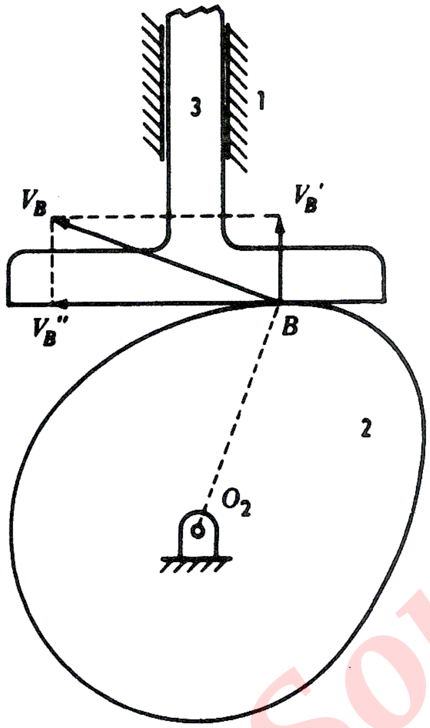
اگر در شکل ۵ـ۸ لغزندهٔ شمارهٔ ۳ به انتهای میلهٔ شمارهٔ ۲ پین شده باشد با دوران میلهٔ ۲ این لغزنده بر روی میلهٔ شمارهٔ ۴ لغزش خواهد نمود. V_{B_2} سرعت نقطه‌ای واقع بر میلهٔ شمارهٔ ۲ بوده که مقدار آن معلوم است. سرعت نقطهٔ D می‌بایست تعیین گردد. V_{B_4} سرعت نقطه‌ای واقع بـر مـیلهٔ شماره ۴ بوده و ضمناً مؤلفهٔ عمود بر O_4B_4 (شعاع لحظه‌ای B_4) سرعت V_{B_2} نیز می‌باشد. خط رسم شده از O_4 به نوک بردار V_{B_4} مقدار V_C را تعیین می‌نماید. آنگـاه V_D از روی V'_D کـه مسـاوی V_C' می‌باشد تعیین می‌گردد. از آنجا که V'_D مؤلفهٔ V_D می‌باشد، خط رسم شده از انتهای V'_D و عمود بر V'_D مقدار V_D را تعیین خواهد کرد.

در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۵ـ۹، میلهٔ شمارهٔ ۲ بادامک و میلهٔ شمارهٔ ۳ پیرو نـامیده می‌شود. V_B سرعت نقطه‌ای واقع بر بادامک بوده که مقدارش معلوم است. سرعت پیرو می‌بایست تعیین گردد. مؤلفهٔ V_B در جهت حرکت میلهٔ شمارهٔ ۳، V'_B بوده و برابر سرعت پیرو می‌باشد. از آنجا که پیرو دارای حرکت انتقالی مستقیم‌الخط می‌باشد، تمام نقاط واقع بر روی آن دارای همین سرعت می‌باشد. مؤلفهٔ V_B در امتداد پیشانی پیرو V''_B بوده و برابر سرعت لغزشی می‌باشد.

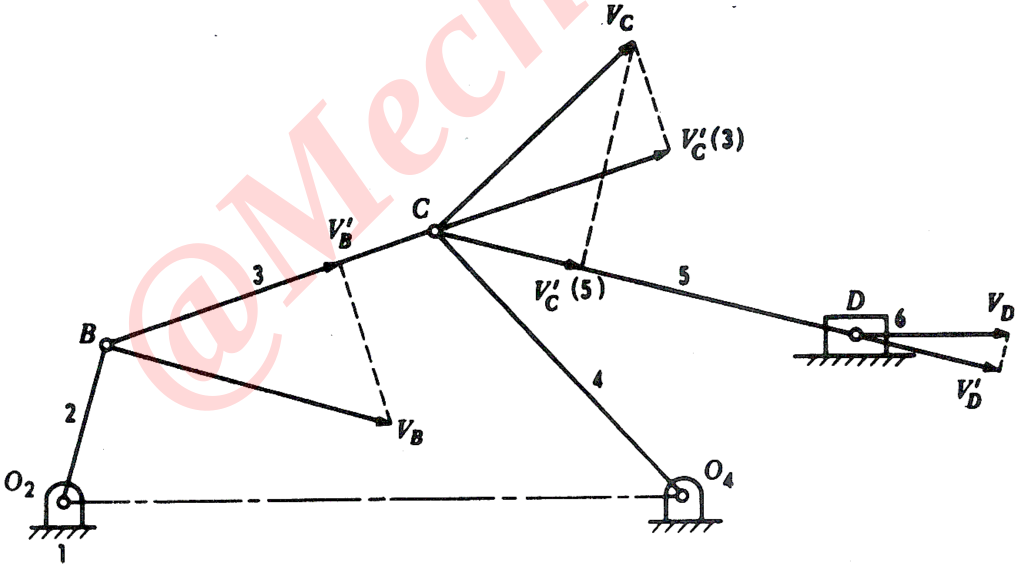
در مکانیزم نشان داده‌شده در شکل ۵ـ۱۰، V_B معلوم‌بوده و سرعت نقاط C و D می‌بایست تعیین گردند. V'_B مؤلفه V_B در امتداد میلهٔ شمارهٔ ۳′ می‌باشد. (۳) V'_C مؤلفه V_C در امتداد میلهٔ شمارهٔ ۳ بوده

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۵ـ۹



شکل ۵ـ۱۰

که به اندازهٔ V'_B جدا می‌گردد. رسم عمودی از انتهای (۳) V'_C مقدار V_C را تعیین می‌نماید که می‌بایست عمود بر O_4C باشد. آنگاه از V_C خطی عمود بر امتداد میلهٔ شمارهٔ ۵ رسم کرده که بدین ترتیب مؤلفهٔ V_C در امتداد میلهٔ شمارهٔ ۵ یعنی (۵) V'_C تعیین می‌گردد. مطابق شکل، V'_D را برابر (۵) V'_C جدا کرده و با رسم عمودی بر آن مقدار V_D را تعیین می‌کنیم.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

موقعی که از روش مؤلفه‌ها برای تعیین سرعتها استفاده می‌گردد باید به خاطر داشت که سرعت مطلق یک نقطه می‌بایست عمود بر شعاع آنی دوران بوده و مؤلفه‌های به دست آمده از تجزیهٔ بردار همیشه از خود بردار کوچکتر می‌باشند.

تمرینها

۵ـ۱ سرعت V_B در شکل ۴ـP1 را با برداری به طول ۲۵ میلیمتر نشان دهید. بردارهای V_C و V_D را با استفاده از روش گرداندن شعاع تعیین کنید.

۵ـ۲ سرعت V_B در شکل ۴ـP2 را با برداری به طول ۵۰ میلیمتر نشان دهید. بردارهای $V_{C_۴}$ و V_D را با استفاده از روش گرداندن شعاع تعیین کنید. اگر سرعت زاویه‌ای $\omega_۲$ برابر ۱۰۰ دور در دقیقه بوده باشد، مقادیر V_B و $V_{C_۴}$ را برحسب متر بر ثانیه تعیین کنید.

۵ـ۳ سرعت V_B در شکل ۴ـP3 را با برداری به طول ۲۵ میلیمتر نشان دهید. بردار V_C را با استفاده از روش گرداندن شعاع تعیین کنید.

۵ـ۴ سرعت V_B در شکل ۴ـP4 را با برداری به طول ۲۵ میلیمتر نشان دهید. بردارهای V_C و V_D را با استفاده از روش گرداندن شعاع تعیین کنید.

۵ـ۵ سرعت V_B در شکل ۴ـP5 را با برداری به طول ۴۰ میلیمتر نشان دهید. بردار V_C را با استفاده از مراکز آنی تعیین کنید.

۵ـ٦ سرعت V_B در شکل ۴ـP6 را با برداری به طول ۲۵ میلیمتر نشان دهید. بردار V_C را با استفاده از روش گرداندن شعاع تعیین کنید.

۵ـ۷ سرعت V_B در شکل ۴ـP7 را با برداری به طول ۴۰ میلیمتر نشان دهید. بردار V_C را با استفاده از روش گرداندن شعاع تعیین کنید.

۵ـ۸ سرعت V_B در شکل ۴ـP8 را با برداری به طول ۶۵ میلیمتر نشان دهید. بردار V_C را با استفاده از روش گرداندن شعاع تعیین کنید.

۵ـ۹ سرعت V_B در شکل ۴ـP9 را با برداری به طول ۳۰ میلیمتر نشان دهید. بردار V_C را با استفاده از روش گرداندن شعاع تعیین کنید.

۵ـ۱۰ $\omega_۲$ در شکل ۴ـP1 برابر ۱۰۰ دور در دقیقه می‌باشد، $\omega_۳$ و $\omega_۴$ را تعیین کنید.

۵ـ۱۱ اگر $\omega_۲$ در شکل ۴ـP2 برابر ۱۰۰ دور در دقیقه باشد، $\omega_۳$ را تعیین کنید.

۵ـ۱۲ اگر $\omega_۲$ در شکل ۴ـP3 برابر ۱۵۰ دور در دقیقه باشد، $\omega_۴$ را تعیین کنید.

۵ـ۱۳ اگر V_B در شکل ۴ـP4 برابر ۷ متر بر ثانیه باشد، $\omega_۳$ را برحسب رادیان بر ثانیه تعیین کنید.

۵ـ۱۴ نسبت سرعت زاویه‌ای $\omega_۳/\omega_۴$ را در شکل ۴ـP5 تعیین کنید.

۵ـ۱۵ـ اگر $\omega_۲$ در شکل ۴ـP6 برابر ۱۵۰ دور در دقیقه باشد، $\omega_۳$ و $\omega_۴$ را تعیین کنید.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۵ـ۱۶ اگر $\omega_۲$ در شکل ۴ـP7 برابر ۱۲۰ دور در دقیقه باشد، $\omega_۴$ را تعیین کنید.

۵ـ۱۷ فرض کنید در شکل ۴ـP8، $\omega_۲$ برابر ۷۵ دور در دقیقه باشد، $\omega_۳$، $\omega_۴$ و $\omega_۵$ را تعیین کنید.

۵ـ۱۸ اگر $\omega_۲$ در شکل ۴ـP9 برابر ۷۵ دور در دقیقه باشد، $\omega_۳$، $\omega_۵$ و $\omega_۶$ را تعیین کنید.

۵ـ۱۹ سرعت V_B در شکل ۴ـP1 را با برداری به طول ۲۵ میلیمتر نشان دهید. بردارهای V_C و V_D را با استفاده از روش مؤلفه‌ها تعیین کنید.

۵ـ۲۰ سرعت زاویه‌ای $\omega_۲$ در شکل ۴ـP2 برابر ۱۰۰ دور در دقیقه می‌باشد. مقدار سرعت V_C را برحسب متر بر ثانیه و سرعت یک نقطهٔ واقع بر روی بادامک را تعیین کنید. آنگاه با استفاده از مقیاس ۱۰ mm/s = ۱ mm بردار V_C را رسم کنید. سرعت نقطهٔ تماس واقع بر روی پیرو یعنی $V_{C'}$ و همچنین سرعت لغزشی یعنی $V_{C''}$ را تعیین کنید. مقادیر آنها را با توجه به مقیاس به کار رفته تعیین کنید. با استفاده از مقدار به دست آمده برای V_C' سرعت زاویه‌ای $\omega_۳$ را برحسب دور در دقیقه تعیین کنید.

۵ـ۲۱ سرعت V_B در شکل ۴ـP4 را با برداری به طول ۲۵ میلیمتر نشان دهید. بردارهای V_C و V_D را با استفاده از روش مؤلفه‌ها تعیین کنید.

۵ـ۲۲ نقاط $P_۲$ و $P_۳$ در شکل ۴ـP6 به ترتیب نقاط تماس واقع بر میله‌های شمارهٔ ۲ و ۳ می‌باشند. سرعت $V_{P_۲}$ را با برداری به طول ۳۰ میلیمتر نشان دهید. مرکز آنی ۱۳ را تعیین و سپس بردار V_C را با استفاده از روش مؤلفه‌ها تعیین کنید.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۶

تعیین سرعت در مکانیزمها به روش سرعتهای نسبی

۶ ـ ۱ مقدمه

در فصل قبل روش استفاده از مراکز آنی و روش مؤلفه‌ها در تجزیه و تحلیل سرعت مکانیزمها تشریح گردید. حال در اینجا روش سومی که بنا به مطالب فصل دوم در آن از مفهوم سرعتهای نسبی استفاده می‌گردد، مورد بحث قرار خواهد گرفت. از آنجا که در تجزیه و تحلیل شتاب مکانیزمهای میله‌ای ابتدا می‌بایست سرعتهای نسبی تعیین گردند این روش بهترین روش تعیین سرعت می‌باشد.

@MechSource

۶ ـ ۲ سرعتهای خطی

به منظور نشان دادن روش سرعت نسبی در تعیین سرعتهای یک مکانیزم ابتدا مکانیزم لنگ و لغزنده نشان داده شده در شکل ۶ـ۱ را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم سرعت زاویه‌ای لنگ یعنی $\omega_۲$ برابر ۱۵ رادیان بر ثانیه، در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت بوده و منظور تعیین سرعت پیستون یعنی V_C باشد.

سرعت V_B در امتداد عمود بر $O_۲B$ می‌باشد. بنابراین داریم

$$V_B = (O_۲B)\,\omega_۲ = ۶۵ \times ۱۵ = ۹۷۵ \text{ mm/s}$$

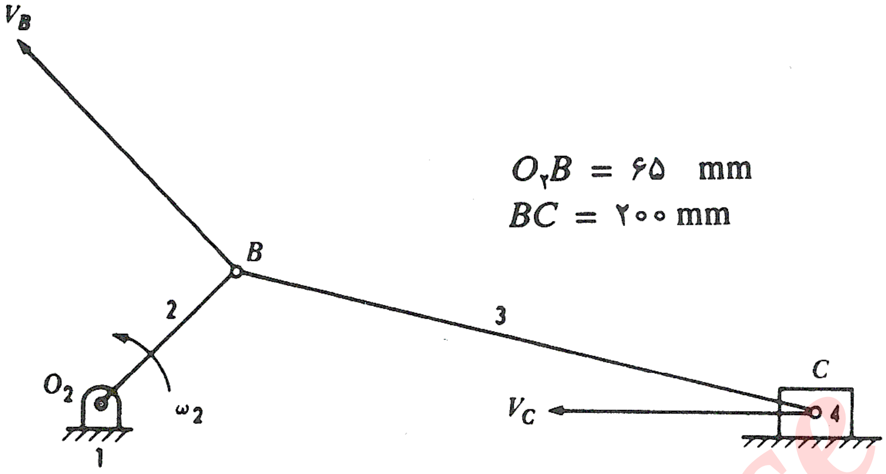
با استفاده از رابطهٔ سرعت نسبی مشروح در قسمت ۲ـ۹

$$\overset{-\surd}{V_C} = \overset{\surd\surd}{V_B} \;+\!\!\!\!\rightarrow \overset{-\surd}{V_{C/B}} \qquad (۱\text{ـ}۶)$$

هر جمله این رابطه دارای دو کمیت مقدار و امتداد بوده که برای به خاطر ماندن اینکه کدام یک از این دو کمیت معلوم و یا مجهول می‌باشند، دو علامت بالای هریک از این بردارها قرار می‌دهیم. علامت

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ٦ـ١

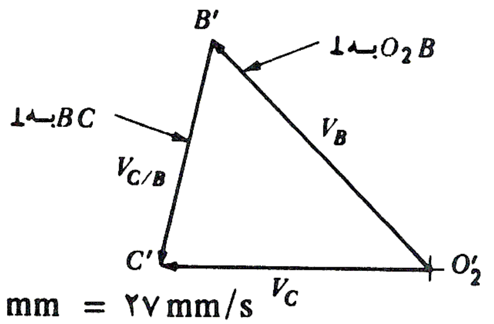
خط تیره به معنای آن است که نشان دهیم کدام کمیت مجهول و دیگر علامت برای کمیتهای معلوم مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنا به قرارداد علامت اول بالای هر بردار مربوط به مقدار بردار بوده و دومین علامت امتداد آن را نشان می‌دهد. مقدار V_C مجهول بوده ولی چون پیستون از طرف بدنه ناچار به حرکت در امتداد افق می‌باشد امتداد آن معلوم است. بنابراین در بالای بردار V_C یک خط تیره و در تعقیب آن علامت دیگر که اصطلاحاً آن را علامت معلوم خواهیم نامید گذارده خواهد شد. از آنجا که بردار V_B هم مقدارش و هم امتدادش معلوم است در بالای آن دو علامت معلوم می‌گذاریم. چون در اینجا فرض شده که میلهٔ شمارهٔ ۳ صلب می‌باشد. C نسبت به B نمی‌تواند هیچ سرعتی در امتداد CB داشته باشد. بنابراین، اگر C نسبت به B سرعتی داشته باشد این سرعت می‌بایستی در امتدادی عمود بر BC بوده باشد. پس در عبارت (۶ـ۱) در بالای بردار $V_{C/B}$ یک خط تیره گذارده می‌شود که نشان می‌دهد مقدار آن مجهول و یک علامت معلوم گذارده می‌شود که نشان می‌دهد امتداد آن معلوم است. با یک بررسی در علائم بالای بردارها ملاحظه می‌کنیم که در این رابطه فقط دو مجهول وجود داشته که یکی از آنها مقدار V_C و دیگری مقدار $V_{C/B}$ می‌باشد. یک رابطهٔ برداری موقعی قابل حل می‌باشد که مقدار مجهولهای آن بیش از دو تا نبوده باشد.

کثیرالاضلاع سرعت در شکل ۶ـ۲ نشان داده شده است. نقطهٔ O'_2 قطب نامیده شده و سرعتهای مطلق همهٔ نقاط از آنجا رسم می‌گردد. قطب نشان‌دهندهٔ نقاطی واقع بر مکانیزم بوده که سرعتهای آنها صفر می‌باشند. در کثیرالاضلاع سرعت از علامت پرین بر روی هر حرف استفاده می‌گردد، تا نقطهٔ مربوطه در شکل ۶ـ۱ را نشان دهد. بنابراین O'_2 مربوط به نقطهٔ O_2 در مکانیزم بوده و از آنجا که سرعت این نقطه صفر می‌باشد O'_2 بر قطب منطبق می‌گردد. O'_2B' و O'_2C' به ترتیب سرعتهای نقاط B و C را نشان می‌دهند. در ترسیم شکل ۶ـ۲ از یک مقیاس مناسب $1\ \text{mm} = 27\ \text{mm/s}$ استفاده شده است. قطب O'_2 در جای مناسبی از صفحهٔ کاغذ انتخاب می‌شود. با توجه به رابطهٔ (۶ـ۱) ملاحظه

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ٦ـ۲

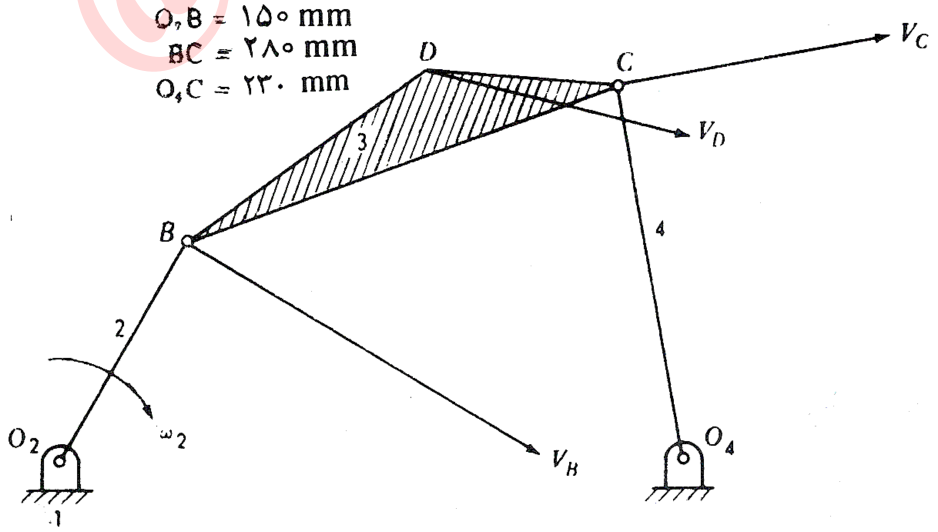
می‌کنیم که $V_{C/B}$ می‌بایست با V_B جمع گردد. از آنجا که امتداد $V_{C/B}$ معلوم و می‌بایست عمود بر خط BC باشد، پس خط $B'C'$ در این امتداد کشیده می‌شود. طول آن هنوز معلوم نیست. آنگاه خط O_4C' موازی با امتداد حرکت لغزنده کشیده می‌شود. مقادیر V_C و $V_{C/B}$ از برخورد خطوط $O_4'C'$ و $B'C'$ به دست می‌آید. طول O_4C' با اندازه‌گیری از روی دیاگرام برابر ۳۰ mm می‌باشد. آنگاه با ضرب نمودن در مقیاس به کار رفته جهت رسم دیاگرام سرعت را به دست می‌آوریم

$$V_C = ۳۰ \times ۲۸ = ۸۴۰ \text{ mm/s}$$

به منظور نمایش دیگری از روش سرعت نسبی مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـ۳ را در نظر می‌گیریم. سرعت زاویه‌ای لنگ محرک یعنی $\omega_۲$ برابر ۲۰ رادیان در ثانیه بوده و منظور تعیین سرعت نقطهٔ D می‌باشد.

سرعت نقطهٔ B برابر است با

$$V_B = (O_۲B) \times \omega_۲ = ۱۵۰ \times ۲۰ = ۳۰۰۰ \text{ mm/s}$$



شکل ٦ـ۳

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

که در شکل ۶ـ۴ به وسیلهٔ بردار O'_2B' رسم شده از قطب O'_2 نشان داده شده است. با توجه به سرعتهای نسبی

$$\bar{V}_D = \overset{\surd\surd}{V_B} \mathrel{+\!\!\!\rightarrow} \overset{\surd}{\bar{V}}_{D/B} \qquad (۶ـ۲)$$

بردار V_D، هم مقدار و هم امتدادش مجهول می‌باشد. بردار $V_{D/B}$ مقدارش مجهول، ولی امتدادش معلوم و در امتداد عمود بر BD می‌باشد. از آنجا که رابطهٔ برداری (۶ـ۲) دارای سه مجهول (بیش از دو مجهول) می‌باشد، بنابراین غیر قابل حل است. اما اگر ابتدا سرعت نقطهٔ C را تعیین کنیم آنگاه سرعت V_D قابل محاسبه خواهد بود. برای V_C می‌توانیم بنویسیم

$$\overset{\surd}{\bar{V}_C} = \overset{\surd\surd}{V_B} \mathrel{+\!\!\!\rightarrow} \overset{\surd}{\bar{V}}_{C/B} \qquad (۶ـ۳)$$

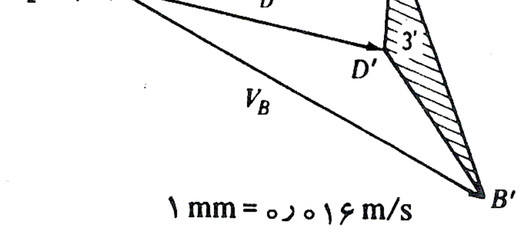
از آنجا که در این رابطه، فقط مقادیر V_C و $V_{C/B}$، یعنی فقط دو مجهول وجود دارد، به سهولت می‌توان به شرح زیر نقطهٔ C' در شکل ۶ـ۴ را تعیین نمود. خط $B'C'$ را از نقطهٔ B' عمود بر BC می‌کشیم. این امتداد $V_{C/B}$ بوده که مطابق رابطهٔ (۶ـ۳) می‌بایست با V_B جمع گردد. سپس از نقطهٔ O'_4 خطی عمود بر O_4C می‌کشیم. این امتداد V_C می‌باشد. تقاطع این دو خط محل نقطهٔ C' را مشخص می‌کند. آنگاه $V_{C/B}$ به وسیلهٔ خط $B'C'$ که جهت آن از B' به طرف C' می‌باشد نشان داده می‌شود.

حال برای V_D داریم

$$\bar{V}_D = \overset{\surd\surd}{V_C} \mathrel{+\!\!\!\rightarrow} \overset{\surd}{\bar{V}}_{D/C}$$

از آنجا که این رابطهٔ برداری، دارای بیش از دو مجهول می‌باشد نمی‌توان به تنهائی از آن برای تعیین V_D استفاده کرد. اما چون سمت راست این رابطه و رابطهٔ (۶ـ۲) هر دو برابر V_D می‌باشند می‌توان آنها را با هم مساوی قرار داده و نوشت

$$\overset{\surd\surd}{V_B} \mathrel{+\!\!\!\rightarrow} \overset{\surd}{\bar{V}}_{D/B} = \overset{\surd\surd}{V_C} \mathrel{+\!\!\!\rightarrow} \overset{\surd}{\bar{V}}_{D/C}$$



شکل ٦ـ۴

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

این عبارت آخر دارای دو مجهول بوده و می‌توان آن را حل نمود. خط رسم شده از نقطهٔ B' و عمود بر امتداد BD امتداد $V_{D/B}$ را مشخص می‌کند. تقاطع این خط با خط رسم شده از نقطهٔ C' و عمود بر امتداد CD موقعیت نقطهٔ D' را مشخص می‌کند. بنابراین V_D به ترتیب از جمع V_B و V_C با سرعتهای $V_{D/B}$ و $V_{D/C}$ به دست خواهد آمد. با رعایت مقیاس شکل ۶ـ۴ مقادیر به دست آمده برای V_D و V_C عبارت‌اند از: $V_D = ۱۹۹۰\ \text{mm/s}$ و $V_C = ۲۰۲۰\ \text{mm/s}$.

خطوط رسم‌شده از قطب به نقاط واقع بر روی دیاگرام سرعتهای نقاط مربوطه در روی مکانیزم را تعیین می‌نماید. خط واصل بین دو نقطهٔ واقع بر روی دیاگرام، سرعت نسبی دو نقطهٔ مربوطه در روی مکانیزم را تعیین می‌نماید. در شکلهای ۶ـ۳ و ۶ـ۴ یک بردار با جهتی از C' به طرف D' سرعت D نسبت به C را نشان داده حال آنکه یک بردار با جهتی از D' به طرف C' سرعت C نسبت به D را نشان می‌دهد.

۶ ـ ۳ تصویر سرعت[1]

هر میله از مکانیزم در دیاگرام سرعت دارای تصویری می‌باشد. در شکل ۶ـ۴ خطوط $B'C'$، $C'D'$ و $B'D'$ به ترتیب عمود بر خطوط BC، CD و BD در شکل ۶ـ۳ رسم شده‌اند. بنابراین، مثلث $B'C'D'$ مشابه مثلث BCD بوده و تصویر آن نامیده می‌شود. به همین ترتیب O'_2B' تصویر O_2B و O'_4C' تصویر O_4C می‌باشد. تصویر سرعت یک مفهوم بسیار مفید می‌باشد. اگر سرعتهای هر دو نقطهٔ واقع بر یک عضو از مکانیزم در دیاگرام سرعت معین باشد، به سادگی می‌توان با رسم تصویر سرعت، سرعت هر نقطهٔ سوم واقع بر این عضو را تعیین نمود. مثلاً اگر نقاط B' و C' در شکل ۶ـ۴ جایابی شده باشند با رسم مثلث $B'C'D'$ مشابه مثلث BCD می‌توان D' را جایابی نمود. لازمه این امر این است که $B'C'$، $B'D'$ و $C'D'$ به ترتیب عمود بر BC، BD و CD بوده باشند.

۶ ـ ۴ سرعتهای زاویه‌ای

سرعت زاویه‌ای هر عضو صلب، برابر است با سرعت نسبی هر دو نقطهٔ واقع بر آن عضو تقسیم بر فاصلهٔ بین آن دو نقطه. از آنجا که فاصلهٔ بین نقاط یک جسم صلب ثابت می‌باشند تنها سرعتی که یک نقطه از عضوی نسبت به نقطهٔ دیگر عضو خواهد داشت می‌بایست عمود بر امتداد خط واصل بین این دو نقطه باشد. بنابراین حرکت یک نقطه نسبت به دیگری یک دوران بوده که شعاع دوران آن برابر فاصلهٔ بین دو نقطه است. مثلاً در شکل ۶ـ۳ سرعت زاویه‌ای عضو ۳ برابر است با

$$\omega_۳ = \frac{V}{R} = \frac{V_{B/C}}{BC} = \frac{V_{B/D}}{BD} = \frac{V_{C/D}}{CD}\ \text{ccw}$$

---

1. velocity image

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

با توجه به شکل ۶ـ۴ جهت $V_{B/C}$ از C' به طرف B' بوده و بنابراین در شکل ۶ـ۳، B نسبت به C دارای حرکتی به طرف پایین بوده و از این رو حول C در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت دوران می‌نماید. بنابراین ω_3 در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت (ccw) می‌باشد. به همین ترتیب به طوری که در دیاگرام سرعت دیده می‌شود با توجه به جهت $V_{B/D}$ و $V_{C/D}$ به ترتیب B حول D در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت و C حول D در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت دوران می‌نمایند. به علاوه، با توجه به رابطهٔ اخیر ملاحظه می‌کنیم که تمام خطوط مستقیم واقع بر یک عضو دارای سرعت زاویه‌ای یکسان می‌باشند.

مثال ٦ ـ ١ در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـ۵ فرض شده که سرعت زاویه‌ای میلهٔ ۲ برابر ۵ = ω_2 رادیان در ثانیه در جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد. سرعت خطی نقطهٔ D و سرعت زاویه‌ای میلهٔ شمارهٔ ۳ می‌بایست محاسبه گردند. V_B در امتداد عمود بر O_2B می‌باشد. بنابراین

$$V_B = (O_2B) \times \omega_2 = ۷۵ \times ۵ = ۳۷۵ \text{ mm/s}$$

دیاگرام سرعت در شکل ۶ـ۶ نشان داده شده که در آن O'_2B' مقدار V_B را با مقیاس نشان می‌دهد. برای رسم کثیرالاضلاع سرعت مقیاس ۱۰٫۷ mm/s = ۱ mm مورد استفاده قرار گرفته است. با استفاده از سرعتهای نسبی

$$\overset{--}{V_D} = \overset{\surd\surd}{V_B} \;+\!\!\!\rightarrow\; \overset{-\surd}{V_{D/B}} \qquad (۶-۴)$$

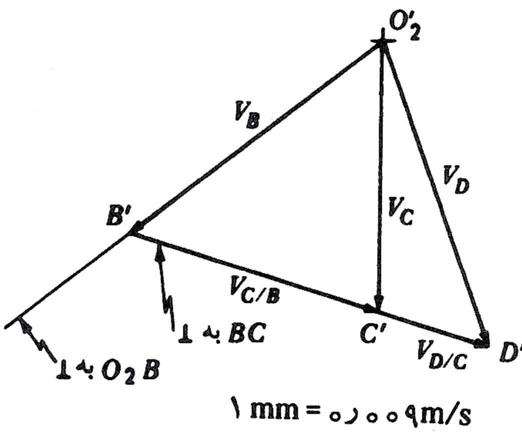
سرعت D چه از نظر مقدار و چه از نظر امتداد مجهول بوده و بنابراین در رابطهٔ برداری برای مشخص نمودن آن علائم تیره بالای آن گذارده شده، حال آنکه علائم معلوم در بالای بردار V_B نشان می‌دهد که هم مقدار و هم امتداد آن معلوم می‌باشد. اگرچه مقدار بردار $V_{D/B}$ مجهول است، ولی امتداد آن معلوم و عمود بر BD می‌باشد. بنابراین از یک علامت معلوم در بالای آن استفاده گردیده که نشان می‌دهد امتداد آن معلوم است. به طوری که ملاحظه می‌کنیم در رابطهٔ (۶ـ۴) مقدار و امتداد V_D و مقدار $V_{D/B}$ یعنی جمعاً سه مجهول وجود دارد. ابتدا طول O'_2B' که نشان‌دهندهٔ V_B می‌باشد از قطب O'_2 رسم می‌گردد.

رابطهٔ (۶ـ۴) نشان می‌دهد که برای به دست آوردن V_D در شکل ۶ـ۶ می‌بایست بردار $V_{D/B}$ را با بردار V_B جمع نمود. خط $B'D'$ نشان‌دهندهٔ $V_{D/B}$ و خط O'_2D' نشان‌دهندهٔ V_D می‌باشد. از آنجا که مقدار $V_{D/B}$ و همین‌طور مقدار و امتداد V_D مجهول می‌باشند، نقطهٔ D' را نمی‌توان جایابی نمود. اما اگر ابتدا V_C را تعیین کنیم مسئله قابل حل خواهد بود. با استفاده از سرعتهای نسبی

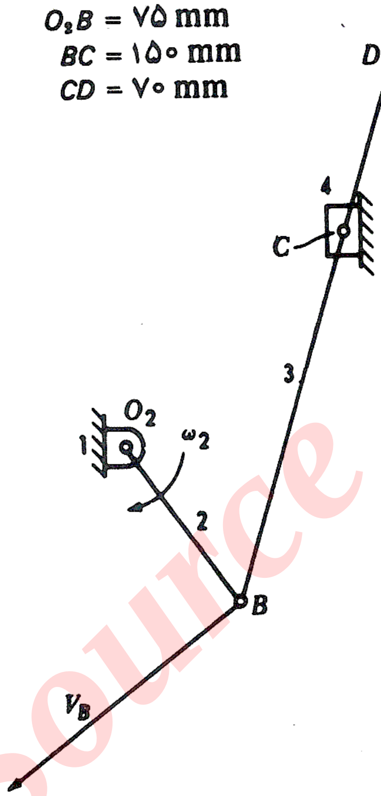
$$\overset{-\surd}{V_C} = \overset{\surd\surd}{V_B} \;+\!\!\!\rightarrow\; \overset{-\surd}{V_{C/B}} \qquad (۶-۵)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ٦ـ٦



شکل ٦ـ٥

@MechSource

رابطهٔ (۶ـ۵) نشان می‌دهد که $V_{C/B}$ می‌بایست با V_B جمع گردد. $B'C'$ برابر $V_{C/B}$ بوده که از نقطهٔ B' ترسیم می‌گردد. اما طول آن هنوز معلوم نیست. V_C یک سرعت مطلق بوده و بنابراین می‌بایست از قطب O'_2 رسم گردد. به علاوه از آنجا که نقطهٔ C ضمن واقع بودن بر میلهٔ شمارهٔ ۳ نقطه‌ای واقع بر میلهٔ شمارهٔ ۴ نیز می‌باشد به اجبار حرکتی موازی راهنمای لغزندهٔ شمارهٔ ۴ خواهد داشت. بنابراین خط O'_2C' امتداد V_C را نشان می‌دهد. تقاطع این خط و خط $B'C'$ موقعیت C' را مشخص می‌کند.

حال در شرایطی هستیم که می‌توانیم از رابطهٔ برداری اولیه جهت تعیین V_D استفاده کرده و می‌نویسیم

$$\overset{--}{V_D} = \overset{\surd\surd}{V_B} \mathrel{+\!\!\!\rightarrow} \overset{\surd\surd}{V_{D/B}}$$

مقدار $V_{D/B}$ را می‌توان با نوشتن تناسب تعیین نمود. BC = ۱۵۰ mm و BD = ۲۲۰ mm. بنابراین

$$BD = \frac{۲۲۰}{۱۵۰}(BC) = ۱٫۴۷\,BC$$

از آنجا که نقاط B، C و D بر روی یک میله واقع می‌باشند نقاط B'، C' و D' می‌بایست تصویر BCD مکانیزم در کثیرالاضلاع سرعت بوده باشند. و از این رو

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$B'D' = ۱٫۴۷\, B'C'$$

پس با رسم $B'D'$ به اندازهٔ ۱٫۴۷ برابر $B'C'$ نقطهٔ D' جایابی خواهد شد. بردار $O'_۲D'$ سرعت نقطهٔ D و $B'D'$ سرعت نقطهٔ D نسبت به B یعنی $V_{D/B}$ را نشان می‌دهد. با رعایت مقیاس دیاگرام مقادیر این دو سرعت عبارت‌اند از $V_D = ۳۸۵$ mm/s و $V_{D/B} = ۴۴۰$ mm/s.

سرعت زاویه‌ای میلهٔ شمارهٔ ۳ برابر است با

$$\omega_۳ = \frac{V_{C/B}}{BC} = \frac{V_{D/B}}{BD}$$

با استفاده از مقادیر به دست آمده

$$\omega_۳ = \frac{۴۴۰}{۲۲۰} = ۲ \text{ rad/sec cw}$$

٦ ـ ۵ سرعت نقاط واقع بر یک جسم غلتان

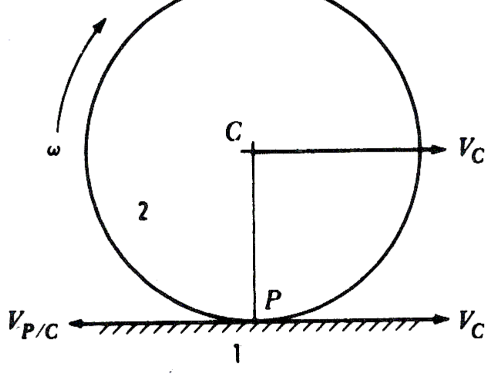
فرض می‌کنیم دیسک ۲ در شکل ۶ـ۷ بر روی عضو ۱ غلت می‌خورد. با شرحی که در قسمت ۴ـ۶ داده شده، در این لحظه جسم ۲ حول نقطهٔ P واقع بر عضو ۱ دوران می‌نماید. مرکز دیسک سرعتی خواهد داشت که برابر است با

$$V_C = R\omega$$

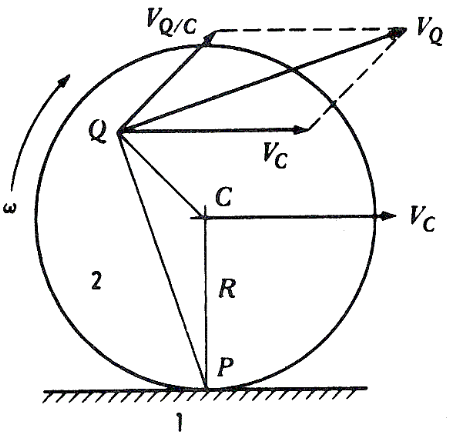
که در آن R شعاع و ω سرعت زاویه‌ای دیسک می‌باشد. هر نقطهٔ دیگر مثل Q نسبت به C سرعتی خواهد داشت که عبارت است از

$$V_{Q/C} = (CQ)\,\omega$$

@MechSource



شکل ٦ـ۸



شکل ٦ـ۷

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

از آنجا که حرکت Q نسبت به C دورانی است حول C، بردار $V_{Q/C}$ می‌بایست عمود بر شعاع دوران CQ باشد. پس سرعت مطلق Q به طوری که در شکل ۶ـ۷ نشان داده شده، برابر خواهد بود با

$$V_Q = V_C \mapsto V_{Q/C}$$

به‌علاوه بردار V_Q در امتداد خط عمود بر PQ که شعاع دوران لحظه‌ای نقطهٔ Q می‌باشد خواهد بود.
حال اگر به جای Q نقطهٔ P را به عنوان نقطه‌ای واقع بر دیسک در نظر بگیریم، خواهیم داشت

$$V_P = V_C \mapsto V_{P/C}$$

این بردارها در شکل ۶ـ۸ نشان داده شده‌اند. از آنجا که $V_{P/C}$ مساوی ولی در جهت خلاف V_C می‌باشد، سرعت مطلق نقطهٔ P واقع بر روی دیسک برابر صفر می‌باشد. همچنین سرعت نقطه‌ای مانند P واقع بر عضو ۱ که منطبق بر نقطهٔ P واقع بر میلهٔ ۲ می‌باشد صفر است چراکه عضو ۱ ساکن می‌باشد.

مثال ۶ ـ ۲ یک مکانیزم با برگشت سریع در شکل ۶ـ۹ نشان داده شده است. B_2 نقطه‌ای واقع بر میلهٔ ۲ بوده که سرعتش یعنی V_{B_2} معلوم می‌باشد. سرعت نقطهٔ D را می‌بایست تعیین نمود. همچنین تعیین سرعتهای زاویه‌ای میله‌های شمارهٔ ۴ و ۵ مورد نظر می‌باشند. بردار O'_2B_2' در شکل ۶ـ۱۰ V_{B_2} را نشان می‌دهد. B_4 نقطه‌ای واقع بر میلهٔ شمارهٔ ۴ می‌باشد که در این لحظه بر B_2 منطبق می‌باشد. مقدار V_{B_4} معلوم نبوده ولی امتداد آن عمود بر O_4B_4 شعاع دوران نقطهٔ B_4 می‌باشد. از آنجا که نقطهٔ B_4 نسبت به B_2 در امتداد عمود بر میلهٔ شمارهٔ ۴ دارای هیچ حرکتی نمی‌باشد V_{B_4/B_2} می‌بایست در امتداد میله ۴ باشد. بنابراین از نقطهٔ B'_2 خطی موازی O_4C می‌کشیم. تقاطع این خط با خطی که از نقطهٔ O'_2 عمود بر O_4B_4 رسم شده، موقعیت B'_4 را مشخص می‌کند. بدین ترتیب بردار $O'_2B'_4$ برابر V_{B_4} و بردار $B'_2B'_4$ برابر V_{B_4/B_2} می‌باشد. بردار O'_2C' برابر V_C بوده که می‌بایست عمود بر O_4C شعاع دوران C باشد. طول O'_2C' از رابطهٔ تناسب برابر است با

$$\frac{O'_2C'}{O'_2B'_4} = \frac{O_4C}{O_4B_4}$$

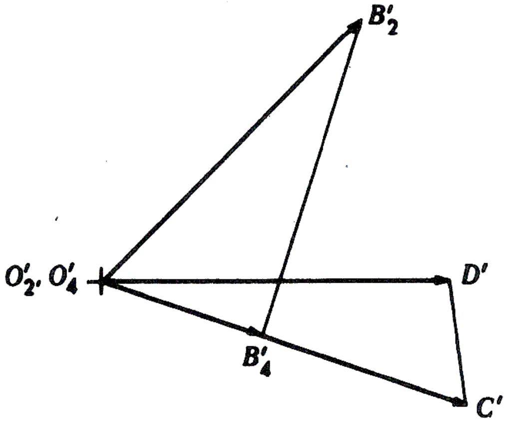
بنابراین

$$O'_2C' = \frac{O_4C}{O_4B_4}(O'_2B'_4)$$

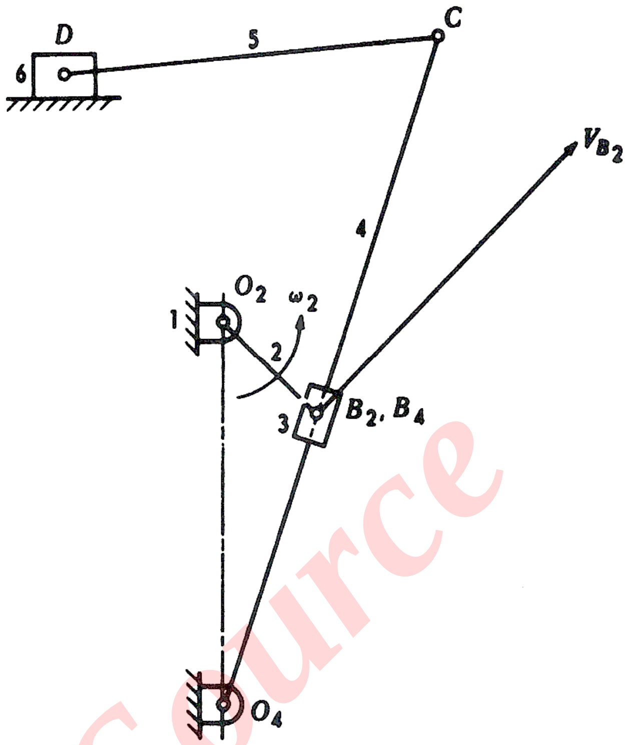
از نقطهٔ C' خطی عمود بر CD می‌کشیم. تقاطع این خط با خط افقی از نقطهٔ O'_2 موقعیت D' را مشخص می‌کند. بدین ترتیب بردار O'_2D' برابر V_D و بردار $C'D'$ برابر $V_{D/C}$ می‌باشد. پس

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ٦ـ۱۰



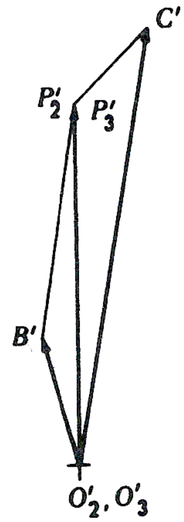
شکل ٦ـ۹

$\omega_4 = V_C/O_4C$ و $\omega_5 = V_{C/D}/CD$. با توجه به شکل ۶ـ۱۰ ملاحظه می‌کنیم که V_C متمایل به راست بوده، که از این رو ω_4 در جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد. همچنین با توجه به شکل ۶ـ۱۰، $V_{C/D}$ متمایل به پایین بوده که از این رو ω_5 در جهت گردش عقربه‌های ساعت است.

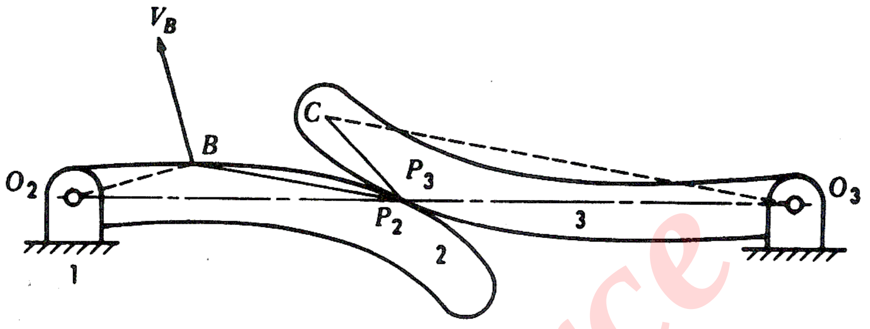
مثال ٦ ـ ۳ در شکل ۶ـ۱۱ یک مکانیزم با تماس مستقیم نشان داده شده است. P_2 و P_3 به ترتیب نقاطی واقع بر میله‌های ۲ و ۳ بوده که در این لحظه برهم منطبق می‌باشند. از آنجا که نقطهٔ تماس بر روی خط‌المرکزین قرار دارد، اجسام ۲ و ۳ در این لحظه دارای تماس غلتشی می‌باشند. سرعت نقطهٔ B معلوم بوده و سرعت نقطهٔ C می‌بایست تعیین گردد. شکل ۶ـ۱۲ دیاگرام سرعت را نشان می‌دهد، که در آن V_B با $O_2'B'$ در امتداد عمود بر O_2B رسم شده است. از آنجا که V_{P_2} می‌بایست در امتداد عمود بر شعاع دوران نقطهٔ P_2 بوده باشد یک خط از نقطهٔ O_2' عمود بر O_2P_2 رسم گردیده، سپس از B' یک خط عمود بر BP_2 کشیده شده. برخورد این دو خط موقعیت P_2' را مشخص کرده و بدین ترتیب بردار $O_2'P_2'$ برابر V_{P_2} و بردار $B'P_2'$ برابر $V_{P_2/B}$ می‌باشد. به طوری که در قسمت ۲ـ۱۵ شرح داده شد، هرگاه دو جسم دارای تماس غلتشی بوده باشند سرعتهای نقاط تماس آنها با هم برابر است. بنابراین در شکل ۶ـ۱۲، $O_3'P_3'$ برابر V_{P_2} می‌باشد. خطی که از نقطهٔ O_3' عمود بر شعاع O_3C رسم گردد امتداد V_C را مشخص می‌کند. آنگاه خطی از P_3' عمود بر P_3C رسم می‌کنیم. محل برخورد این خط با

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



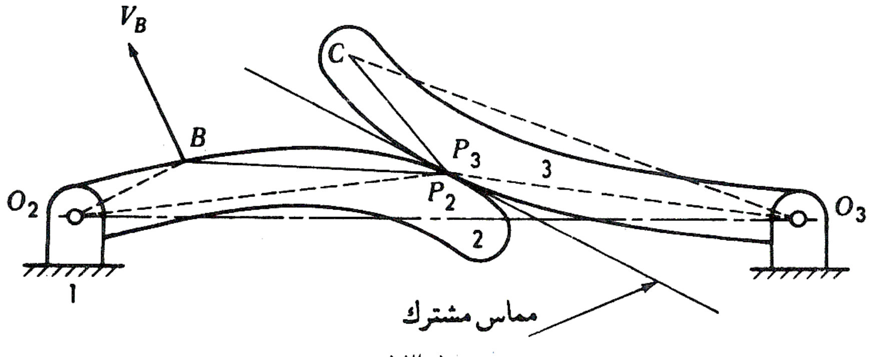
شکل ٦ـ۱۲



شکل ٦ـ۱۱

خط رسم شده از نقطهٔ $O'_۳$ موقعیت نقطهٔ C' را مشخص می‌کند. بدین ترتیب $O_۳C'$ برابر V_C و $P'_۳C'$ برابر $V_{C/P_۳}$ می‌باشد.

مثال ٦ ـ ۴ در شکل ۶ـ۱۳ مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـ۱۱ در فازی دیگر از حرکت مجدداً نشان داده شده است. باید توجه داشت که نقطهٔ تماس جدید قطعات ۲ و ۳ بر روی خط‌المرکزین $O_۲O_۳$ نمی‌باشد. بنابراین به طوری که در قسمت ۲ـ۱۴ شرح داده شد، در این حالت قطعات دارای تماس لغزشی می‌باشند. دوباره فرض این است که سرعت B معلوم بوده و می‌بایست سرعت C را تعیین کرد. دیاگرام سرعت در شکل ۶ـ۱۴ نشان داده شده است. بردار $O'_۲P'_۲$ عمود بر $O_۲P_۲$ بوده و با روشی مشابه شکل ۶ـ۱۲ تعیین می‌گردد. از آنجا که $V_{P_۳}$ می‌بایست عمود بر شعاع نقطهٔ $P_۳$ باشد پس از نقطهٔ $O'_۳$ خط $O'_۳P'_۳$ را عمود بر $O_۳P_۳$ می‌کشیم. در تماس لغزشی $V_{P_۳/P_۲}$ در امتداد مماس مشترک می‌باشد. بنابراین از $P'_۲$ خطی موازی مماس مشترک می‌کشیم. تقاطع این خط با خط کشیده شده از

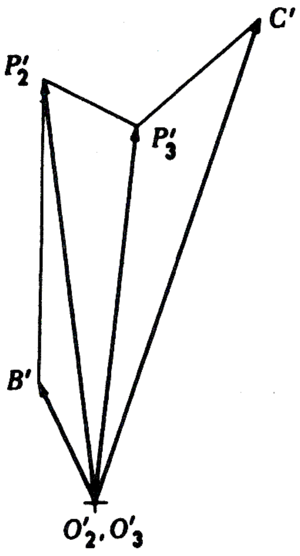


شکل ٦ـ۱۳

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



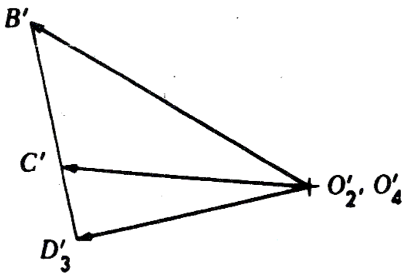
شکل ٦ـ۱۴

O'_3 موقعیت P'_3 را مشخص می‌کند. بدین ترتیب $O'_3P'_3$ برابر V_{P_3} و $P'_2P'_3$ برابر V_{P_3/P_2} می‌باشد. با کشیدن خطی از O'_3 عمود بر O_3C و خط دیگری از P'_3 عمود بر P_3C موقعیت C' مشخص می‌گردد. بدین ترتیب O'_3C' برابر V_C و P'_3C' برابر V_{C/P_3} می‌باشد.

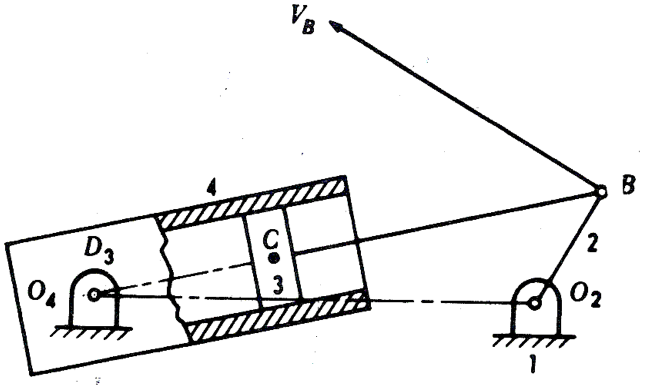
مثال ٦ ـ ۵ در شکل ۶ـ۱۵ مکانیزم نوسان‌کننده یک ماشین بخار نشان داده شده است. V_B معلوم بوده و V_C می‌بایست محاسبه گردد. در شکل ۶ـ۱۶، V_B با O'_2B' نشان داده شده است. با استفاده از سرعت نسبی

$$\overset{--}{\bar{V}_C} = \overset{\surd\surd}{\bar{V}_B} \;+\!\!\!\rightarrow\; \overset{-\surd}{\bar{V}_{C/B}}$$

به طوری که ملاحظه می‌کنیم مقدار و امتداد V_C هیچ کدام معلوم نمی‌باشند. همین‌طور مقدار $V_{C/B}$



شکل ٦ـ۱٦



شکل ٦ـ۱۵

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

مجهول می‌باشد. از آنجا که تعداد مجهولها سه تا می‌باشد رابطهٔ برداری فوق قابل حل نمی‌باشد. برای آنکه بتوان V_C را تعیین نمود ابتدا می‌بایست V_{D_3} را تعیین کرد. نقطهٔ D_3 نقطه‌ای واقع بر امتداد میلهٔ شمارهٔ ۳ بوده که در این لحظه بر محور O_4 منطبق می‌باشد. بنابراین

$$\overset{\surd}{\bar{V}_{D_3}} = \overset{\surd\surd}{\bar{V}_B} \;+\!\!\!\rightarrow\; \overset{\surd}{\bar{V}_{D_3/B}}$$

نقطهٔ D_3 فقط می‌تواند دارای سرعتی در امتداد BD_3 بوده باشد. بنابراین، امتداد V_{D_3} معلوم می‌باشد. در شکل ۶ـ۱۶ از نقطهٔ B' خطی عمود بر BD_3 و از قطب O'_4 و O'_2 خط دیگری موازی BD_3 می‌کشیم. تقاطع این دو خط موقعیت نقطهٔ D'_3 را مشخص می‌کند. بدین ترتیب $O'_2D'_3$ برابر V_{D_3} و $B'D'_3$ برابر $V_{D_3/B}$ می‌باشد. آنگاه موقعیت نقطهٔ C' را می‌توان با استفاده از رابطهٔ تناسب تعیین نمود.

$$\frac{B'C'}{B'D'_3} = \frac{BC}{BD_3}$$

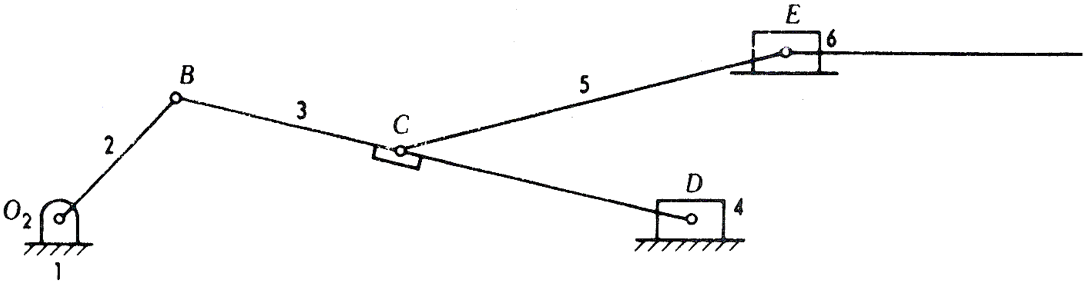
بنابراین

$$B'C' = \frac{BC}{BD_3}(B'D'_3)$$

بردار O'_2C' برابر سرعت V_C می‌باشد.

٦ ـ ٦ سرعتها در مکانیزمهای میله‌ای مرکب

هرگاه میله‌ای از یک مکانیزم دارای مرکز دوران ثابت نبوده باشد، آن را میلهٔ معلق می‌نامند. نمونه‌ای از چنین میله همان میلهٔ رابط در مکانیزمهای چهارمیله‌ای است. مکانیزمهایی که دارای دو میلهٔ معلق و یا بیشتر بوده باشند، مکانیزمهای مرکب نامیده می‌شوند. یک نمونه از این نوع مکانیزمها، مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـ۱۷ می‌باشد که در آن میله‌های شمارهٔ ۳ و ۵ میله‌های معلق می‌باشند. در تجزیه و تحلیل سرعتها به روش سرعتهای نسبی در یک مکانیزم مرکب گاهی در رابطهٔ برداری با تعداد زیادی مجهول مواجه می‌شویم. در چنین حالتها برای به دست آوردن حل



شکل ٦ـ١٧

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

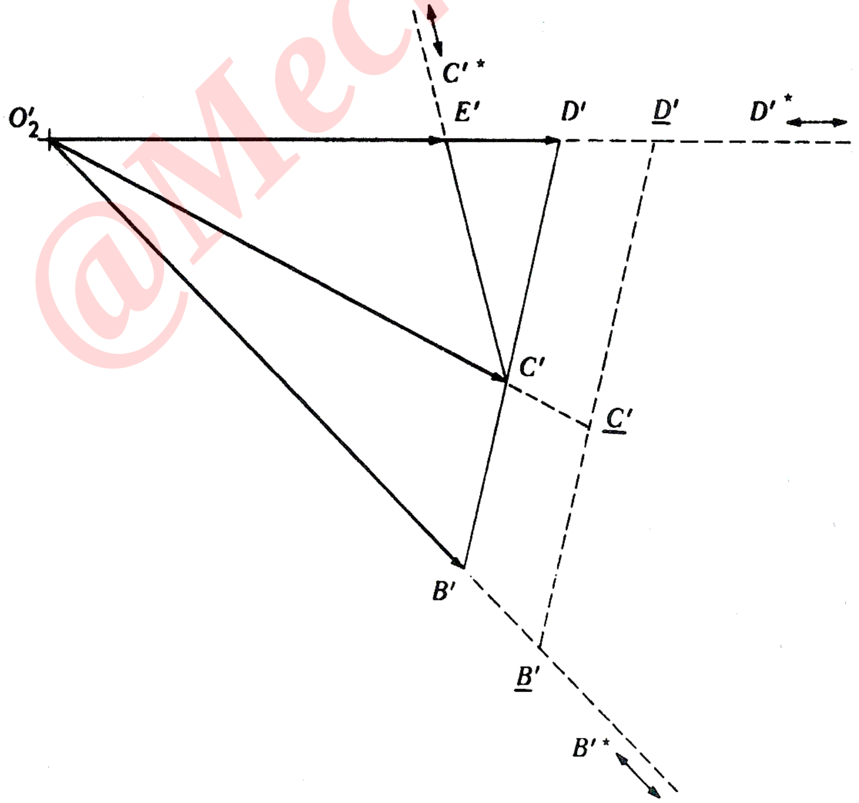
می‌توان روش سعی و خطا را مورد استفاده قرار داد. این روش در مثال زیر نشان داده شده است.

مثال ٦ ـ ٦ در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـ۱۷، V_E معلوم بوده و V_B می‌بایست تعیین گردد. ابتدا می‌بایست V_C تعیین گردد. بنابراین

$$\overset{--}{\bar{V}_C} = \overset{\surd\surd}{\bar{V}_E} \;\;+\!\!\!\rightarrow\;\; \overset{\surd}{\bar{V}_{C/E}}$$

در شکل ۶ـ۱۸ از قطب O'_2، V_E را به اندازهٔ O'_2E' رسم می‌کنیم. $V_{C/E}$ از نقطهٔ E' در امتداد خطی عمود بر CE می‌باشد. C'^{*} نشان می‌دهد که C' جایی در امتداد این عمود قرار دارد. از آنجا که در رابطهٔ برداری فوق بیش از دو مجهول وجود دارد، بنابراین تنها با داشتن این رابطه نمی‌توان موقعیت C' را مشخص نمود. سرعت نقاط واقع بر میلهٔ شمارهٔ ۳ را می‌توان با استفاده از روش سعی و خطا تعیین نمود. رابطهٔ برداری زیر را در نظر می‌گیریم

$$\overset{\surd}{\bar{V}_B} = \overset{\surd}{\bar{V}_D} \;\;+\!\!\!\rightarrow\;\; \overset{\surd}{\bar{V}_{B/D}}$$



شکل ٦ـ۱۸

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

برای V_D هر طول دلخواه $O'_4\underline{D'}$ نشان داده شده در شکل ۶-۱۸ را می‌توان فرض نمود. بدین ترتیب $O'_4\underline{B'}$ برابر V_B در امتداد عمود بر O_4B و $\underline{D'B'}$ عمود بر DB می‌باشد. سپس رابطه برداری زیر را در نظر می‌گیریم

$$V_C = V_D \mapsto V_{C/D}$$

که در آن $V_{C/D}$ برابر $\underline{D'C'}$ و در امتداد عمود بر CD می‌باشد. با استفاده از رابطهٔ تناسب

$$\frac{\underline{C'D'}}{\underline{B'D'}} = \frac{CD}{BD} \quad \text{یا} \quad \underline{C'D'} = \frac{CD}{BD}(\underline{B'D'})$$

حال از نقطهٔ $\underline{D'}$ طول $\underline{C'D'}$ را رسم و موقعیت $\underline{C'}$ را تعیین می‌کنیم. چون $\underline{C'}$ بر روی خط حاوی E' قرار نمی‌گیرد، بنابراین جواب صحیح نمی‌باشد. نقطهٔ برخورد خط $C'^{*}E'$ با خط $O'_4\underline{C'}$ موقعیت C' را مشخص می‌کند. حال اگر از C' خط $D'B'$ را موازی $\underline{D'B'}$ بکشیم خواهیم داشت

$$\frac{C'D'}{B'D'} = \frac{CD}{BD}$$

$B'C'D'$ تصویر BCD بوده و حل صحیح را نشان می‌دهد. بنابراین می‌بینیم که با استفاده از روش سعی و خطا هم می‌توان حل صحیح را به دست آورد.

حل دیگر این مسئله که نیاز به روش سعی و خطا را هم ندارد، به شرح زیر است. ابتدا با کشیدن طول فرضی O'_4B' می‌توان یک دیاگرام سرعت رسم نمود. آنگاه می‌توان نقاط D'، C' و E' را به ترتیب در دیاگرام جایابی کرد. طول O'_4E' را می‌توان اندازه گرفت. از روی مقدار آن و مقدار معلوم V_E مقیاس سرعتها تعیین می‌گردد. با استفاده از این مقیاس و دیاگرام سرعت، سرعت هر نقطهٔ دیگر از مکانیزم را می‌توان محاسبه نمود.

@MechSource

تمرینها

مسائل زیر می‌بایست با روش سرعت نسبی حل گردند. در دیاگرامهای سرعت، تصویر هر نقطه‌ای را که در مکانیزم حروف‌گذاری شده، حروف‌گذاری نمایید. اگر مقیاس خاصی ذکر نشده، سرعتها را با مقیاس ۰٫۱۲۰ m/s = ۱ mm رسم کنید. در مسائلی که می‌بایست سرعتهای زاویه‌ای را تعیین کنید، مقدار و جهت آنها را به صورت cw (در جهت گردش عقربه‌های ساعت) و یا ccw (در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت) نشان دهید.

۶-۱ الف) دیاگرام سرعت را برای مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶-P1 رسم کنید. طول V_B را برابر ۵۰ میلیمتر بگیرید.

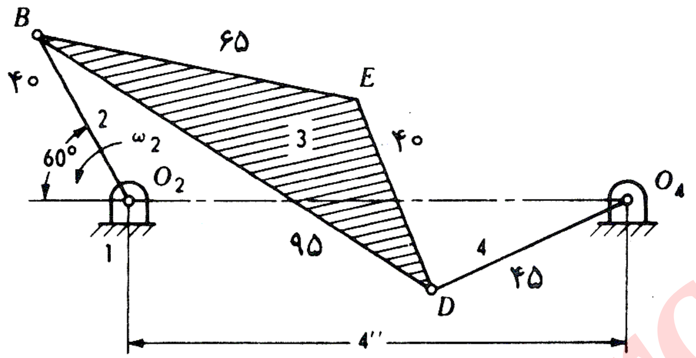
ب) بردارهای V_B، V_D و V_E را بر روی شکل مکانیزم نشان داده و مقادیر آنها را برحسب متر بر

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

ثانیه تعیین کنید.

ج) سرعتهای زاویه‌ای $\omega_۲$، $\omega_۳$ و $\omega_۴$ را برحسب رادیان بر ثانیه تعیین کنید.



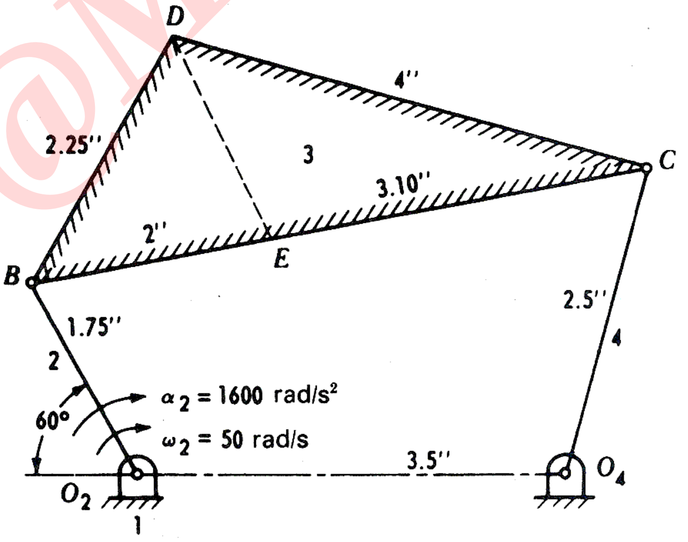
شکل ٦ـP۱

٦ ـ ۲ الف) دیاگرام سرعت را برای مکانیزم نشان داده شده در شکل ۴ـP۴ رسم کنید. طول V_B را برابر ۵۰ میلیمتر بگیرید.

ب) سرعت زاویه‌ای $\omega_۳$ را برحسب رادیان بر ثانیه حساب کنید.

٦ ـ ۳ الف) کثیرالاضلاع سرعت را برای مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـP۳ رسم کنید. مقیاس سرعت را ۱ in = ۲۵ ips بگیرید.

ب) سرعت زاویه‌ای $\omega_۳$ را برحسب رادیان بر ثانیه تعیین کنید.



شکل ٦ـP۳

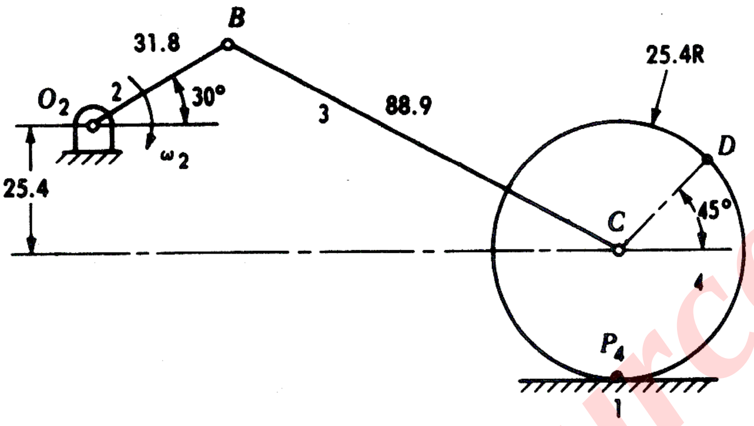
٦ ـ ۴ الف) در شکل ۶ـP۴ دیسک ۴ بر روی بدنهٔ ۱ غلت می‌خورد. دیاگرام سرعت را رسم کنید.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

سرعت زاویه‌ای ω_2 برابر ۱۴۴ رادیان بر ثانیه می‌باشد.

ب) مقدار ω_3 و ω_4 را برحسب رادیان بر ثانیه تعیین کنید.



شکل ٦ـP۴

٦ ـ ۵ در محل پین میلهٔ شمارهٔ ۳ از شکل ۴ـP۳ حروف P_2 و P_4 را به ترتیب برای نقاط منطبق بر هم، واقع بر میلهٔ شمارهٔ ۲ و شمارهٔ ۴ انتخاب کنید. سرعت زاویه‌ای ω_2 را برابر ۱۲۰ رادیان بر ثانیه منظور نمایید.

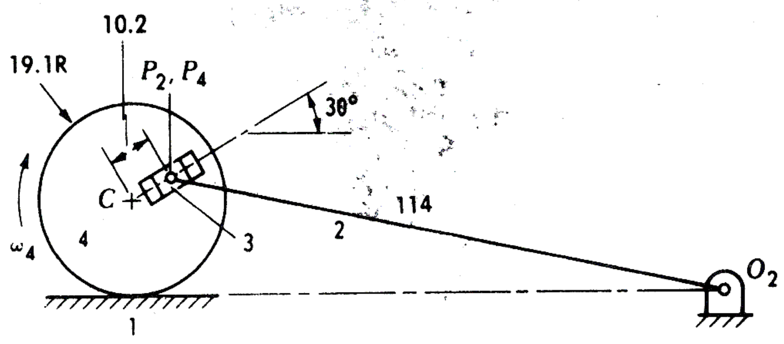
الف) دیاگرام سرعت را برای نقاط O_2، P_2، P_4 و C رسم نمایید.

ب) سرعت زاویه‌ای ω_4 را برحسب رادیان بر ثانیه تعیین کنید.

٦ ـ ٦ جسم شمارهٔ ۴ در شکل ۶ـP۶ بر روی جسم شمارهٔ ۱ غلت می‌خورد.

الف) دیاگرام سرعت را رسم کنید. ω_4 برابر ۱۸ رادیان بر ثانیه می‌باشد. برای سرعتها مقیاس را برابر $1\ mm = 0.0120\ m/s$ بگیرید.

ب) سرعت زاویه‌ای ω_2 را برحسب رادیان بر ثانیه تعیین کنید.



شکل ٦ـP٦

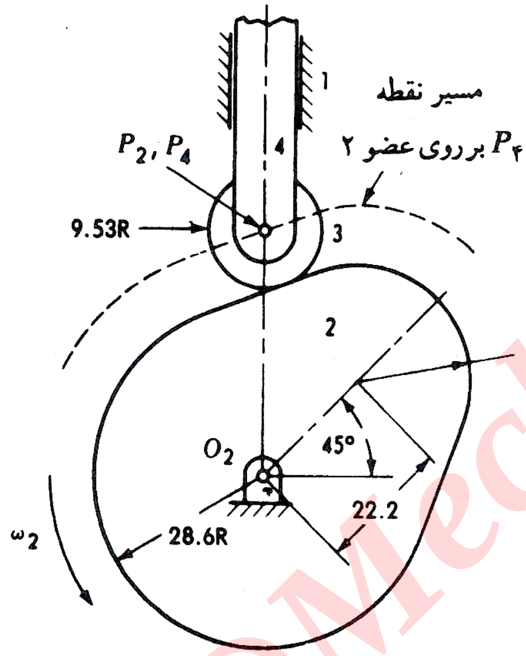
@MechSource

https://t.me/MechSource

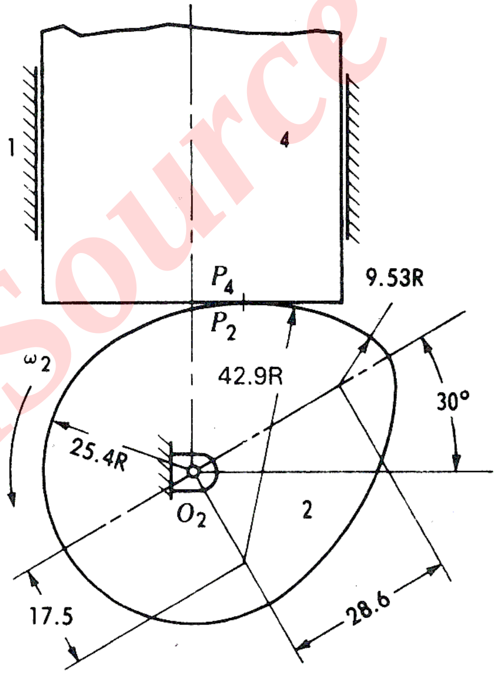
https://t.me/MechSource

۶ ـ ۷ بادامک نشان داده شده در شکل ۶ـP۷ با سرعت ۵۰۰ دور در دقیقه گردش می‌نماید. $O_۲P_۲$ = ۳۰ mm. سرعت پیرو شمارهٔ ۴ را برحسب متر بر ثانیه تعیین کنید. سرعتها را با مقیاس ۱ mm = ۲۵ m/s ترسیم نمایید.

۶ ـ ۸ دیاگرام سرعت را برای شکل ۶ـP۸ رسم کنید. $P_۲$ و $P_۴$ به ترتیب نقاط منطبق برهم در میله‌های شمارهٔ ۲ و ۴ می‌باشند. سرعت زاویه‌ای $\omega_۲$ برابر ۱۵ رادیان بر ثانیه می‌باشد. برای رسم سرعتها از مقیاس ۱ mm = ۱۲ m/s استفاده کنید. سرعت پیرو شمارهٔ ۴ را برحسب متر بر ثانیه تعیین کنید.



شکل ۶ـP۸



شکل ۶ـP۷

۶ ـ ۹ $P_۲$ و $P_۳$ از شکل ۶ـP۹ به ترتیب نقاط منطبق بر هم در میله‌های ۲ و ۳ بوده و $Q_۳$ و $Q_۴$ به ترتیب نقاط منطبق برهم در میله‌های ۳ و ۴ می‌باشند. $V_{P_۲}$ = ۷۵۰ mm/s.

الف) دیاگرام سرعت را رسم کنید. برای رسم سرعتها از مقیاس ۱ mm = ۰٫۰۲ m/s استفاده کنید. سرعت خطی میلهٔ شمارهٔ ۴ را برحسب متر بر ثانیه تعیین کنید.

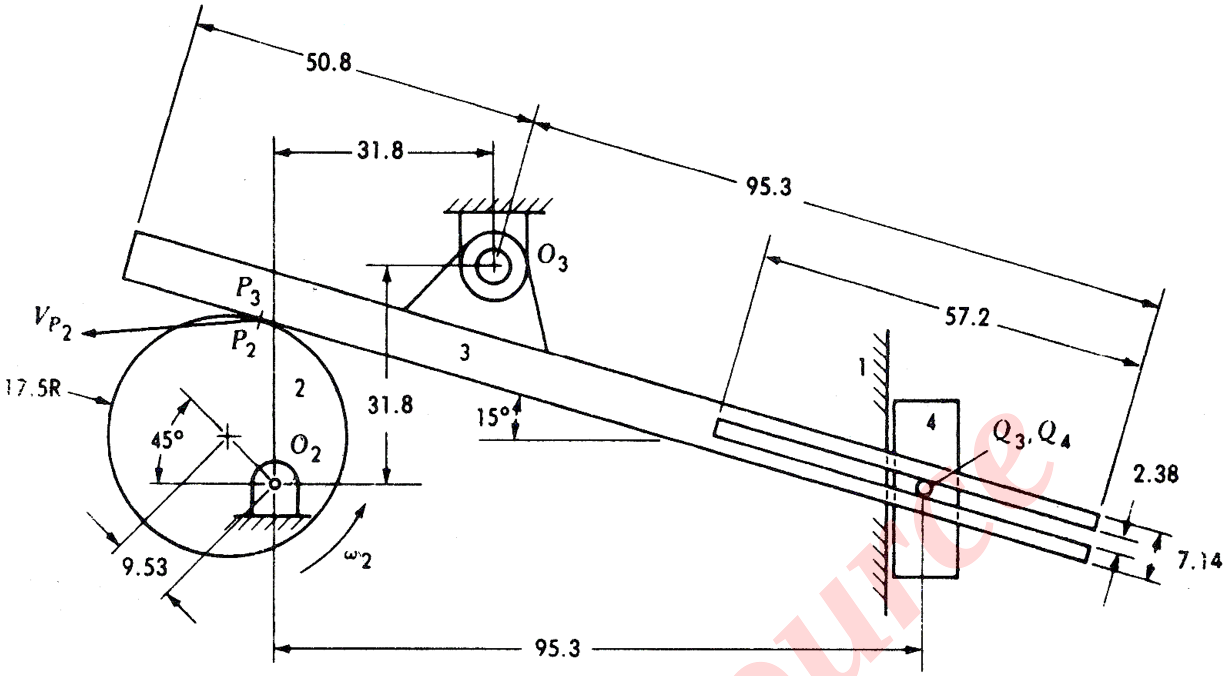
ب) سرعت زاویه‌ای $\omega_۳$ را برحسب رادیان بر ثانیه تعیین کنید.

۶ ـ ۱۰ الف) دیاگرام سرعت مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـP۱۰ را رسم نمایید. سرعت زاویه‌ای $\omega_۲$ برابر ۱۴۴ رادیان بر ثانیه می‌باشد. سرعت لغزندهٔ شمارهٔ ۶ را برحسب متر بر ثانیه تعیین کنید.

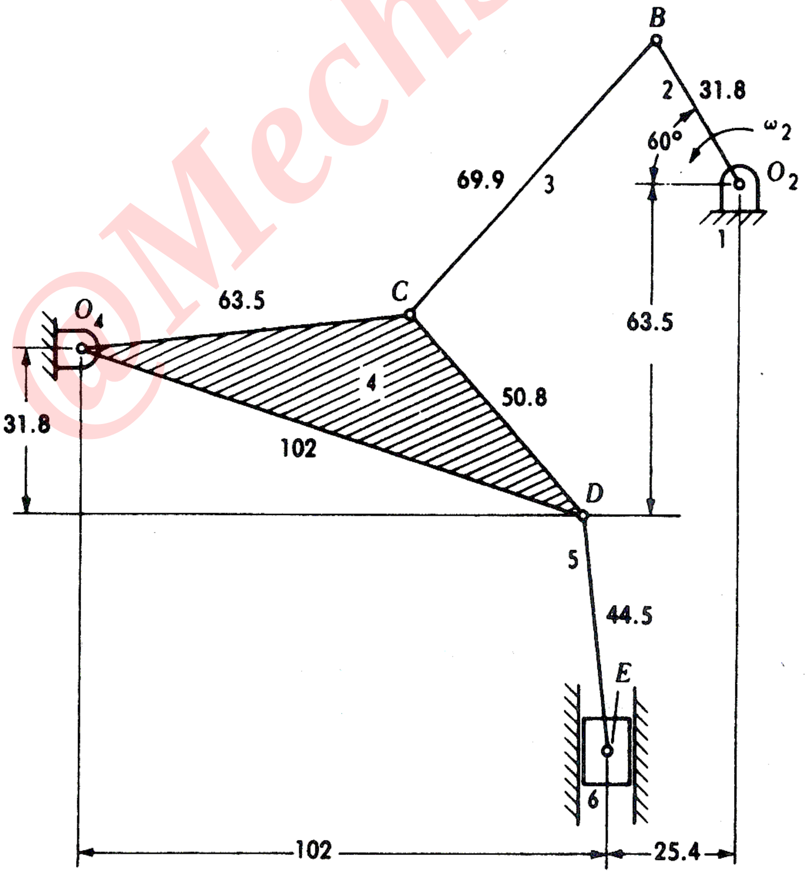
ب) سرعتهای زاویه‌ای $\omega_۳$، $\omega_۴$ و $\omega_۵$ را برحسب رادیان بر ثانیه تعیین کنید.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ٦ـP۹



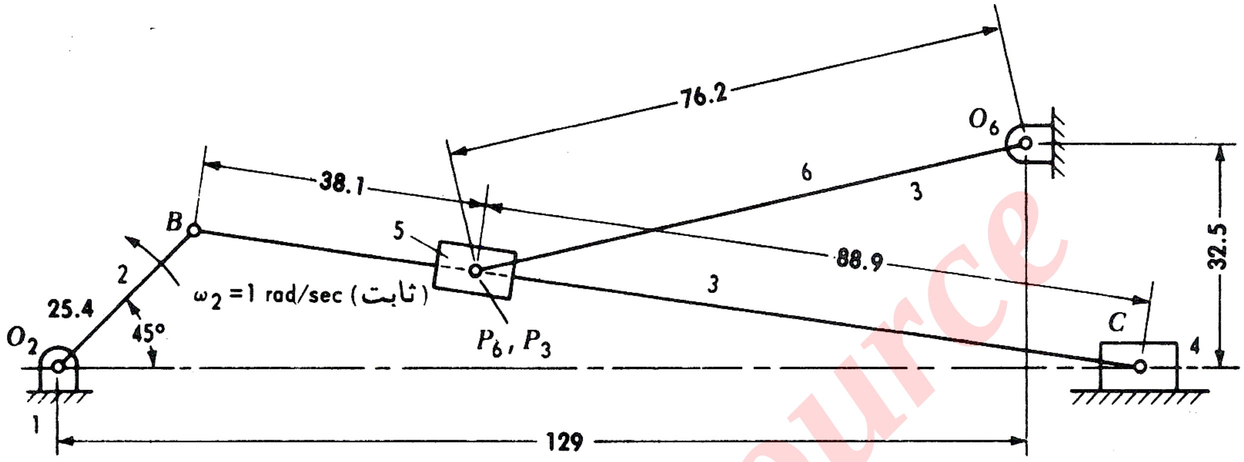
شکل ٦ـP۱۰

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۶ ـ ۱۱ الف) دیاگرام سرعت مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـP۱۱ را رسم کنید. برای ترسیم از مقیاس ۱ mm = ۵ m/s استفاده کنید.

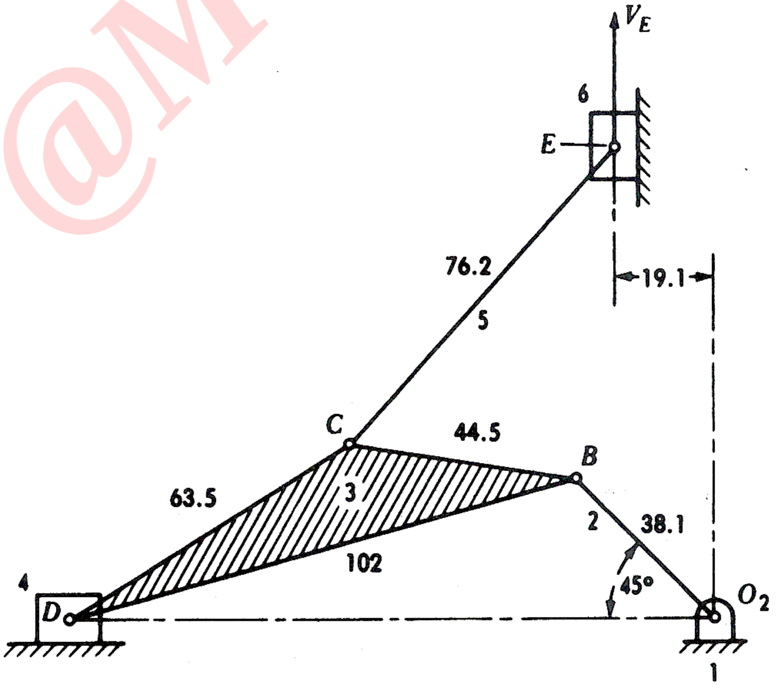
ب) سرعتهای زاویه‌ای ω_3 و ω_6 را برحسب رادیان بر ثانیه تعیین کنید.



شکل ۶ـP۱۱

۶ ـ ۱۲ الف) سرعت نقطهٔ E در شکل ۶ـP۱۲ برابر ۴٫۵۷ متر بر ثانیه می‌باشد. با استفاده از روش سعی و خطا، دیاگرام سرعت را رسم کنید. سرعت نقطه D را برحسب متر بر ثانیه تعیین کنید.

ب) سرعتهای زاویه‌ای ω_3 و ω_5 را برحسب رادیان بر ثانیه تعیین کنید.



شکل ۶ـP۱۲

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۷

شتابها در مکانیزمها

۷ ـ ۱ مقدمه

در فصل اخیر دیدیم که چطور علاوه بر سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای یک عضو می‌توان سرعت خطی لحظه‌ای هر نقطه از مکانیزم را تعیین نمود. در این فصل، تعیین شتاب خطی و زاویه‌ای مورد بحث قرار خواهد گرفت. به علت تأثیر شتاب در نیروهای اینرسی که به نوبهٔ خود تأثیر در تنشهای حاصله در اجزای یک ماشین، بارهای یاتاقانی، ارتعاش و سر و صدا دارند، شتاب از اهمیت خاص برخوردار است.

تجزیه و تحلیل شتاب در یک مکانیزم، با جمع شتابهای نسبی آن عملی می‌باشد. در حقیقت روش مشابه، روشی است که در سرعتهای نسبی به کار گرفته شد. به هنگام رسم دیاگرام سرعت قطب با O'_2 مشخص شد. قطب در دیاگرام شتاب با O''_2 مشخص شده و از علامت (″) برای نقاط مختلف دیاگرام استفاده خواهد شد. خطوط واصل بین قطب و نقاط مختلف دیاگرام شتاب نشان‌دهندهٔ شتابهای مطلق نقاط مربوطه در روی مکانیزم و خطوط واصل بین دو نقطه از دیاگرام شتاب، نشان‌دهندهٔ شتابهای نسبی دو نقطهٔ مربوطه در روی مکانیزم می‌باشند.

معادلات زیر که در فصل دوم، برای شتاب یک نقطه استخراج گردید، در حل مسائل مورد استفاده قرار خواهند گرفت.

$$A^n = \frac{V^2}{R} = R\omega^2 = V\omega \qquad (۷ - ۱)$$

$$A^t = R\alpha \qquad (۷ - ۲)$$

$$A = \sqrt{(A^n)^2 + (A^t)^2} \qquad (۷ - ۳)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

علاوه بر مؤلفه‌های مماسی و قائم شتاب، که در اینجا آمده‌اند، مؤلفهٔ کریولیس شتاب بعداً در نظر گرفته خواهد شد. این مؤلفه ممکن است به صورت زیر تعریف گردد

$$\text{شتاب کریولیس} = ۲V\omega \qquad (۴-۷)$$

۷ ـ ۲ شتاب خطی

به منظور نشان دادن روش تعیین شتابهای یک مکانیزم، مکانیزم لنگ و لغزنده نشان داده شده در شکل ۷ـ۱ مورد استفاده قرار خواهد گرفت. لنگ دارای سرعت زاویه‌ای یکنواخت ۱۸۰۰ دور در دقیقه می‌باشد. تعیین شتاب نقطهٔ C مورد نظر می‌باشد. ابتدا می‌بایست سرعتها را تعیین نمود. بنابراین

$$V_B = (O_۲B)\,\omega_۲ = ۶۳٫۵ \times \frac{۱۸۰۰ \times ۲\pi}{۶۰} = ۱۱۹۶۹٫۵\ \text{mm/s} = ۱۱٫۹۷\ \text{m/s}$$

$$\overset{\surd}{\bar{V}}_C = \overset{\surd\surd}{V}_B \;+\!\!\!\to\; \overset{\surd}{\bar{V}}_{C/B}$$

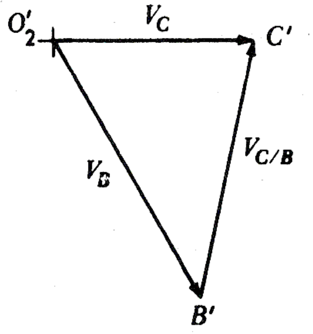
کثیرالاضلاع در شکل ۷ـ۲ نشان داده شده است. برای این رسم اولیه، مقیاس $1\ \text{mm} = ۰٫۳۷\ \text{m/s}$ مورد استفاده قرار گرفته است. با رعایت این مقیاس، مقدار $V_{C/B}$ از روی کثیرالاضلاع برابر ۱۰٫۶۸ متر بر ثانیه می‌باشد.

شتاب نقطهٔ C را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

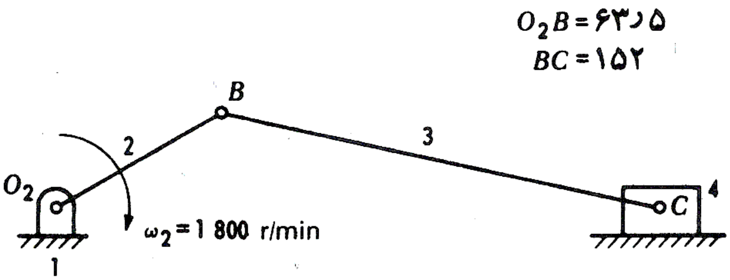
$$A_C = A_B \;+\!\!\!\to\; A_{C/B}$$

این رابطه می‌تواند به صورت زیر نشان داده شود

$$\overset{\circ}{A}{}^n_C \;+\!\!\!\to\; \overset{\surd}{\bar{A}}{}^t_C = \overset{\surd\surd}{A}{}^n_B \;+\!\!\!\to\; \overset{\circ}{A}{}^t_B \;+\!\!\!\to\; \overset{\surd\surd}{A}{}^n_{C/B} \;+\!\!\!\to\; \overset{\surd}{\bar{A}}{}^t_{C/B} \qquad (۵-۷)$$



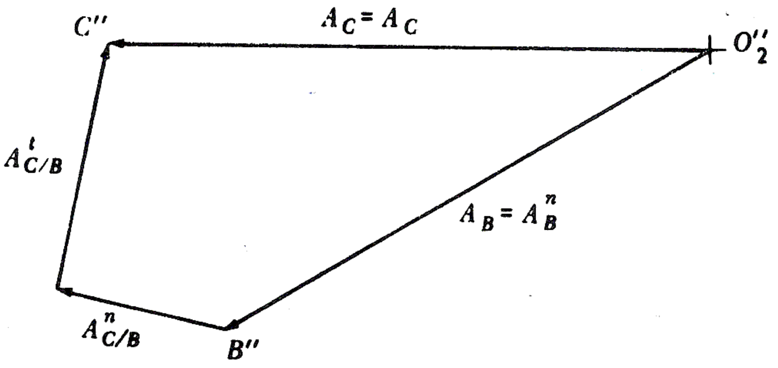
شکل ۷ـ۲



شکل ۷ـ۱

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ـ۳

با رسم دیاگرام شتاب که در شکل ۷ـ۳ نشان داده شده، می‌توان این رابطه را به طریقهٔ ترسیمی حل نمود. نقطهٔ O''_2 قطب دیاگرام شتاب بوده که می‌تواند در هر محل مناسبی اختیار گردد. برای این رسم، مقیاس $1\ \text{mm} = 24\ \text{m/s}^2$ مورد استفاده قرار گرفته است. از آنجا که مسیر حرکت نقطهٔ C خطی مستقیم می‌باشد

$$A^n_C = \frac{V^2}{R} = \frac{V^2_C}{\infty} = 0$$

A^t_C در امتداد مسیر حرکت نقطهٔ C از نقطهٔ O''_2 ترسیم می‌گردد؛ مقدار آن مجهول است. در رابطهٔ (۷ـ۵) بالای A^t_C خطی تیره گذارده می‌شود که نشان می‌دهد مقدار آن مجهول است. A^t_C در امتداد مماس بر مسیر حرکت نقطهٔ C بوده و علامت معلوم در بالای آن نشان می‌دهد که امتداد آن معلوم است. جمع بردارهایی که در سمت راست رابطه قرار دارند، با شروع از قطب O''_2 و به دنبال هم رسم کردن آنها نشان داده شده است. نقطهٔ B در مسیر دایره حرکت کرده و بنابراین شتاب قائم آن موازی O_2B رسم می‌گردد.

$$A^n_B = \frac{V^2_B}{O_2B} = \frac{(11.97)^2}{63.5 \times 10^{-3}} = 2256.4\ \text{m/s}^2$$

از آنجا که مقدار ω_2 ثابت می‌باشد، مقدار α_2 صفر بوده و

$$A^t_B = (O_2B)\,\alpha_2 = (O_2B)\,0 = 0$$

$A^n_{C/B}$ و $A^t_{C/B}$ شتابهای نسبی بوده و برای تعیین امتداد آنها می‌بایست مسیر حرکت C نسبت به B را در نظر بگیریم. نقطهٔ C در مسیری دایره‌شکل با شعاع BC حول نقطهٔ B دوران کرده و $A^n_{C/B}$ و $A^t_{C/B}$ به ترتیب در امتداد قائم و مماس به این مسیر می‌باشند.

$$A^n_{C/B} = \frac{V^2_{C/B}}{BC} = \frac{(10.68)^2}{152 \times 15^{-3}} = 750.4\ \text{m/s}^2$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$A^n_{C/B}$ موازی BC کشیده می‌شود. از انتهای $A^n_{C/B}$ خطی عمود بر امتداد BC ترسیم می‌گردد. محل برخورد این خط با خطی افقی که از O''_2 کشیده می‌شود، مقادیر A^t_C و $A^t_{C/B}$ را تعیین می‌نماید.

۷ ـ ۳ تصویر شتاب

برای هر مکانیزم، درست همان‌طوری که برای هر عضو در دیاگرام سرعت تصویری وجود دارد، برای هر عضو در دیاگرام شتاب هم تصویری وجود دارد. فرض می‌کنیم B و C دو نقطهٔ واقع بر عضوی بوده باشند. بنابراین

$$A_{B/C} = A^n_{B/C} \leftrightarrow A^t_{B/C}$$

مقدار شتاب نسبی برابر است با

$$A_{B/C} = \sqrt{(A^n_{B/C})^2 + (A^t_{B/C})^2}$$
$$= \sqrt{[(BC)\omega^2]^2 + [(BC)\alpha]^2}$$
$$= BC\sqrt{\omega^4 + \alpha^2}$$

از آنجا که α و ω از خصوصیات کل عضو می‌باشند، آخرین رابطه نشانگر آن است که شتاب نسبی متناسب با فاصلهٔ بین دو نقطه می‌باشد. از آنجا که مقادیر بردارهای شتاب نسبی برای کلیهٔ نقاط واقع بر عضو متناسب با فاصلهٔ بین نقاط می‌باشد، این مفهوم وسیلهٔ مناسبی برای رسم دیاگرام شتاب خواهد بود. به علاوه این بدان معنا است که نقاط واقع بر روی دیاگرام شتاب تصویری از نقاط مربوطه واقع بر روی عضو را تشکیل خواهند داد. مثلاً شکل ۷ـ۴ مجدداً مکانیزم نشان داده شده در شکل ۷ـ۱ را با این تفاوت که عضو شمارهٔ ۳ آن در ادامهٔ خود شامل نقطهٔ D می‌باشد را نشان می‌دهد. دیاگرام سرعت در شکل ۷ـ۵ نشان داده شده است. در شکل ۷ـ۶ دیاگرام شتاب نشان داده شده و موقعیت D'' از ساختن مثلث $B''C''D''$ تصویر BCD در شکل ۷ـ۴ تعیین گردیده است به طوری که

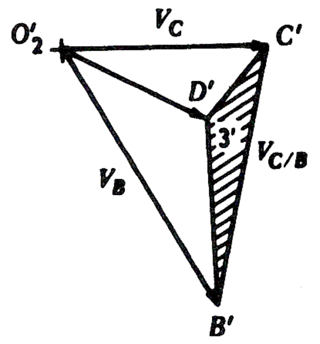
$$\frac{B''C''}{BC} = \frac{B''D''}{BD} = \frac{C''D''}{CD}$$

که در آن بردار B'' به C''، شتاب نقطهٔ C نسبت به B را نشان داده، حال آنکه بردار C'' به B'' شتاب نقطهٔ B نسبت به C را نشان می‌دهد. به هنگام رسم تصویر شتاب می‌بایست نظم نقاط را رعایت کرد. یعنی اگر B، C و D واقع بر روی عضو در جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌باشند، نقاط B''، C'' و D'' نیز باید در جهت گردش عقربه‌های ساعت باشند. از آنجا که در شکل ۷ـ۴ ترتیب قرارگرفتن نقاط B، C

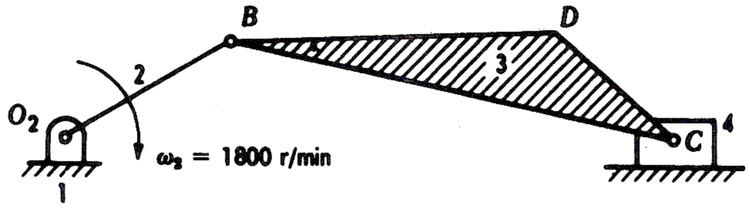
@MechSource

https://t.me/MechSource

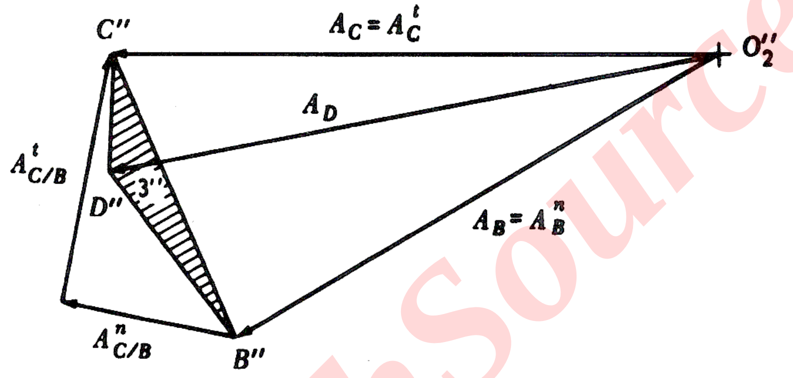
https://t.me/MechSource



شکل ۷ـ۵



شکل ۷ـ۴



شکل ۷ـ۶

و D، در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد، B''، C'' و D'' نیز در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌باشند.

۷ ـ ۴ شتاب زاویه‌ای

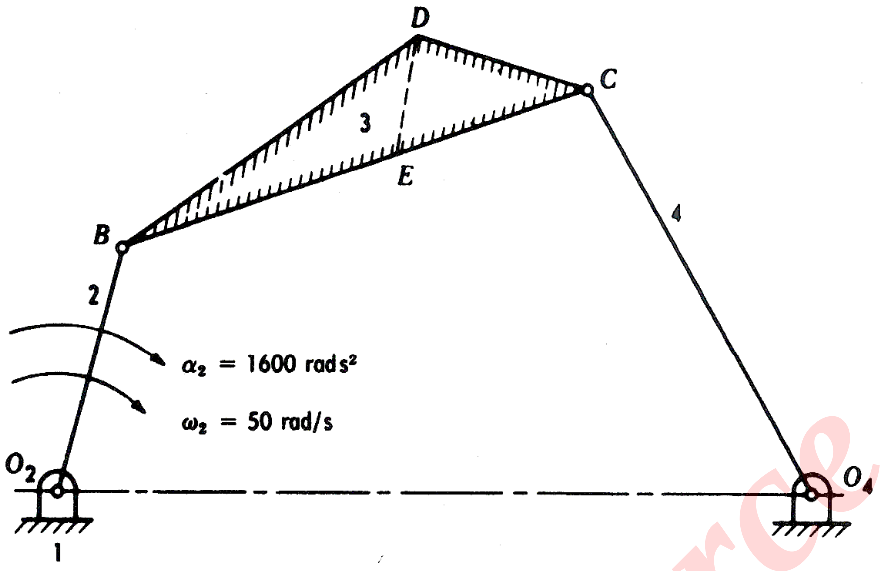
شتاب زاویه‌ای هر عضو صلب از یک مکانیزم، برابر است با شتاب مماسی هر نقطهٔ واقع بر روی عضو نسبت به هر نقطهٔ دیگر واقع بر روی همان عضو تقسیم بر فاصلهٔ بین آن دو نقطه. از آنجا که حرکت نسبی هر دو نقطهٔ واقع بر روی عضو یک حرکت دورانی است، می‌توان برای تعیین شتاب زاویه‌ای از رابطهٔ (۷ـ۲) استفاده کرد. مثلاً شتاب زاویهٔ عضو شمارهٔ ۳ از شکل ۷ـ۱ برابر است با

$$\alpha_3 = \frac{A_{C/B}^t}{BC}$$

جهت شتاب زاویه‌ای را می‌توان با یک بررسی از دیاگرام شتاب تعیین نمود. در شکل ۷ـ۱ نقطهٔ C حول نقطهٔ B دوران می‌کند. بنابراین مسیر حرکت نسبی یک دایره به شعاع BC می‌باشد. از آنجا که شتاب $A_{C/B}^t$ در شکل ۷ـ۳ به طرف بالا می‌باشد، ملاحظه می‌کنیم که نقطهٔ C در امتداد مماس به مسیر حرکت نسبت به B به طرف بالا شتاب پیدا کرده و از این رو α_3 در خلاف جهت گردش

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ـ۷

عقربه‌های ساعت می‌باشد. با توجه به شکل ۷ـ۲ سرعت زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۳ نیز در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد. از این رو، سرعت زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۳ در حال افزایش است.

مثال ۷ ـ ۱ در شکل ۷ـ۷ یک مکانیزم چهارمیله‌ای نشان داده شده است. سرعت و شتاب زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۲ داده شده و تعیین شتاب نقاط C، D و E همراه با شتاب زاویه‌ای اعضای شمارهٔ ۳ و ۴ مورد نظر می‌باشد.

حل: کثیرالاضلاعهای سرعت و شتاب در شکلهای ۷ـ۸ و ۷ـ۹ ظاهر گردیده‌اند. شتاب نقطهٔ C به شرح زیر تعیین می‌گردد:

$$A_C = A_B \leftrightarrow A_{C/B}$$

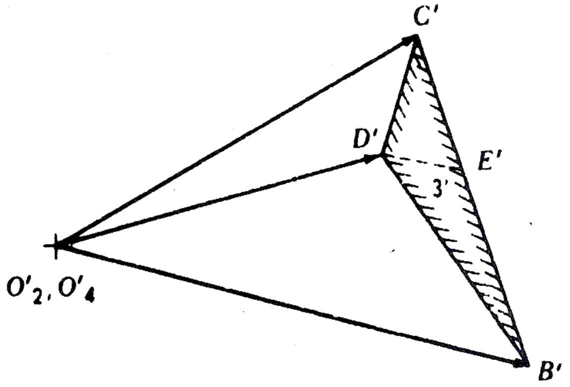
که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$\overset{\surd\surd}{A^n_C} \leftrightarrow \overset{-\surd}{A^t_C} = \overset{\surd\surd}{A^n_B} \leftrightarrow \overset{\surd\surd}{A^t_B} \leftrightarrow \overset{\surd\surd}{A^n_{C/B}} \leftrightarrow \overset{-\surd}{A^t_{C/B}} \qquad (۷ـ۶)$$

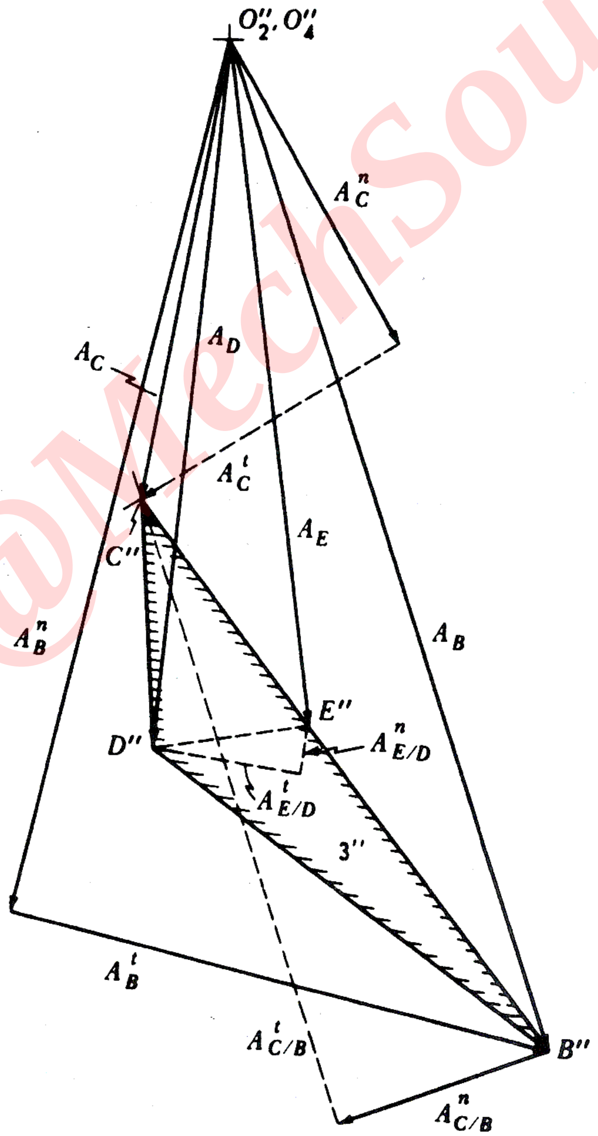
مقدار A^n_C از روی مقدار V_C که از دیاگرام سرعت تعیین شده حساب و از نقطهٔ $O''_۴$ در شکل ۷ ـ ۹ رسم می‌گردد. مقدار A^t_C برابر $\alpha_۴ (O_۴C)$ بوده و چون $\alpha_۴$ مجهول است، مقدار آن مجهول می‌باشد، ولی امتداد A^t_C به صورت خط‌چین از انتهای A^n_C کشیده می‌شود. سپس بردارهای سمت راست

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ـ۸



شکل ۷ـ۹

https://t.me/MechSource
@MechSource

https://t.me/MechSource

رابطهٔ ۷ـ۶ از O''_2 کشیده می‌شوند. مقادیر A^n_B و A^t_B با توجه به داده‌های حرکت عضو شمارهٔ ۲ قابل محاسبه می‌باشند. برآیند برداری آنها A_B بوده، که با O''_2B'' نشان داده شده است. $A^n_{C/B}$ از B'' ادامه پیدا کرده و مقدارش مساوی $V^2_{C/B}/BC$ می‌باشد. $V_{C/B}$ از روی دیاگرام سرعت تعیین می‌گردد. عمودی از انتهای $A^n_{C/B}$ امتداد $A^t_{C/B}$ را نشان می‌دهد. برخورد این خط با ادامهٔ خط A^t_C موقعیت نقطهٔ C'' را تعیین می‌کند. O''_4C'' برابر A_C می‌باشد. موقعیت نقطهٔ D'' با رسم $B''C''D''$ تصویر BCD تعیین می‌گردد. بردار O''_2D'' برابر A_D می‌باشد.

سپس با رسم بردارهای $A^t_{E/D}$ و $A^n_{E/D}$ از نقطهٔ D'' موقعیت نقطهٔ E'' تعیین می‌گردد. طریق ساده دیگر برای تعیین موقعیت نقطهٔ E'' رسم تصویر BEC یعنی $B''E''C''$ می‌باشد. O''_2E'' برابر A_E می‌باشد.

مقادیر $A^t_{C/B}$ و A^t_C را می‌توان با رعایت مقیاس دیاگرام شتاب تعیین نموده و آنگاه α_3 و α_4 را به شرح زیر تعیین نمود

$$\alpha_3 = \frac{A^t_{C/B}}{BC} \qquad\qquad \alpha_4 = \frac{A^t_C}{O_4C}$$

با توجه به جهتهای $A^t_{C/B}$ و A^t_C در دیاگرام شتاب ملاحظه می‌کنیم α_3 و α_4 هردو در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌باشند.

مثال ۷ ـ ۲ به طوری که در فصل ششم شرح داده شد، برای رسم دیاگرام سرعت بعضی مکانیزمها نیاز به یک روش سعی و خطا بود. اگر در تجزیه و تحلیل یک عضو نیاز به روش سعی و خطا بوده باشد، آنگاه برای تجزیه و تحلیل شتاب همین عضو نیز نیاز به یک روش سعی و خطا خواهد بود. شکل ۷ـ۱۰ مجدداً مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـ۱۷ را نشان می‌دهد. فرض کنید V_E و A_E معلوم بوده و می‌خواهیم A_B را تعیین کنیم. کثیرالاضلاع سرعت نشان داده شده در شکل ۶ـ۱۸ که نیاز به روش سعی و خطا داشته، مجدداً در شکل ۷ـ۱۱ نشان داده شده است. برای آنکه A_B را تعیین کنیم، ابتدا می‌توانیم به شرح زیر A_C را تعیین کنیم

$$A_C = A_E + A_{C/E}$$

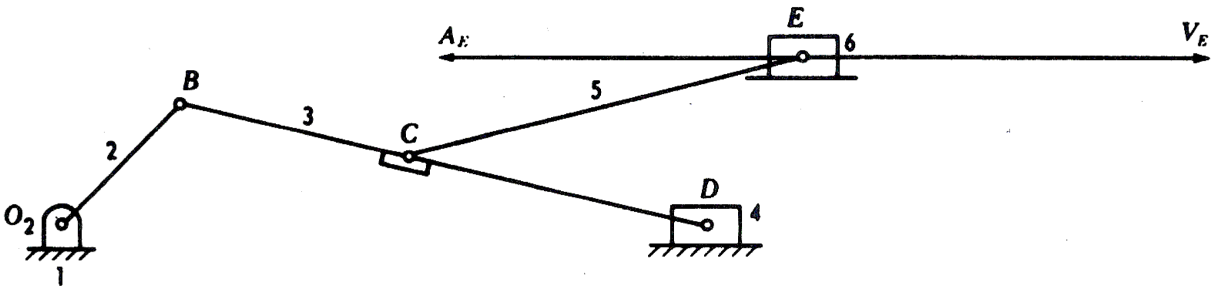
که می‌تواند به صورت زیر هم نوشته شود

$$\overset{--}{A_C} = \overset{}{A^n_E} \;+\!\!\!\rightarrow \overset{\surd\surd}{A^t_E} \;+\!\!\!\rightarrow \overset{\surd\surd}{A^n_{C/B}} \;+\!\!\!\rightarrow \overset{-\surd}{A^t_{C/E}}$$

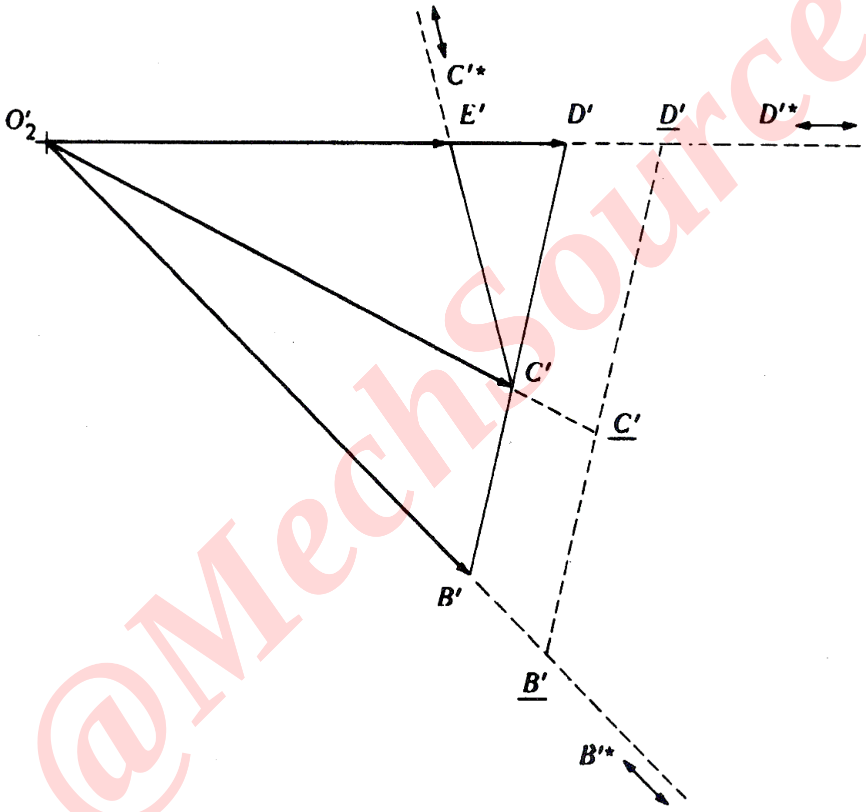
A_C چه از نظر مقدار و چه از نظر امتداد مجهول می‌باشد. $A^t_E = A_E$ و $A^t_{C/E} = (CE)\,\alpha_5$ و از آنجا که α_5 مجهول است مقدار $A^t_{C/E}$ معلوم نمی‌باشد. از آنجا که در رابطهٔ برداری بیش از دو مجهول وجود دارد تنها با این رابطه نمی‌توان دسترسی به حل پیدا کرد. اما با روش سعی و خطا می‌توان تصویر

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ـ۱۰

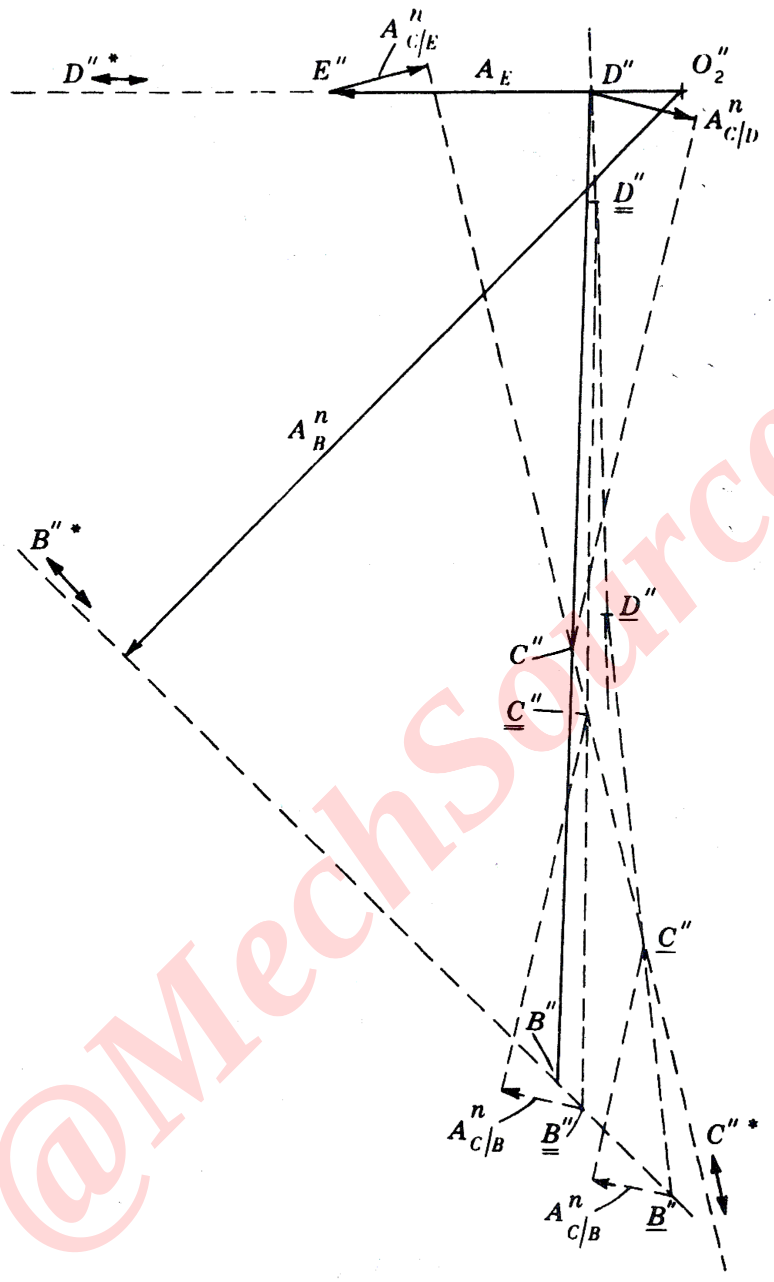


شکل ۷ـ۱۱

سرعت عضو شمارهٔ ۳ را تعیین کرد. دیاگرام شتاب در شکل ۷ـ۱۲ نشان داده شده است. از نقطهٔ O''_2، A_E به طول O''_2E'' کشیده شده است. A_D که با خط D''^* نشان داده شده فقط دارای امتداد معلوم می‌باشد. مقدار $A^n_{C/E}$ می‌تواند با نتایج حاصله از دیاگرام سرعت حساب‌شده و از E'' به موازات CE کشیده شود. از انتهای $A^n_{C/E}$ خط C''^* که نشان‌دهنده امتداد $A^t_{C/E}$ می‌باشد عمود بر CE کشیده می‌شود. بدین ترتیب C'' جایی در امتداد این خط قرار می‌گیرد. آنگاه با نتایج حاصله از دیاگرام سرعت مقدار A^n_B را می‌توان حساب کرد. سپس A^n_B از نقطهٔ O''_2 موازی O_2B ترسیم می‌گردد. خط B''^* که مشخص‌کنندهٔ امتداد A^t_B می‌باشد، از انتهای A^n_B و عمود بر A^n_B کشیده می‌شود.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ـ۱۲

@MechSource

به طوری که در شکل ۷ـ۱۲ نشان داده شده، یک نقطه اولیه مانند $\underline{B''}$ را جایی در امتداد خط B''^* انتخاب می‌کنیم. برای تعیین موقعیت $\underline{C''}$، $A^n_{C/B}$ و $A^t_{C/B}$ را به A_B که همان $O_2''\underline{B''}$ باشد اضافه می‌کنیم. مقدار $A^n_{C/B}$ قابل محاسبه بوده و امتداد $A^t_{C/B}$ معلوم می‌باشد. نقطهٔ $\underline{C''}$ در محل برخورد $A^t_{C/B}$ و خط C''^* واقع می‌باشد. موقعیت نقطهٔ $\underline{D''}$ از رسم $B''C''D''$ تصویر BCD به دست می‌آید. انتخاب نقطه‌ای دوم به عنوان نقطهٔ ثانویهٔ تصویر $\underline{\underline{B''}}\,\underline{\underline{C''}}\,\underline{\underline{D''}}$ را حاصل می‌گردد. برای تعیین موقعیت صحیح D'' در روی D''^* مکان هندسی D'' را مشخص می‌کنیم. بردار $O_2''D''$ برابر A_D می‌باشد. برای تعیین تصویر

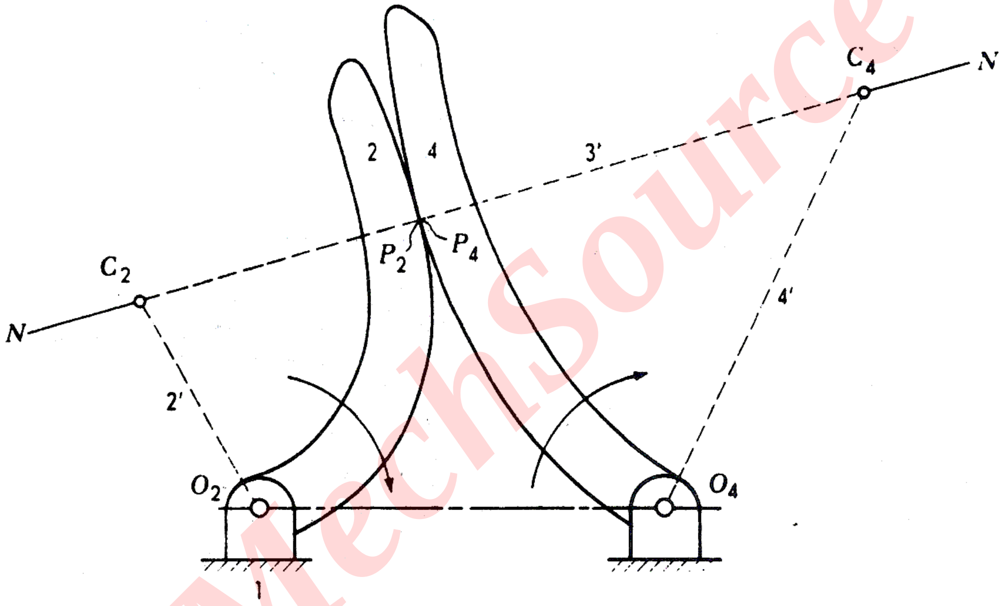
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

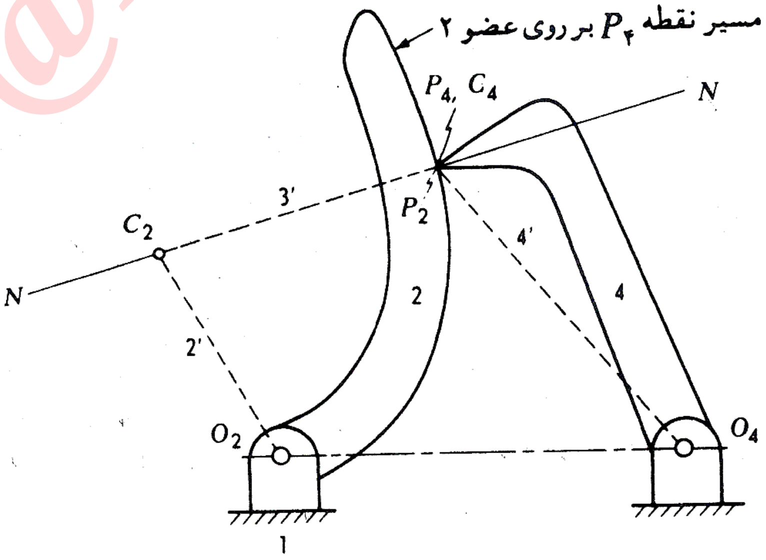
شتاب واقعی عضو شمارهٔ ۳، $A^n_{C/D}$ و $A^t_{C/D}$ را به A_D اضافه نموده تا موقعیت C'' تعیین گردد. پس از این موقعیت نقطهٔ B'' از برخورد $D''C''$ و خط B''^* به دست خواهد آمد.

۷ ـ ۵ مکانیزمهای معادل

هنگامی که تجزیه و تحلیل شتاب یک مکانیزم تماسی مورد نظر می‌باشد، مسئله را می‌توان با جایگزین نمودن یک مکانیزم چهارمیله‌ای معادل، ساده‌تر نمود. شکل ۷-۱۳ یک مکانیزم تماسی را که مرکب از سه عضو ۱، ۲ و ۳ می‌باشد نشان می‌دهد. حرکت از عضو محرک شمارهٔ ۲ به صورت



شکل ۷ ـ ۱۳

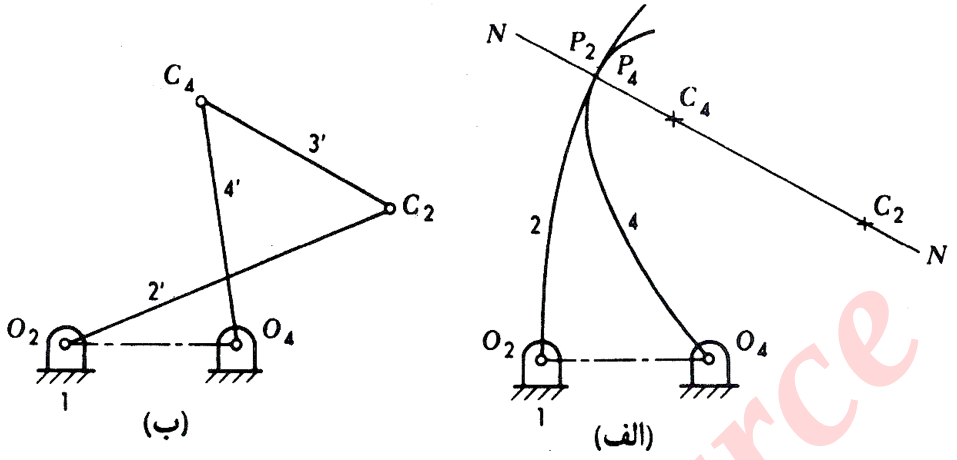


شکل ۷ ـ ۱۴

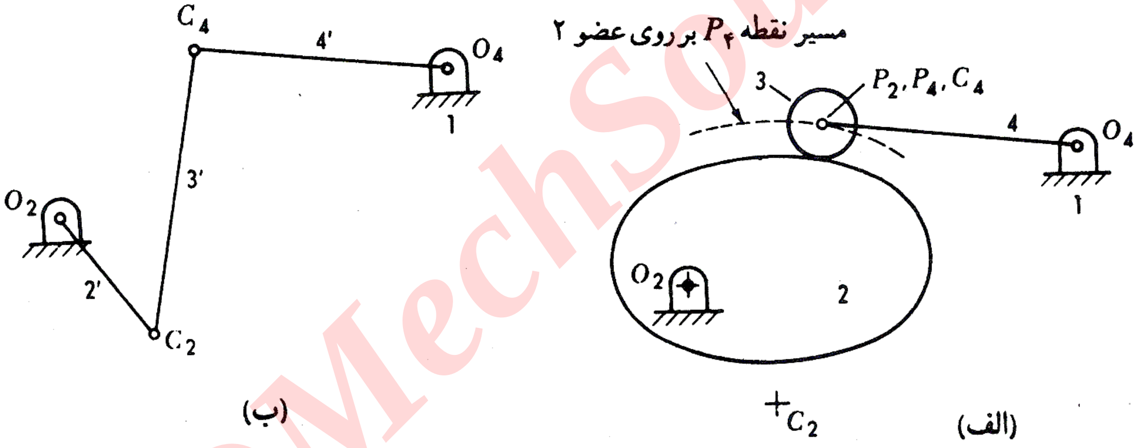
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

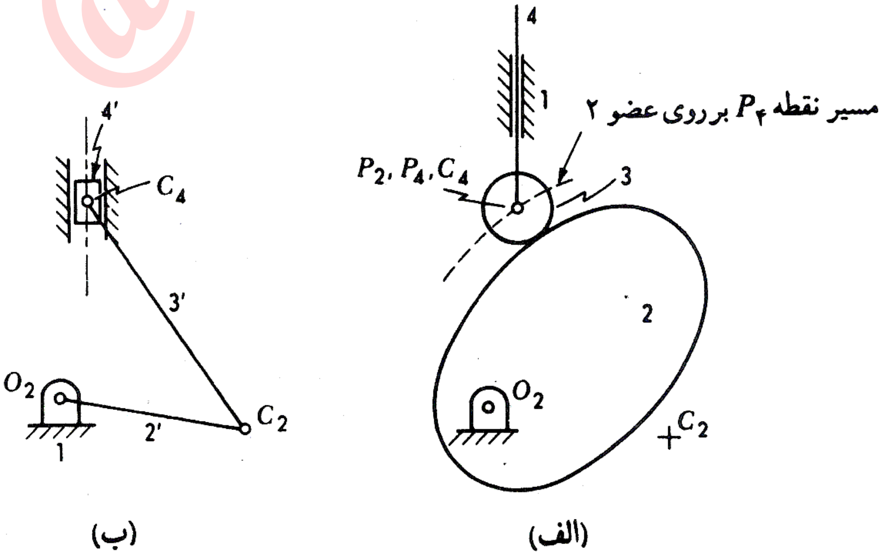
تماسی، به این معناکه مطابق شکل ۷ـ۷ هیچ عضو رابطی وجود نداشته به عضو متحرک شمارهٔ ۴ منتقل می‌گردد. مکانیزمهای بادامک و پیرو (شکلهای ۷ـ۱۵ الف، ۷ـ۱۶ الف، ۷ـ۱۷ الف، ۷ـ۱۸



شکل ۷ـ۱۵



شکل ۷ـ۱٦

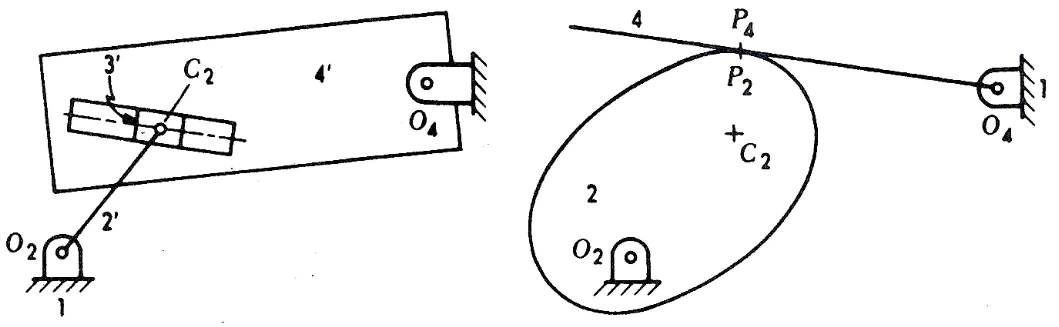


شکل ۷ـ۱۷

@MechSource

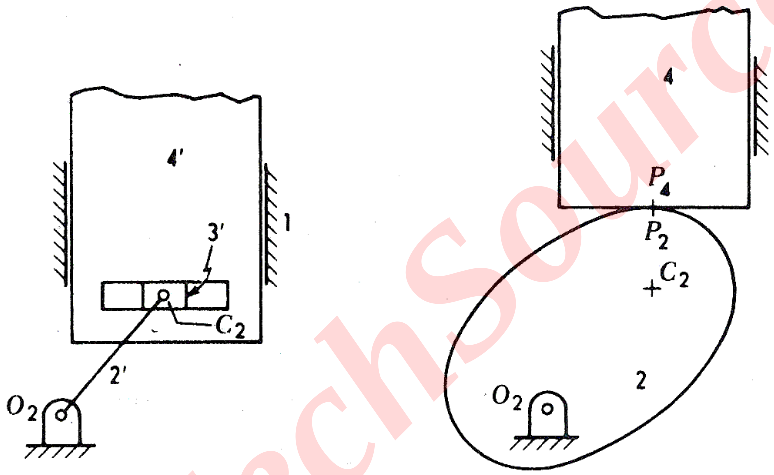
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



(ب) (الف)

شکل ۷ـ۱۸



(ب) (الف)

شکل ۷ـ۱۹

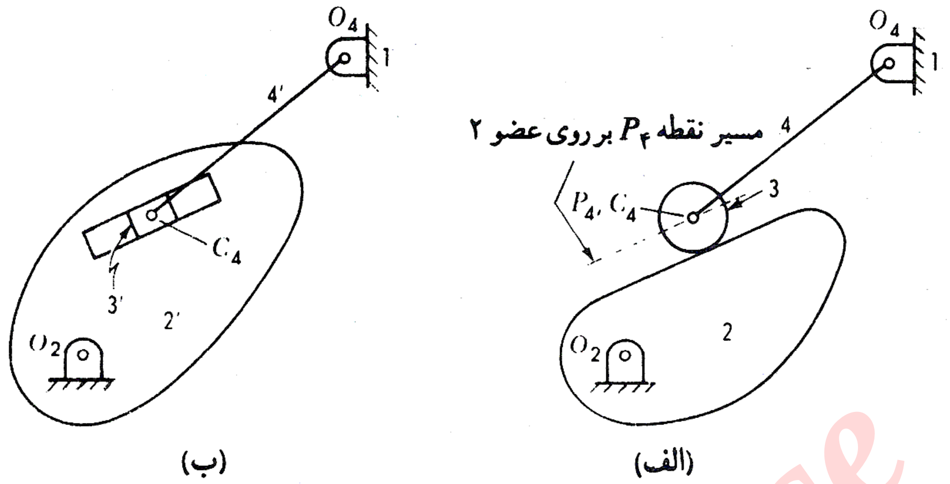
@MechSource

الف، ۷ـ۱۹ الف و ۷ـ۲۰ الف را ملاحظه کنید) نمونه‌هایی از مکانیزمهای تماسی می‌باشند. در شکل ۷ـ۱۳ اعضای ۱، ۲ و ۴ را مکانیزم اولیه می‌نامیم. مکانیزم معادل، در این شکل با خط‌چین نشان داده شده که شامل اعضای ۱، $2'$، $3'$ و $4'$ می‌باشد. یک مکانیزم معادل، مکانیزمی است که سرعت و شتاب زاویه‌ای عضو محرک $2'$ و عضو متحرک $4'$ آن به طور لحظه‌ای برابر اعضای محرک و متحرک ۲ و ۴ مکانیزم اولیه باشد. خط N - N در شکل ۷ـ۱۳، قائم مشترک پروفیل اعضا در نقطهٔ تماس می‌باشد. C_2 و C_4 به ترتیب مرکز انحنای پروفیل اعضای شمارهٔ ۲ و ۴ در نقاط P_2 و P_4 می‌باشند. اگر پین اتصال اعضای $2'$ و $4'$ در نقطهٔ C_2 و پین اتصال $3'$ و $4'$ در نقطهٔ C_4 قرار داده شود، آنگاه ۱، $2'$، $3'$، $4'$ مکانیزمی را شامل خواهند شد که معادل مکانیزم اولیه است[1].

۱. اثبات مربوط به این مکانیزم معادل در ضمیمه آمده است.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ ـ ۲۰

در شکل ۷ـ۱۴ به دلیل آنکه تماس همواره در یک نقطهٔ خاص از عضو شمارهٔ ۴ اتفاق می‌افتد، این عضو را پیرو نقطه‌ای می‌گویند. بنابراین شعاع انحنای P_4C_4 برابر صفر بوده و C_4 بر P_4 منطبق می‌باشد. بنابراین مطابق شکل ۷ـ۱۳ عضو شمارهٔ $4'$ از O_4 تا C_4 می‌باشد.

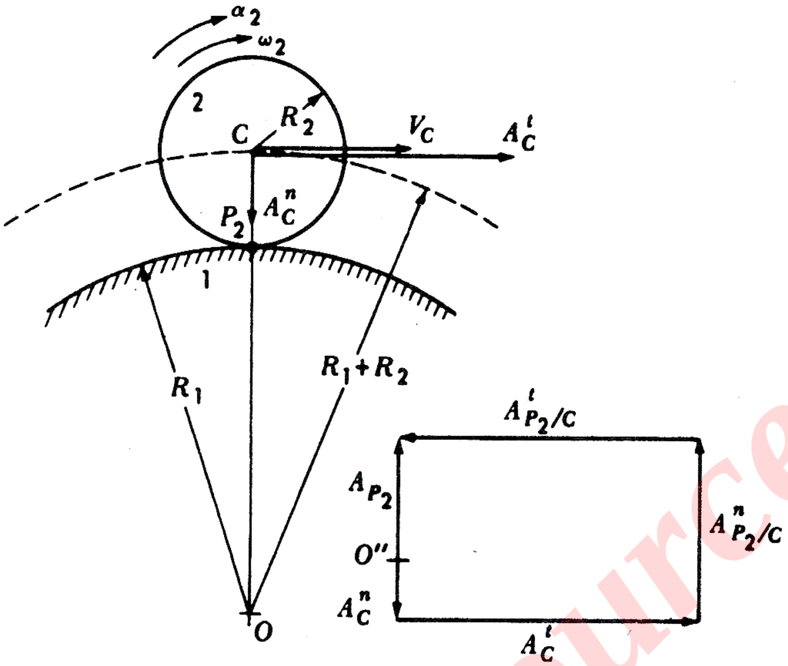
در شکلهای ۷ـ۱۵ تا ۷ـ۲۰ مکانیزمهای چهارمیله‌ای معادل برای تعدادی از مکانیزمها نشان داده شده است. در هریک از حالات، مکانیزم معادل دقیقاً براساس شکل ۷ـ۱۳ بنا گردیده است. همانند شکل ۷ـ۱۴، خط‌چینهای رسم‌شده در شکلهای ۷ـ۱۶ الف و ۷ـ۱۷ الف مسیر نقطهٔ P_4 بر روی عضو شمارهٔ ۲ بوده و C_2 مرکز انحنای مسیر در نقطهٔ P_2 می‌باشد. شکل ۷ـ۱۷ الف را در نظر می‌گیریم. از آنجا که نقطهٔ C_4 دارای حرکت مستقیم‌الخط می‌باشد، طول عضو شمارهٔ $4'$ بینهایت بوده که از C_4 تا O_4 ادامه دارد. نقطهٔ O_4 در امتداد خط عمود بر امتداد حرکت عضو شمارهٔ ۴ در فاصلهٔ بینهایت قرار دارد. هر عضوی با طول بینهایت می‌تواند مطابق شکل ۷ـ۱۷ ب با لغزنده‌ای نشان داده شود که دارای حرکت مستقیم‌الخط است. به همین ترتیب، چون در شکلهای ۷ـ۱۸ ب، ۷ـ۱۹ ب و ۷ـ۲۰ ب طول عضو ۳ بینهایت می‌باشد، این عضو به صورت یک لغزنده نمایش داده شده است.

۷ ـ ٦ شتاب اعضایی که دارای تماس غلتشی می‌باشند

اغلب به مکانیزمهایی برخورد می‌کنیم که اعضای آنها بر روی یکدیگر غلت می‌خورند. به عنوان مثال، بادامکهایی که پیرو آنها به یک غلتک مجهز بوده و یا مکانیزمهایی که دارای چرخ و یا چرخدنده‌هایی می‌باشند از این نوع هستند. در شکل ۷ـ۲۱ دیسک شمارهٔ ۲ را که بر روی عضو ثابت شماره ۱ غلت می‌خورد، در نظر می‌گیریم. فرض کنید ω_2 و α_2 معلوم بوده و می‌خواهیم شتاب نقطه‌ای واقع بر عضو شمارهٔ ۲ مثل P_2 را تعیین کنیم. نقطهٔ P_2 مطابق توضیحات قسمت ۶ـ۵

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ـ ۲۱

@MechSource

دارای سرعتی برابر صفر می‌باشد. شتاب نقطهٔ $P_۲$ برابر است با

$$A_{P_۲} = AC \mapsto A_{P_۲/C}$$

$$\overline{\overline{A_{P_۲}}} = \overset{\surd\surd}{A_C^n} \mapsto \overset{\surd\surd}{A_C^t} \mapsto \overset{\surd\surd}{A^n_{P_۲/C}} \mapsto \overset{\surd}{A^t_{P_۲/C}} \qquad (۷ - ۷)$$

که در آن

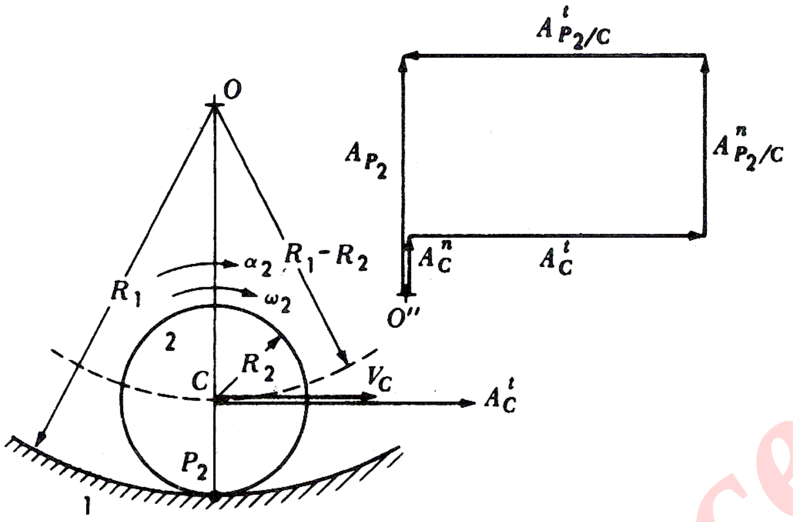
$$\left.\begin{aligned} A_C^n &= \frac{V_C^۲}{R_۱ + R_۲} = \frac{(R_۲\, \omega_۲)^۲}{R_۱ + R_۲} \\ A_C^t &= (P_۲C)\, \alpha_۲ \\ A^n_{P_۲/C} &= (P_۲C)\, \omega_۲^۲ \\ A^t_{P_۲/C} &= (P_۲C)\, \alpha_۲ \end{aligned}\right\} \qquad (۸ - ۷)$$

مقدار و امتداد شتاب $A_{P_۲}$ نامعلوم است. بردارهای رابطهٔ (۷ـ۷) با شروع از نقطهٔ O'' در شکل ۷ـ۲۱ ترسیم می‌گردند. از آنجا که A_C^t و $A^t_{P_۲/C}$ مساوی و در جهت خلاف یکدیگر می‌باشند، $A_{P_۲}$ در امتداد قائم در نقطهٔ تماس می‌باشند.

شکل ۷ـ۲۲ همان شکل ۷ـ۲۱ می‌باشد، با این تفاوت که سطح مربوط به عضو شمارهٔ ۱ مقعر

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ ـ ۲۲

می‌باشد. روابط (۷ـ۷) و (۷ـ۸) با این تفاوت که

$$A^n_C = \frac{V_C^۲}{R_۱ - R_۲}$$

عیناً برای شکل ۷ـ۲۲ هم به‌کار برده می‌شوند. با یک بررسی در کثیرالاضلاع شتاب مربوط به شکل ۷ـ۲۲ ملاحظه می‌کنیم از آنجا که A^t_C و $A^t_{P_۲/C}$ مساوی و در جهت خلاف یکدیگر می‌باشند، $A_{P_۲}$ در امتداد قائم در نقطهٔ تماس می‌باشد.

اگر در شکل ۷ـ۲۱ و ۷ـ۲۲ عضو شمارهٔ ۱ سطحی صاف می‌بود، آنگاه شعاع $R_۱$ بینهایت بوده و

$$A^n_C = \frac{V_C^۲}{\infty} = ۰$$

به اضافه اگر سطح خارجی هریک از دو عضو دایره نبوده، ولی در طول خودشان دارای انحنای متغیر بوده باشند، آنگاه $R_۱$ و $R_۲$ در رابطهٔ (۷ـ۸) شعاع انحناء در نقطهٔ تماس اختیار می‌گردند.

۷ ـ ۷ شتاب کریولیس

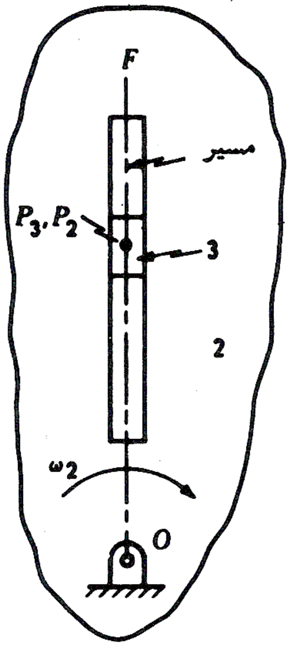
هرگاه نقطه‌ای از یک عضو، مثلاً عضو اول، در مسیر عضو دیگری، مثلاً عضو دوم، که به نوبهٔ خود دوران می‌نماید حرکت کند، آنگاه شتاب نقطهٔ متعلق به عضو اول نسبت به نقطهٔ متعلق به عضو دوم و منطبق بر نقطهٔ متعلق به عضو اول دارای مؤلفهٔ کریولیس خواهد بود.

فرض می‌کنیم $P_۳$ در شکل ۷ـ۲۳ نقطه‌ای واقع بر لغزندهٔ شمارهٔ ۳ بوده که در امتداد مسیر عضو شمارهٔ ۲ حرکت می‌کند. $P_۲$ نقطه‌ای ثابت بر روی مسیر بوده و در لحظهٔ مورد نظر $P_۲$ و $P_۳$ بر یکدیگر منطبق می‌باشند. سرعت زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۲ و بالطبع برای مسیر برابر $\omega_۲$ باشد. مسیر

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ ـ ۲۳

@MechSource

مجدداً در شکل ۷ـ۲۴ که در آن V_{P_3/P_2} سرعت P_3 نسبت به P_2 می‌باشد نشان داده شده است. در فاصلهٔ زمانی dt خط OF به اندازهٔ زاویهٔ $d\theta$ دوران کرده و موقعیت OF' را پیدا می‌کند. در خلال این فاصلهٔ زمانی، P_2 از موقعیت P_2 به P_2' حرکت می‌کند. نقطهٔ P_3 از موقعیت P_3 به P_3' حرکت کرده که این جابه‌جایی از مجموع تغییر مکانهای P_2P_2'، $P_2'B$ و BP_3' حاصل می‌گردد. چون ω_2 ثابت می‌باشد پس تغییر مکان P_2P_2' با سرعت ثابت صورت گرفته، همین‌طور چون V_{P_3/P_2} ثابت می‌باشد تغییر مکان $P_2'B$ نیز با سرعت ثابت صورت می‌گیرد. اما به طوری که نشان داده خواهد شد، تغییر مکان BP_3' نتیجه‌ای از یک شتاب در این امتداد می‌باشد.

$$BP_3' \text{ قوس} = (P_2'B)\, d\theta$$

اما

$$d\theta = \omega_2 dt \quad \text{و} \quad P_2'B = V_{P_3/P_2}\, dt$$

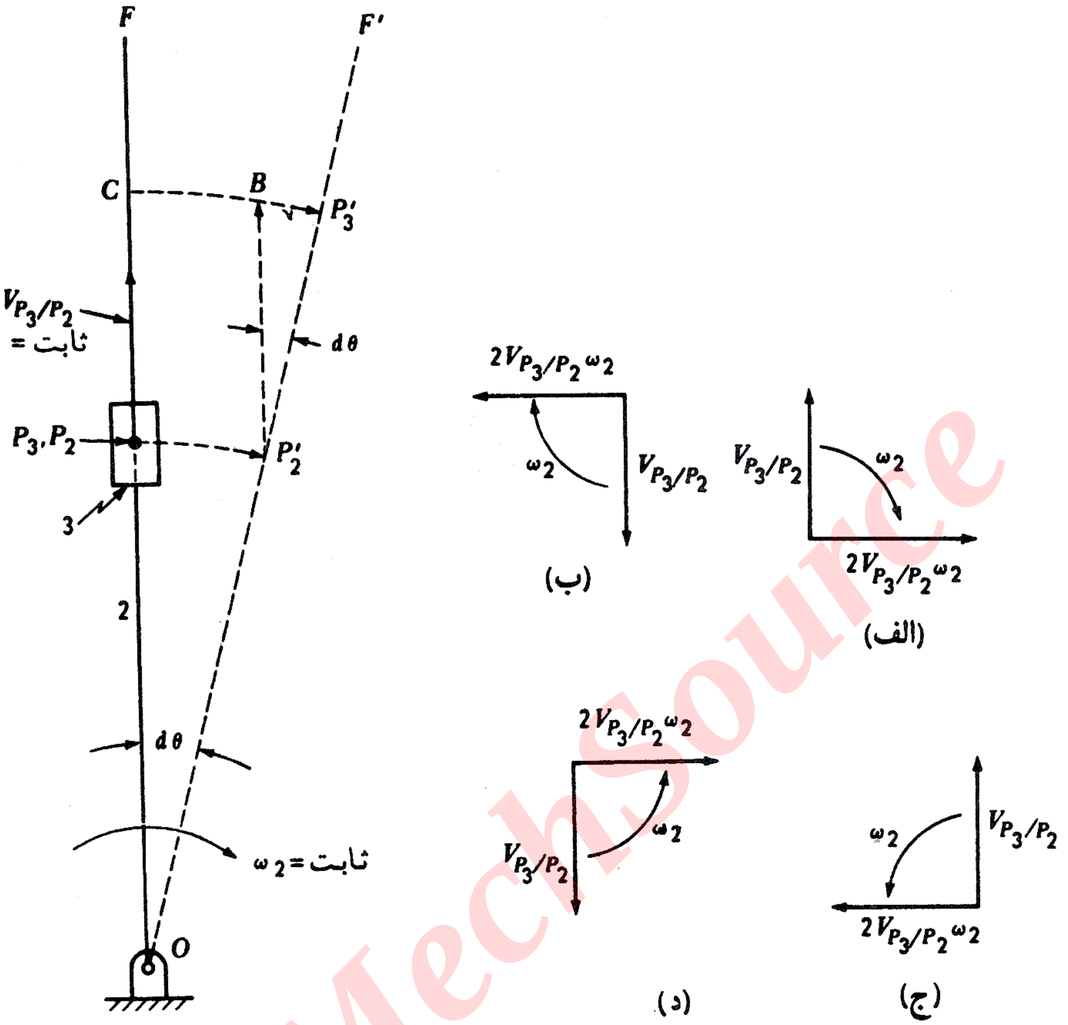
بنابراین

$$BP_3' = V_{P_3/P_2}\, \omega_2\, (dt)^2 \qquad (۷\text{ـ}۹)$$

سرعت P_2 در امتداد عمود بر خط OF برابر $\omega_2\ (OP_2)$ می‌باشد. از آنجا که ω_2 ثابت بوده و OP_2 با نسبت ثابت ازدیاد پیدا می‌کند، سرعت P_2 در امتداد عمود بر خط OF نیز با نسبت ثابت ازدیاد پیدا

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ ـ ۲۴

@MechSource

می‌کند. بنابراین، شتاب $P_۳$ در امتداد عمود بر OF ثابت می‌باشد. برای حرکت با شتاب ثابت

$$ds = \frac{۱}{۲}A\,(dt)^۲$$

یا

$$BP_۳' = \frac{۱}{۲}A\,(dt)^۲ \qquad (۷\text{ـ}۱۰)$$

از رابطهٔ (۷ـ۹) و (۷ـ۱۰)

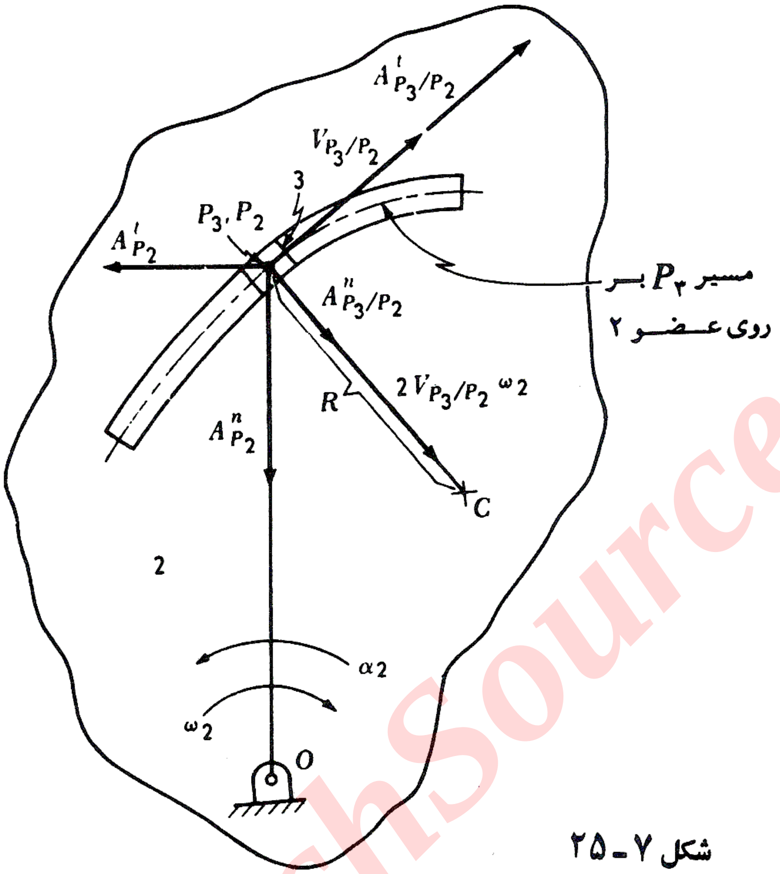
$$V_{P_۳/P_۲}\,\omega_۲\,(dt)^۲ = \frac{۱}{۲}A\,(dt)^۲$$

یا

$$A = ۲V_{P_۳/P_۲}\,\omega_۲ \qquad (۷\text{ـ}۱۱)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ـ۲۵

از قرن نوزدهم این شتاب به نام کاشف آن که یک ریاضیدان فرانسوی است به مؤلفهٔ کریولیس شتاب موسوم گردیده است.

رابطهٔ بین $V_{P_۳/P_۲}$، $\omega_۲$ و $۲V_{P_۳/P_۲}\omega_۲$ برای حالت مربوط به شکل ۷ـ۲۴ در شکل ۷ـ۲۴ الف نشان داده شده است. اگر $V_{P_۳/P_۲}$ به طرف مرکز O باشد رابطه مطابق شکل ۷ـ۲۴ ب خواهد بود. اگر $\omega_۲$ معکوس گردد رابطه مطابق شکلهای ۷ـ۲۴ ج و ۷ـ۲۴ د خواهد بود. قاعدهٔ تعیین جهت به شرح زیر است. جهت شتاب کریولیس در جهت $V_{P_۳/P_۲}$ بوده که به اندازهٔ ۹۰ درجه در جهت سرعت زاویه‌ای مسیر چرخیده باشد.

با توجه به رابطهٔ (۷ـ۱۱) ملاحظه می‌کنیم که اگر هریک از جملات $V_{P_۳/P_۲}$ و $\omega_۲$ و یا هر دوی آنها صفر باشد، شتاب کریولیس وجود نداشته و مقدار آن صفر است.

حالت کلی حرکت نسبی دو جسم در صفحه در شکل ۷ـ۲۵ نشان داده شده است. در اینجا مجدداً $P_۲$ نقطه‌ای ثابت در عضو شمارهٔ ۲، $P_۳$ نقطه‌ای واقع در عضو شمارهٔ ۳ بوده که نسبت به ۲ حرکت می‌کند. شتاب مطلق نقطهٔ $P_۳$ برابر است با

$$A_{P_۳} = A_{P_۲} \;+\!\!\!\rightarrow A_{P_۳/P_۲}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

یا

$$A^n_{P_3} \leftrightarrow A^t_{P_3} = A^n_{P_2} \leftrightarrow A^t_{P_2} \leftrightarrow A^n_{P_3/P_2} \leftrightarrow A^t_{P_3/P_2} \leftrightarrow 2V_{P_3/P_2}\,\omega_2 \quad (۱۲-۷)$$

که در آن مؤلفهٔ کریولیس $2V_{P_3/P_2}\,\omega_2$ بخشی از شتاب P_3 نسبت به P_2 می‌باشد. مسیری را که P_2 بر روی بدنه طی می‌نماید، دایره‌ای است با شعاع OP_2. بنابراین مؤلفه‌های قائم و مماسی شتاب نقطهٔ P_2 یعنی $A^n_{P_2}$ و $A^t_{P_2}$ در امتداد نشان داده شده در شکل می‌باشند. مقادیر آنها به صورت زیر تعیین می‌گردند

$$A^n_{P_2} = \frac{V^2_{P_2}}{OP_2} \quad \text{و} \quad A^t_{P_2} = (OP_2)\,\alpha_2$$

حرکت نقطهٔ P_3 نسبت به جسم شمارهٔ ۲ در مسیر نشان داده شده در شکل می‌باشد. مؤلفه‌های قائم و مماس شتاب نقطهٔ P_3 نسبت به P_2 یعنی $A^n_{P_3/P_2}$ و $A^t_{P_3/P_2}$ به ترتیب در امتداد قائم و مماس این مسیر می‌باشند. $A^n_{P_3/P_2}$ به صورت زیر تعیین می‌گردند.

$$A^n_{P_3/P_2} = \frac{V^2_{P_3/P_2}}{R}$$

که در آن R شعاع انحنای مسیر در نقطهٔ P_2 می‌باشد. مقدار $A^t_{P_3/P_2}$ در مسائل یا در شروع معلوم بوده و یا با رسم دیاگرام شتاب برای رابطهٔ (۷-۱۲) می‌توان آن را تعیین کرد.

مثال ۷ ـ ۳ شکل ۷-۲۶ یک مکانیزم با برگشت سریع را نشان می‌دهد. عضو شمارهٔ ۲ محرک بوده و می‌خواهیم سرعت و شتاب زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۴ را تعیین کنیم. فرض می‌کنیم P_2 و P_4 نقاط متعلق به اعضای ۲ و ۴ بوده که در لحظهٔ مورد نظر بر یکدیگر منطبق می‌باشند. بنابراین

$$\omega_2 = 2\pi\left(\frac{۹٫۵}{۶۰}\right) = ۰٫۹۹۵\,\text{rad/s}$$

$$V_{P_2} = (O_2P_2)\,\omega_2 = ۰٫۱۵۲\,(۰٫۹۹۵) = ۰٫۱۵۱\ \text{m/s}$$

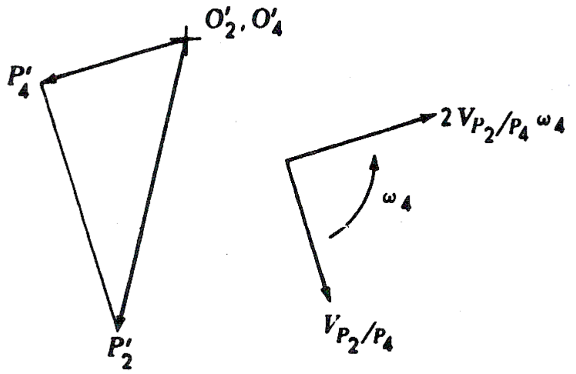
با رعایت مقیاس دیاگرام سرعت در شکل ۷-۲۷ در می‌یابیم که $V_{P_4} = ۰٫۰۷۴۲$ m/s و $V_{P_4/P_2} = ۰٫۱۳۱$ m/s. بنابراین

$$\omega_4 = \frac{V_{P_4}}{O_4P_4} = \frac{۰٫۰۷۴۲}{۰٫۵۱۴} = ۰٫۱۴۴\ \text{rad/s ccw}$$

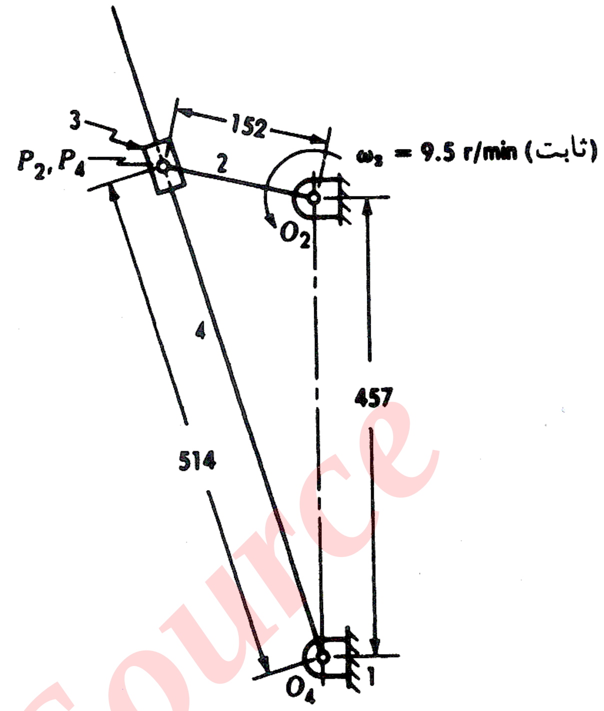
قبل از آنکه بتوانیم شتاب زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۴ را تعیین کنیم، لازم است که شتاب P_4 را تعیین

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ ـ ۲۷



شکل ۷ ـ ۲۶

کنیم. همانند رابطهٔ (۷ـ۱۲) می‌توانیم بنویسیم

$$A_{P_4} = A^n_{P_2} \mathrel{+\!\!\rightarrow} A^t_{P_2} \mathrel{+\!\!\rightarrow} A^n_{P_4/P_2} \mathrel{+\!\!\rightarrow} A^t_{P_4/P_2} \mathrel{+\!\!\rightarrow} 2V_{P_4/P_2}\,\omega_2$$

برای حل این رابطه، لازم است که شعاع انحنای مسیری را که P_4 بر روی عضو شمارهٔ ۲ طی می‌کند بدانیم. این مسیر مشخص نمی‌باشد. اما مسیر P_2 بر روی عضو شمارهٔ ۴ یک خط راست در امتداد آن می‌باشد، اگر بخواهیم رابطه‌ای را برای A_{P_2} بنویسیم می‌توان این مسیر را مورد استفاده قرار داد. آنگاه همانند رابطهٔ (۷ـ۱۲)

$$\overset{\surd\surd}{A^n_{P_2}} \mathrel{+\!\!\rightarrow} \overset{\circ}{A^t_{P_2}} = \overset{\surd\surd}{A^n_{P_4}} \mathrel{+\!\!\rightarrow} \overset{-\surd}{A^t_{P_4}} \mathrel{+\!\!\rightarrow} \overset{\circ}{A^n_{P_2/P_4}} \mathrel{+\!\!\rightarrow} \overset{-\surd}{A^t_{P_2/P_4}} \mathrel{+\!\!\rightarrow} \overset{\surd\surd}{2V_{P_2/P_4}\,\omega_4} \qquad (۷ـ۱۳)$$

که در آن

$$A^n_{P_2} = \frac{V^2_{P_2}}{O_2P_2} = \frac{0.151}{0.152} = 0.150 \text{ m/s}^2$$

$$A^t_{P_2} = 0$$

چون $\alpha_2 = 0$

$$A^n_{P_4} = \frac{V^2_{P_4}}{O_4P_4} = \frac{0.0742}{0.514} = 0.0107 \text{ m/s}^2$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$A^t_{P_۴} = (O_۴ P_۴)\, \alpha_۴$$

ولی $\alpha_۴$ مجهول می‌باشد

$$A^n_{P_۲/P_۴} = \frac{(V_{P_۲/P_۴})^۲}{R} = \frac{(۰٫۱۳۱)^۲}{\infty} = ۰$$

$A^t_{P_۲/P_۴}$ مجهول بوده و

$$۲V_{P_۲/P_۴}\, \omega_۴ = ۲\,(۰٫۱۳۱)\, ۰٫۱۴۴ = ۰٫۰۳۷۷\ \mathrm{m/s^۲}$$

بنابراین، مجهولهای رابطهٔ (۷-۱۳) $A^t_{P_۴}$ و $A^t_{P_۲/P_۴}$ می‌باشند. مقادیر آنها را می‌توان با رسم دیاگرام شتاب مطابق شکل ۷ـ۲۸ تعیین نمود. با رعایت مقیاس در می‌یابیم که $A^t_{P_۴} = ۰٫۰۹۲۱\ \mathrm{m/s^۲}$ و

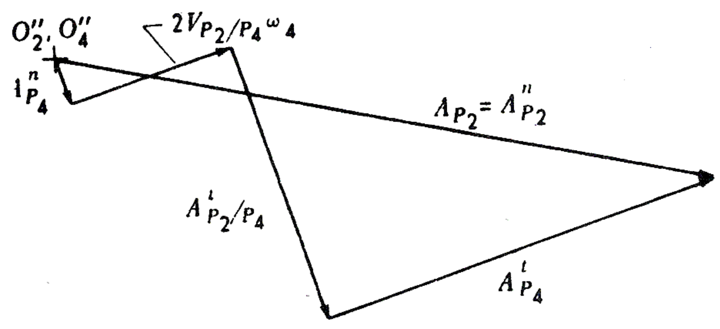
$$\alpha_۴ = \frac{A^t_{P_۴}}{O_۴P_۴} = \frac{۰٫۰۹۲۱}{۰٫۵۱۴} = ۰٫۱۷۹\ \mathrm{rad/s^۲}$$

مثال ۷ ـ ۴ شکل ۷ـ۲۹ بادامکی را با پیرو نوسانی نشان می‌دهد که در آن سرعت و شتاب زاویه‌ای بادامک نشان داده شده است. شتاب زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۴ خواسته شده است. فرض می‌کنیم نقاط $P_۲$ و $P_۴$ به ترتیب نقاطی واقع بر اعضای ۲ و ۴ بوده که در لحظهٔ مورد نظر بر یکدیگر منطبق می‌باشند. $P_۴$ محور غلتک بوده و مسیری که آن بر روی عضو ۲ طی می‌کند نشان داده شده است. شعاع انحنای مسیر برابر ۱۳۸ میلیمتر بوده که این مقدار برابر مجموع شعاع بادامک و غلتک می‌باشد. C مرکز انحنای منحنی خارجی بادامک می‌باشد. داریم که

$$V_{P_۲} = (O_۲P_۲)\, \omega_۲ = (۰٫۰۸۳۳)\, ۵ = ۰٫۴۱۷\ \mathrm{m/s}$$

و دیاگرام سرعت در شکل ۷ـ۳۰ نشان داده شده است. با رعایت مقیاس دیاگرام، $V_{P_۴} = ۰٫۲۱۳\ \mathrm{m/s}$ و $V_{P_۴/P_۲} = ۰٫۵۳۳\ \mathrm{m/s}$. بنابراین

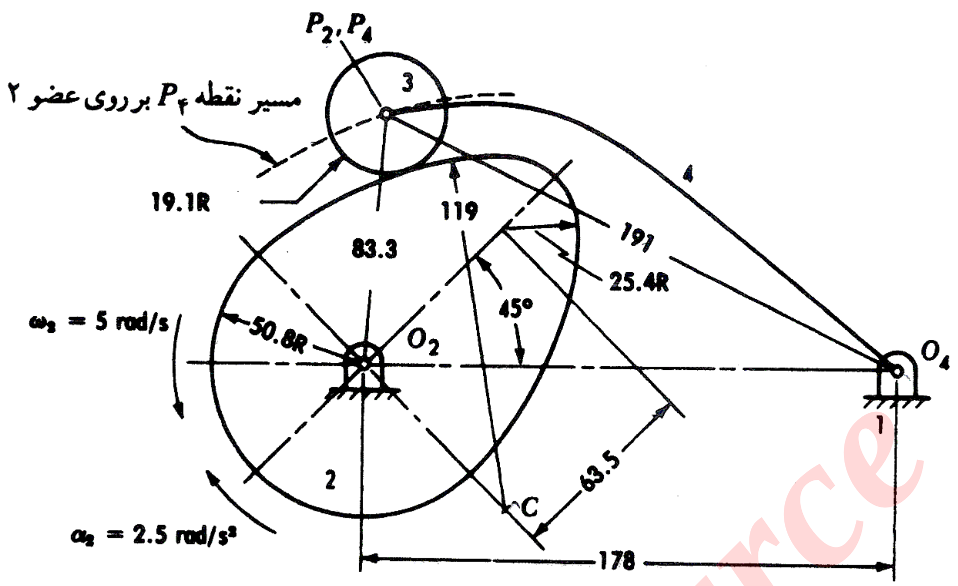
$$\omega_۴ = \frac{V_{P_۴}}{O_۴P_۴} = \frac{۰٫۲۱۳}{۰٫۱۹۱} = ۱٫۱۲\ \mathrm{rad/s\ cw}$$



شکل ۷ ـ ۲۸

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ـ۲۹

حال برای تعیین شتاب زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۴ می‌بایست ابتدا شتاب P_4 را تعیین کنیم. بنابراین

$$\overset{\surd\surd}{A^n_{P_4}} \;+\!\!\!\rightarrow\; \overset{-\surd}{A^t_{P_4}} = \overset{\surd\surd}{A^n_{P_2}} \;+\!\!\!\rightarrow\; \overset{\surd\surd}{A^t_{P_2}} \;+\!\!\!\rightarrow\; \overset{\surd\surd}{A^n_{P_4/P_2}} \;+\!\!\!\rightarrow\; \overset{-\surd}{A^t_{P_4/P_2}} \;+\!\!\!\rightarrow\; \overset{\surd\surd}{2V_{P_4/P_2}\,\omega_2} \qquad (۷-۱۴)$$

که در آن

$$A^n_{P_4} = \frac{V^2_{P_4}}{O_4P_4} = \frac{(0.213)^2}{0.191} = 0.238 \text{ m/s}^2$$

$$A^n_{P_2} = (O_2P_2)\,\omega_2^2 = 0.0833\,(5)^2 = 2.08 \text{ m/s}^2$$

$$A^t_{P_2} = (O_2P_2)\,\alpha_2 = 0.0833\,(2.5) = 0.208 \text{ m/s}^2$$

$$A^n_{P_4/P_2} = \frac{V^2_{P_4/P_2}}{CP_2} = \frac{(0.533)^2}{0.138} = 2.06 \text{ m/s}^2$$

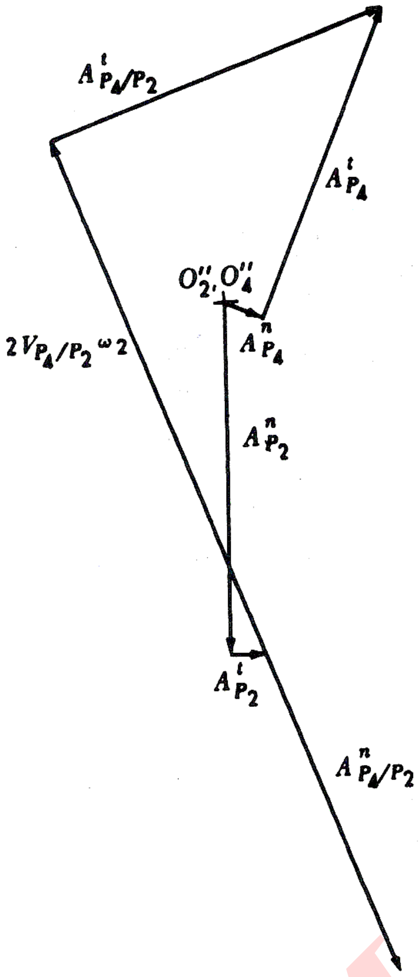
$$2V_{P_4/P_2}\,\omega_2 = 2\,(0.533)\,5 = 5.33 \text{ m/s}^2$$

در رابطهٔ (۷ـ۱۴) مقادیر $A^t_{P_4}$ و $A^t_{P_4/P_2}$ مجهول می‌باشند. شکل ۷ـ۳۱ دیاگرام شتاب را نشان می‌دهد. با رعایت مقیاس این دیاگرام $A^t_{P_4} = 1.97 \text{ m/s}^2$. بنابراین

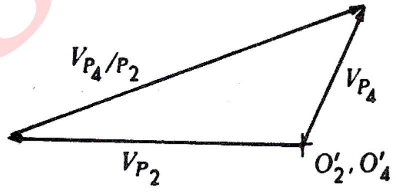
$$\alpha_4 = \frac{A^t_{P_4}}{O_4P_4} = \frac{1.97}{0.191} = 10.3 \text{ rad/s}^2 \text{ cw}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ ـ ۳۱



شکل ۷ ـ ۳۰

@MechSource

۷ ـ ۸ روش ترسیمی هارتمن[1]

روش ترسیمی هارتمن روشی است برای تعیین مرکز انحنای مسیر هر نقطه از یک عضو متحرک.

در شکل ۷ـ۳۲ اعضای ۲ و ۳ دارای منحنی خارجی دایره‌شکل با مراکز $C_۲$ و $C_۳$ می‌باشند. فرض می‌کنیم عضو ۲ ثابت بوده و عضو شمارهٔ ۳ بر روی آن می‌غلتد. $P_۳$ هر نقطهٔ دلخواهی واقع بر روی عضو ۳ و p - p مسیری است که آن نقطه بر روی عضو ۲ می‌پیماید. حال می‌خواهیم موقعیت مرکز انحنای C را برای این مسیر تعیین کنیم. روش کار به شرح زیر می‌باشد. از آنجا که اعضاء دارای تماس غلتشی می‌باشند، مرکز آنی مشترک آنها یعنی ۲۳ در نقطه تماس واقع می‌باشد. نقطهٔ $C_۳$ مسیری دایره‌شکل مانند b - b را حول $C_۲$ طی می‌نماید. $V_{C_۳}$ طول فرضی مناسب و دلخواه برای سرعت مرکز $C_۳$ می‌باشد که به واسطهٔ گردش آن حول مرکز آنی ۲۳ و با سرعت زاویه‌ای ω حاصل

---

1. Hartmann's construction

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

گردیده است. بنابراین

$$V_{C_3} = e\omega \qquad (۱۵-۷)$$

شعاع دوران C_3 به هنگام گردش آن حول مرکز آنی ۲۳ با ۲۳-C_3 نشان داده شده و آن را شعاع حامل می‌نامند. خطی که انتهای V_{C_3} را به ۲۳ وصل می‌نماید، خط سنجش نامیده می‌شود. زاویهٔ بین شعاع حامل ۲۳-C_3 و خط سنجش را زاویهٔ سنجش عضو متحرک نامیده و آن را با ϕ نشان می‌دهند. بنابراین

$$V_{C_3} = e \tan \phi \qquad (۱۶-۷)$$

مرکز آنی ۲۳ نقطه‌ای مشترک بین اعضای ۲ و ۳ بوده که دارای سرعت خطی برابر و مساوی صفر می‌باشد. ولی با غلتش ۳ بر روی ۲ برای هر نقطهٔ تماس مرکز آنی جدیدی به وجود می‌آید. سرعتی که ۲۳ با آن در امتداد منحنی خارجی عضو شمارهٔ ۲ انتقال پیدا می‌کند، V_{23} می‌باشد. مقدار این سرعت از اتصال C_2 به انتهای V_{C_3} به دست می‌آید. خط ۲۳-P_3 شعاع حامل نقطهٔ P_3 می‌باشد. حال از این خط زاویهٔ ϕ را جداکرده تا بدین ترتیب خط سنجش را رسم کنیم. V_{P_3} عمود بر ۲۳-P_3 بوده و مقدار آن از برخوردش با خط سنجش به دست می‌آید. V'_{23} مؤلفهٔ V_{23} در امتداد عمود بر ۲۳ - P_3 بوده که آن را رسم می‌کنیم. مقدار آن از رسم خطی از انتهای V_{23} و عمود بر V'_{23} به دست می‌آید. حال با اتصال انتهای V_{P_3} و V'_{23} خطی را رسم می‌کنیم که تقاطع آن با ادامهٔ ۲۳-P_3 نقطهٔ C، یعنی مرکز انحنای مسیر p - p را که P_3 بر روی عضو شمارهٔ ۲ پیموده است را مشخص می‌کند. بدین ترتیب CP_3 شعاع انحنای مسیر می‌باشد.

استفاده‌از روش هارتمن به شرح زیر است. مسیر حرکت نقطه‌ای از یک عضو بر روی عضو دیگر، فقط بستگی به حرکت نسبی دو عضو دارد، بنابراین به هنگام استفاده از این روش می‌توانیم یکی از دو عضو را ثابت فرض کرده و حرکت دیگر عضو را بر روی آن در نظر بگیریم. مثلاً فرض کنید عضو ۲ ثابت‌بوده و عضو ۳ متحرک‌می‌باشد. آنگاه‌با شرحی‌که برای‌شکل ۷-۳۲ داده‌شده، پیشروی نمایید.

۷ ـ ۹ رابطهٔ اولر ـ ساوری[1]

به راحتی می‌توان یک عبارت تحلیلی که تعیین‌کنندهٔ موقعیت مرکز انحنای C مسیر و P_3 در شکل ۷-۳۲ باشد را به دست آورد. فرض می‌کنیم در شکل ۷-۳۲، $f = $ ۲۳-P_3 و $g = C$-۲۳. آنگاه با توجه به مثلثهای متشابه

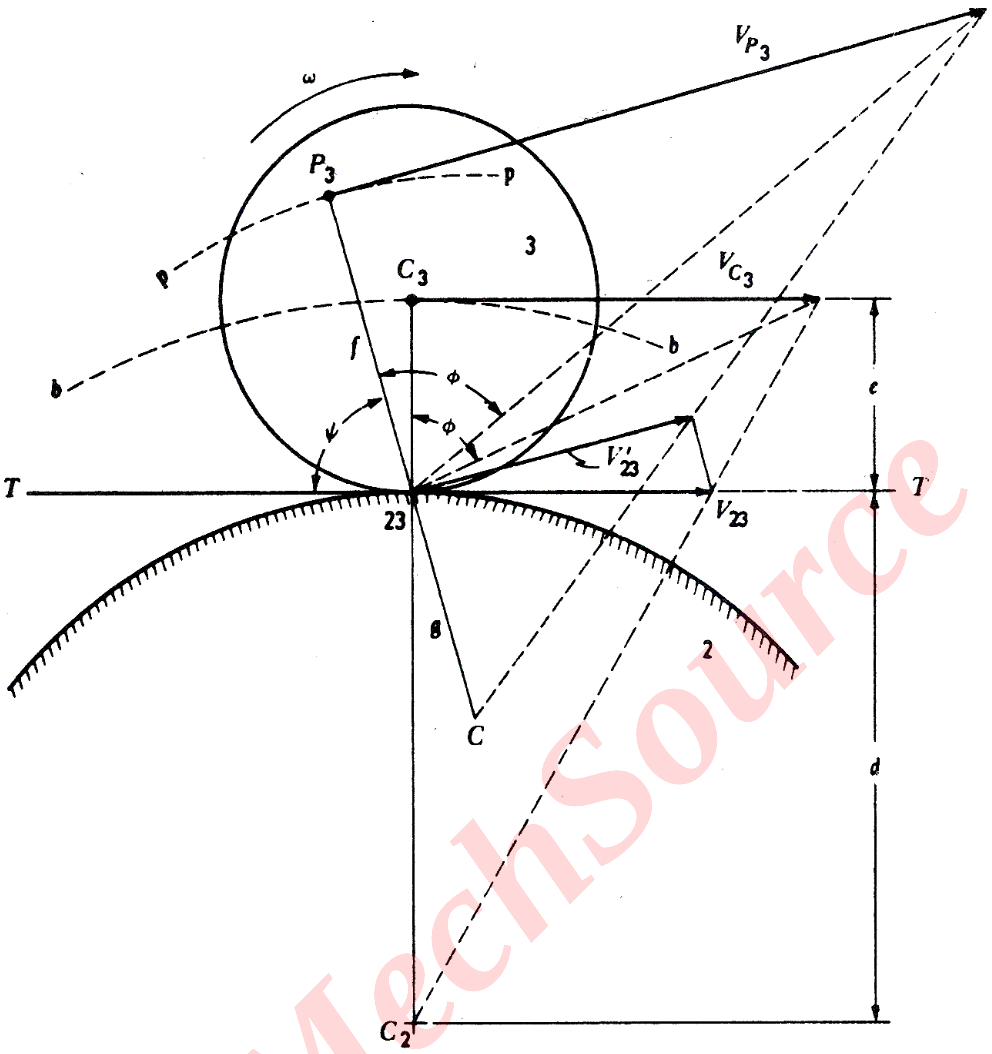
$$\frac{d+e}{d} = \frac{V_{C_3}}{V_{23}}$$

---

1. Euler-Savary equation

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ ـ ۳۲

@MechSource

با جایگزین نمودن $V_{C_۳}$ از رابطهٔ (۷ـ۱۵)

$$\frac{d+e}{d}=\frac{e\omega}{V_{۲۳}} \quad \text{یا} \quad \frac{d+e}{de}=\frac{\omega}{V_{۲۳}}$$

بنابراین

$$\frac{۱}{d}+\frac{۱}{e}=\frac{\omega}{V_{۲۳}} \qquad (۷-۱۷)$$

پس شعاع حامل نقطهٔ $P_۳$ برابر $f = P_۳$ـ۲۳ و سرعت نقطهٔ $P_۳$ برابر است با

$$V_{P_۳}=f\omega \qquad (۷-۱۸)$$

یا

$$V_{P_۳}=f\tan\phi$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

فرض می‌کنیم $T\text{-}T$ خطی بوده که از ۲۳ گذشته و بر خط $C_۲C_۳$ عمود است و همین‌طور فرض می‌کنیم زاویهٔ بین ۲۳-$P_۳$ و $T\text{-}T$، ψ باشد. آنگاه

$$V'_{۲۳} = V_{۲۳} \sin\psi \qquad (۱۹-۷)$$

از آنجا که $f = ۲۳\text{-}P_۳$ و $g = C\text{-}۲۳$ پس

$$\frac{f+g}{g} = \frac{V_{P_۳}}{V'_{۲۳}} \qquad (۲۰-۷)$$

با قرار دادن روابط (۷-۱۸) و (۷-۱۹) در رابطه به دست می‌آوریم که

$$\frac{f+g}{g} = \frac{f\omega}{V_{۲۳}\sin\psi}$$

یا

$$\frac{f+g}{fg} = \frac{\omega}{V_{۲۳}\sin\psi}$$

و

$$\left(\frac{۱}{f}+\frac{۱}{g}\right)\sin\psi = \frac{\omega}{V_{۲۳}} \qquad (۲۱-۷)$$

با ترکیب روابط (۷-۱۷) و (۷-۲۱) رابطهٔ زیر حاصل می‌گردد که به رابطهٔ اولر ساوری موسوم است.

$$\frac{۱}{d}+\frac{۱}{e} = \left(\frac{۱}{f}+\frac{۱}{g}\right)\sin\psi \qquad (۲۲-۷)$$

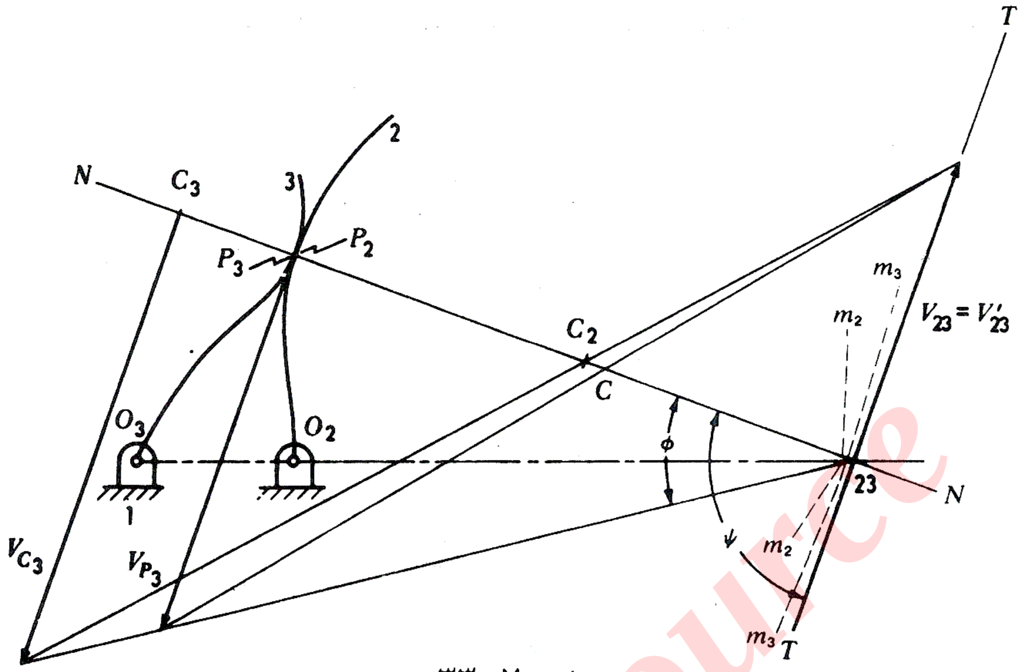
که در آن $d = C_۲\text{-}۲۳$، $e = ۲۳\text{-}C_۳$، $f = ۲۳\text{-}P_۳$ و $g = C\text{-}۲۳$ و ψ زاویه‌ای است که خط ۲۳-$P_۳$ با خط $T\text{-}T$ که عمود بر $C_۲C_۳$ است می‌سازد. بنابراین، شعاع انحنای R مسیری که نقطهٔ $P_۳$ بر روی عضو ۲ می‌پیماید برابر است با

$$R = CP_۳ = f + g \qquad (۲۳-۷)$$

روابط (۷-۲۲) و (۷-۲۳) برای اعضایی استخراج گردید که سطوح تماس آنها دایره است، ولی این روابط را می‌توان برای سطوح تماسی که شعاع انحنا در طول آنها متغیر است نیز به کار برد. در این حالت، طولهای d و e می‌بایست برابر شعاع انحنا در نقطهٔ تماس گرفته شود. همچنین منحنی خارجی هر یک از اعضا می‌تواند صاف و یا منحنی باشد. در روابط (۷-۲۲) و (۷-۲۳) به شرط آنکه قانون زیر رعایت گردد، می‌توان آنها را برای حالاتی که هر دو عضو محدب بوده، یکی محدب و دیگری صاف و یا مقعر باشد به کار برد. هریک از طولهای به کار رفته در روابط (۷-۲۲) و (۷-۲۳)

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ ـ ۳۳

مثبت می‌باشند اگر ترتیب آنها مطابق رابطهٔ (۷ـ۲۲) بوده و نیز اگر در نقطهٔ تماس از عضو ۲ به عضو ۳ حرکت کردیم، ادامهٔ آنها در جهتی که ما قصد حرکت به آن را داریم یکسان باشد.

مثال ۷ ـ ۵ برای نشان دادن روش ترسیمی هارتمن و کاربرد رابطهٔ اولر، مکانیزم شکل ۷ـ۳۳ را در نظر می‌گیریم. فرض کنید می‌خواهیم تجزیه و تحلیلی در شتاب انجام دهیم. ساده‌ترین روش آن است که یک مکانیزم چهارمیله‌ای معادل را رسم و آنگاه شتابها را تجزیه و تحلیل نماییم. اما اگر خواسته باشیم همین مکانیزم را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم می‌بایست همان‌طور که در قسمت (۷ـ۷) شرح داده شد، شتاب نسبی نقاط منطبق بر هم P_2 و P_3 را در نظر بگیریم. برای آنکه شتاب P_3 را نسبت به P_2 تعیین کنیم می‌بایست شعاع انحنای مسیری که نقطهٔ P_3 واقع بر عضو شمارهٔ ۳ بر روی عضو شمارهٔ ۲ می‌پیماید را بدانیم. در شکل ۷ـ۳۳ شعاع انحنای این مسیر P_3C می‌باشد. نقاط C_2 و C_3 به ترتیب مراکز انحنای منحنیهای خارجی اعضای شمارهٔ ۲ و ۳ می‌باشند. از آنجا که نقطهٔ تماس بر روی خط‌المرکزین O_2O_3 واقع نمی‌باشند، اعضا دارای تماس لغزشی بوده و مرکز آنی ۲۳ در محل برخورد قائم مشترک C_2C_3 و خط‌المرکزین[1] O_2O_3 قرار دارد.

با استفاده از روش ترسیمی هارتمن، موقعیت C را تعیین کرده و مطابق آنچه که برای شکل ۷ـ۳۲ توضیح داده شد کار را تعقیب می‌کنیم. در شکل ۷ـ۳۲ مکانهای هندسی مراکز آنی[2] بر روی

1. centrers 2. centrodes

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

اعضای شمارهٔ ۲ و ۳ دایره‌هایی بودند. این دو دایره از مرکز آنی ۲۳ گذشته و بر روی یکدیگر غلت می‌خورند. به همین ترتیب در شکل ۷ـ۳۳ دو مکان هندسی مراکز آنی ماربر ۲۳ (در شکل نشان داده نشده است) وجود دارد که قائم بر خط C_2C_3 می‌باشند. این دو مکان بر روی یکدیگر غلت می‌خورند. عضو ۲ را ثابت نگاه داشته و گردش عضو شمارهٔ ۳ حول نقطهٔ ۲۳ را بر روی عضو شمارهٔ ۲ در نظر می‌گیریم. ابتدا V_{C_3} را با هر مقدار دلخواه و مقیاس مناسب در جهت نشان داده شده و یا مخالف آن رسم می‌کنیم. حال از انتهای V_{C_3} خطی را به نقطهٔ ۲۳ وصل می‌کنیم. این عمل مقدار V_{P_3} را تعیین می‌نماید. آنگاه خطی که از انتهای V_{C_3} کشیده شده و از C_2 بگذرد، مقدار V_{23} را تعیین می‌نماید. از آنجا که V'_{23} مؤلفهٔ V_{23} در امتداد عمود بر ۲۳ـP_3 می‌باشد، V'_{23} و V_{23} برابر می‌باشند. خط رسم‌شده از انتهای V_{P_3} و انتهای V'_{23} موقعیت نقطهٔ C را مشخص می‌کند.

برای تعیین شعاع مسیر، یعنی CP_3 به شرح زیر از رابطهٔ اولر استفاده می‌کنیم. ترسیم اولیه برای شکل ۷ـ۳۳، $d = C_2 - 23 = -58{,}4$ mm، $e = 23 - C_3 = 147$ mm، $f = 23 - P_3 = 122$ mm، $g = C - 23$ و مقدار آن مجهول است. $\psi = 90°$ و بنابراین $\sin\psi = 1$. پس با استفاده از رابطه (۷ـ۲۲)

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{e} = \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right)\sin\psi$$

$$\frac{1}{-58{,}4} + \frac{1}{147} = \frac{1}{122} + \frac{1}{g}$$

$$-0{,}0171 + 0{,}00680 = 0{,}00820 + \frac{1}{g}$$

$$\frac{1}{g} = -0{,}0185 \qquad g = -54{,}1 \text{ mm}$$

با استفاده از رابطه (۷ـ۲۳)

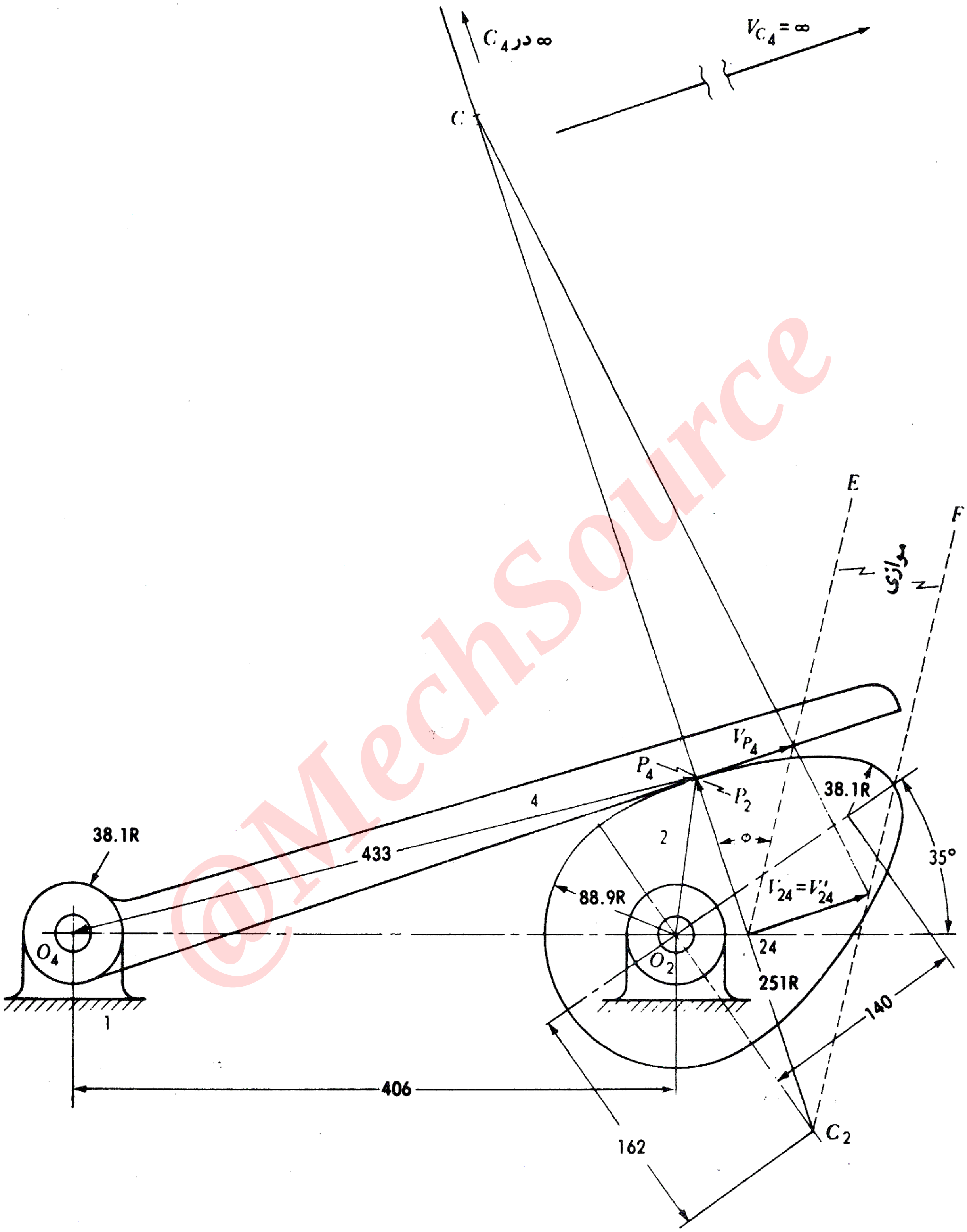
$$R = CP_3 = f + g = 122 - 54{,}1 = 67{,}9 \text{ mm}$$

از آنجا که نتیجه مثبت می‌باشد، پاره‌خط CP_3 از طرف عضو شمارهٔ ۲ به طرف عضو شمارهٔ ۳ بوده و از این رو C در شکل سمت راست P_3 واقع می‌باشد.

مثال ۷ـ۶ بادامک نشان داده‌شده در شکل ۷ـ۳۴ شامل اعضای ۱، ۲، ۴ می‌باشد. نقاط P_2 و P_4 نقاط تماس می‌باشند. فرض کنید می‌خواهیم با در نظر گرفتن شتاب نسبی بین دو نقطهٔ منطبق برهم P_2 و P_4 تجزیه و تحلیلی در شتاب انجام دهیم. بنابراین لازم است شعاع انحنای مسیر P_4 (نقطه‌ای واقع بر عضو شمارهٔ ۴) بر روی عضو ۲ را بدانیم. انحنای این مسیر در شکل نشان داده شده است. C_2 مرکز

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ ـ ۳۴

انحنای منحنی خارجی بادامک در P_2 می‌باشد. مرکز آنی ۲۴ در محل برخورد قائم بر منحنی در نقطه تماس و خط‌المرکزین O_2O_4 قرار دارد. C_4 مرکز انحنای پیرو بوده که در بینهایت واقع می‌باشد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

با استفاده از روش مشروح در قسمت ۷ـ۸ عضو شمارهٔ ۲ را ثابت گرفته و حرکت عضو شمارهٔ ۴ بر روی ۲ را در نظر می‌گیریم. آنگاه V_{C_4} عمود بر ۲۴ـC_4 خواهد بود و به طوری که نشان داده شد، می‌توان فرض نمود سمت راست و یا چپ می‌باشد. چون $۲۴\text{ـ}C_4 = \infty$

$$V_{C_4} = \infty$$

حال خط ۲۴ـE را از ۲۴ به انتهای V_{C_4} وصل می‌کنیم. در این مسئله خط ۲۴ـE با هر زاویهٔ دلخواهی نسبت به خط ۲۴ـC_4 کشیده می‌شود. بنابراین، فرض شده که ادامهٔ ۲۴ـE از انتهای V_{C_4} می‌گذرد. پس زاویهٔ بین ۲۴ـE و ۲۴ـC_4 همان زاویه سنجش ϕ می‌باشد. V_{24} عمود بر C_2C_4 بوده و مقدار آن به وسیلهٔ خط C_4F که امتدادش از C_2 به انتهای V_{C_4} است محاسبه می‌گردد. ۲۴ـP_4 شعاع حامل نقطهٔ P_4 بوده و مقدار V_{P_4} به وسیلهٔ خط سنجش ۲۴ـE تعیین می‌گردد. V'_{24} مؤلفهٔ V_{24} در امتدادی عمود بر ۲۴ـP_4 می‌باشد. خط واصل بین دو انتهای V'_{24} و V_{P_4} ادامهٔ ۲۴ـP_4 را در نقطه‌ای مانند C قطع می‌کند. نقطهٔ C مرکز انحنای مسیری است که P_4 بر روی عضو شمارهٔ ۲ می‌پیماید.

برای تجزیه و تحلیلی در شتاب بادامک، نشان داده شده در شکل ۷ـ۳۴، یک مکانیزم معادل در نظر گرفته می‌شود. مکانیزم چهارمیله‌ای معادل در شکل ۷ـ۳۵ نشان داده شده است. این مکانیزم شامل اعضای ۱، ′۲، ′۳ و ′۴ بوده و مشابه مکانیزم نشان داده شده در شکل ۷ـ۱۴ می‌باشد. شعاع انحنای مسیر P_4 بر روی عضو شمارهٔ ۲ از شکل ۷ـ۱۴، P_4C_2 و در شکل ۷ـ۳۴، P_4C می‌باشد. فرض کنید در شکل ۷ـ۳۴، $\omega_2 = ۳$ rad/sec ccw، $\alpha_2 = ۱٫۵$ rad/s^{2}cw بوده و می‌خواهیم ω_4 و α_4 را تعیین کنیم. با در نظر گرفتن مکانیزم معادل نشان داده شده در شکل ۷ـ۳۵ داریم

$$V_C = (O_2C)\,\omega'_2 = ۵۶۰\ (۳) = ۱۶۸۰\ \text{m/s}$$

آنگاه سرعتها را از O'_2 و O'_4 شروع و رسم می‌کنیم. با رعایت مقیاس شکل $V_{P_4} = ۱۴۲$ m/s و $V_{P_4/C} = ۱۶۹۰$ m/s

$$\omega'_4 = \frac{V_{P_4}}{O_4P_4} = \frac{۱۴۲}{۴۳۳} = ۰٫۳۲۸\ \text{rad/s ccw}$$

برای شتابها

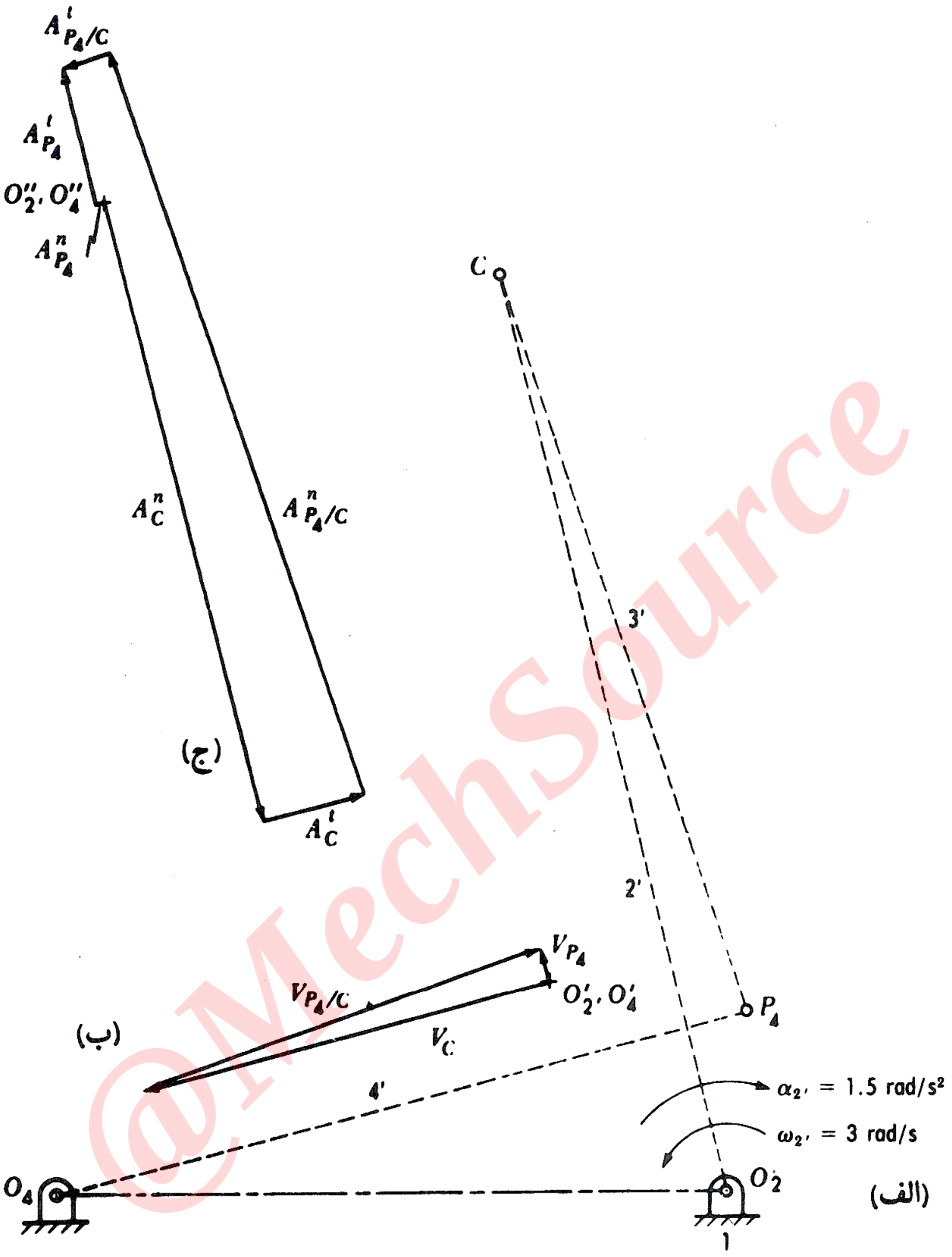
$$\overset{\surd\surd}{A^n_{P_4}} \leftrightarrow \overset{-\surd}{A^t_{P_4}} = \overset{\surd\surd}{A^n_C} \leftrightarrow \overset{\surd\surd}{A^t_C} \leftrightarrow \overset{\surd\surd}{A^n_{P_4/C}} \leftrightarrow \overset{-\surd}{A^t_{P_4/C}}$$

که در آن مقادیر $A^t_{P_4}$ و $A^t_{P_4/C}$ مجهول می‌باشند. بنابراین

$$A^n_{P_4} = \frac{V^2_{P_4}}{O_4P_4} = \frac{(۱۴۲)^2}{۴۳۳} = ۴۶٫۶\,\text{m/s}^2$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ ـ ۳۵

$$A^n_C = \frac{V^۲_C}{O_۲C} = \frac{(۱۶۸۰)^۲}{۵۶۰} = ۵۰۴۰\,\text{m/s}^۲$$

$$A^t_C = (O_۲C)\,\alpha_۲ = ۵۶۰\ (۱٫۵) = ۸۴۰\,\text{m/s}^۲$$

$$A^n_{P_۴/C} = \frac{V^۲_{P_۴/C}}{P_۴C} = \frac{(۱۶۹۰)^۲}{۴۶۲} = ۶۱۸۰\,\text{m/s}^۲$$

با شروع از نقاط $O''_۲$ و $O''_۴$ بردارهای شتاب مطابق شکل ۷ـ۳۵ج ترسیم می‌گردند. با رعایت مقیاس

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

ترسیم اولیه درمی‌یابیم که $A^t_{P_4}$ برابر ۱۰۸۰ متر بر مجذور ثانیه می‌باشد. بنابراین

$$\alpha'_4 = \frac{A^t_{P_4}}{O_4P_4} = \frac{۱۰۸۰}{۴۳۳} = ۲٫۴۹ \text{ rad/s}^2 \text{ ccw}$$

تمرینها

برای تعیین شتابها در مسائل زیر تصاویر نقاط مختلف دیاگرام شتاب را با حروف نظیر آنچه که در شکل مکانیزم به کار رفته، نامگذاری نمایید. در مواردی که خواسته شده شتاب زاویه‌ای را تعیین کنید. هم مقدار و هم جهت آن را مشخص کنید.

۷ـ۱ الف) با انتخاب مقیاسهای $۱ \text{ mm} = ۱۰۰ \text{ mm/s}$ و $۱ \text{ mm} = ۱۰^۴ \text{ mm/s}^2$ دیاگرام شتاب مربوط به مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـP۱ را ترسیم نمایید. فرض کنید که V_B برابر ۶ متر بر ثانیه بوده و سرعت زاویه‌ای ω_2 ثابت می‌باشد.

ب) بردارهای A_B، A_D و A_E را بر روی شکل مکانیزم نشان داده و مقادیر آنها را برحسب متر بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

ج) شتابهای زاویه‌ای α_3 و α_4 را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

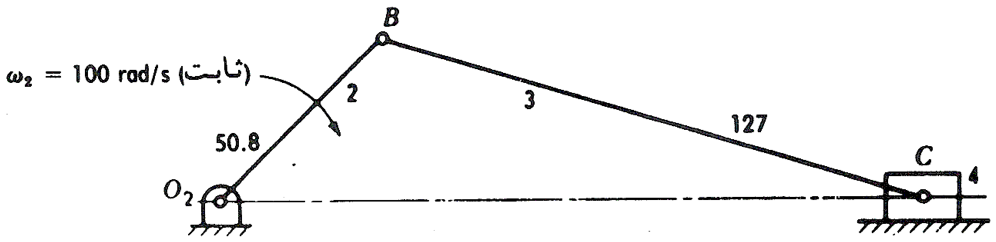
۷ـ۲ الف) با انتخاب مقیاسهای $۱ \text{ mm} = ۱۰۰ \text{ mm/s}$ و $۱ \text{ mm} = ۱۰^۴ \text{ mm/s}^2$ دیاگرام شتاب مربوط به مکانیزم نشان داده شده در شکل ۴ـP۴ را ترسیم نمایید. فرض شده که سرعت V_B ثابت بوده و مقدارش برابر ۶ متر بر ثانیه می‌باشد. مقادیر A_C و A_D را برحسب متر بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

ب) مقدار α_3 را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

۷ـ۳ الف) با انتخاب مقیاسهای $۱ \text{ mm} = ۲۵ \text{ mm/s}$ و $۱ \text{ mm} = ۷۵۰ \text{ mm/s}^2$ دیاگرام شتاب مربوط به مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـP۳ را ترسیم نمایید.

ب) مقادیر شتابهای زاویه‌ای α_3 و α_4 را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

۷ـ۴ الف) دیاگرامهای سرعت و شتاب مکانیزم نشان داده شده در شکل ۷ـP۴ را هنگامی که پیستون در نقطه مرگ بالایی بوده رسم و سرعت و شتاب را به ترتیب برحسب متر بر ثانیه و متر بر مجذور ثانیه تعیین کنید. برای ترسیم دیاگرامها از مقیاسهای $۱ \text{ mm} = ۱۰۰ \text{ mm/s}$ و



شکل ۷ـP۴

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$1\ mm = 10^4\ mm/s^2$ استفاده کنید.

ب) عملیات مذکور در قسمت الف را عیناً برای موقعی که پیستون در نقطهٔ مرگ پایین می‌باشد انجام دهید.

۷ـ ۵ الف) در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـP۱۲، همان‌طور که نشان داده شده، سرعت نقطهٔ E برابر ۴٫۵ متر بر ثانیه به طرف بالا و شتاب نقطهٔ E برابر ۴۵۰ متر بر مجذور ثانیه به طرف پایین می‌باشد. با به کارگرفتن مقیاسهای $1\ mm = 100\ mm/s$ و $1\ mm = 4000\ mm/s^2$ و استفاده از روش سعی و خطا، دیاگرام شتاب را رسم و شتاب نقطهٔ D را برحسب متر بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

ب) شتابهای زاویه‌ای α_3 و α_5 را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

۷ـ ٦ مکانیزم چهارمیله‌ای معادل $O_2CP_4O_4$ را برای مکانیزم نشان داده شده در شکل ۷ـ۲۹ رسم و میله‌های آن را با شماره‌های ۱، $2'$، $3'$، $4'$ مشخص کنید.

الف) دیاگرامهای سرعت و شتاب را رسم کنید. برای رسم این دیاگرامها از مقیاسهای $1\ mm = 5 mm/s$ و $1\ mm = 20\ mm/s^2$ استفاده کنید.

ب) مقادیر ω'_4 و α'_4 را تعیین و با مقادیر به‌دست آمده در مثال ۷ـ۴ مقایسه کنید.

۷ـ ۷ مکانیزم نشان داده شده در شکل ۷ـP۷ الف، قطعات ۲ و ۳ دارای تماس لغزشی می‌باشند. این قطعات مجدداً در شکل ۷ـP۷ ب نشان داده شده‌اند. شعاع انحنای قطعات ۲ و ۳ در نقطهٔ تماس به ترتیب برابر $C_2P_2 = 75\ mm$ و $C_3P_3 = 50\ mm$ می‌باشد. حرکت عضو ۳ نسبت به ۲ را می‌توان با فرض اینکه قطعهٔ ۲ ثابت بوده و عضو ۳ در نقطهٔ P بر روی آن می‌لغزد، مورد تجزیه و تحلیل قرار داد.

الف) فرض کنید برداری مانند V_{C_3} به طول ۱۰۰ میلیمتر می‌باشد که از C_3 به طرف پایین و متمایل به چپ کشیده شده است. با استفاده از روش ترسیمی هارتمن موقعیت مرکز انحنای مسیر پیموده‌شده توسط نقطهٔ P_3 بر روی ۲ را تعیین کنید. مقدار شعاع انحنا را با اندازه‌گیری از روی شکل تعیین کنید.

ب) با استفاده از رابطهٔ اولر مقدار شعاع انحنا را محاسبه کنید.

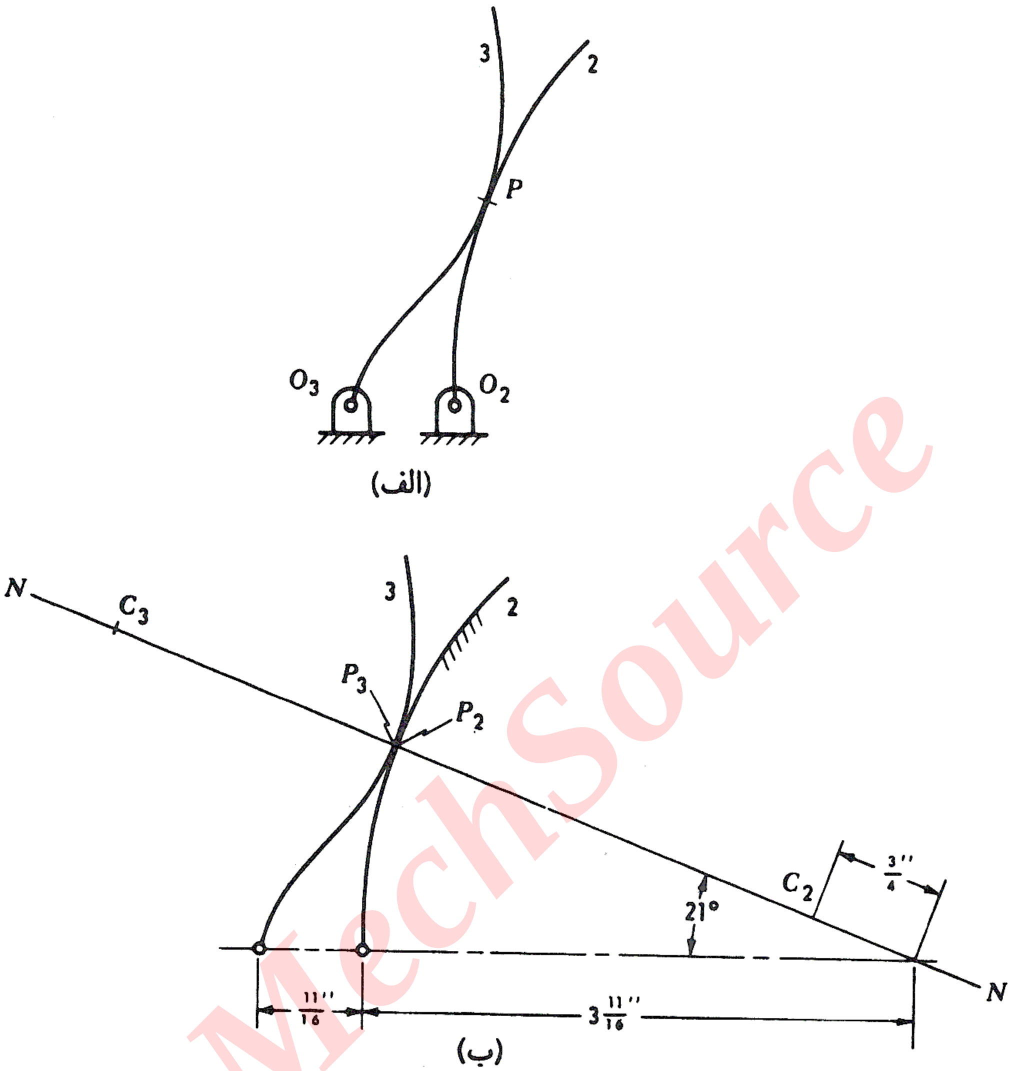
۷ـ ۸ قطعات ۲ و ۳ در شکل ۷ـP۸، دارای تماس لغزشی می‌باشند. شعاعهای انحنا در نقطهٔ تماس به ترتیب برابر $C_2P_2 = 25\ mm$ و $C_3P_3 = 50\ mm$ می‌باشند. همان‌طور که در تمرین قبل توضیح داده شد، حرکت قطعهٔ ۳ نسبت به ۲ را می‌توان با فرض اینکه قطعهٔ ۲ ثابت بوده و قطعهٔ ۳ در نقطهٔ P بر روی آن می‌لغزد مورد تجزیه و تحلیل قرار داد.

الف) فرض کنید V_{C_3} برداری به طول ۲۰ میلیمتر بوده که از C_3 به طرف پایین و متمایل به چپ کشیده شده‌است. با استفاده از روش ترسیمی هارتمن، موقعیت مرکز انحنای مسیر پیموده شده توسط نقطهٔ P_3 بر روی ۲ را تعیین کنید. با اندازه‌گیری از روی شکل تعیین کنید شعاع انحنای آن چقدر است.

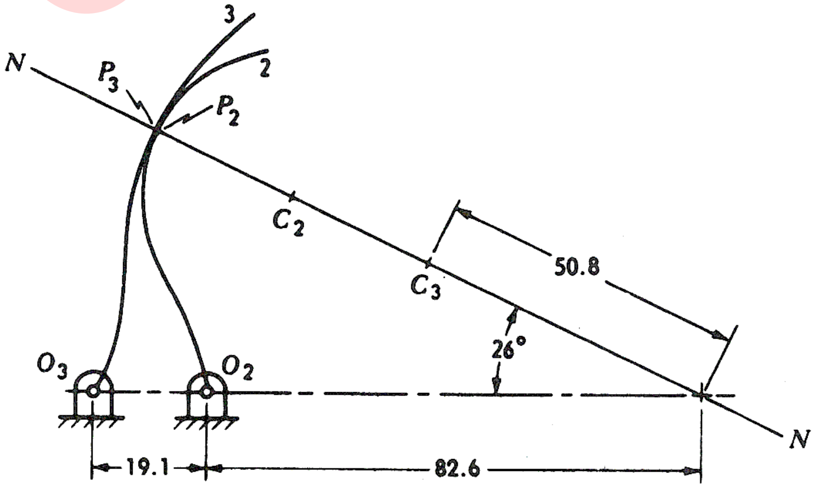
ب) با استفاده از رابطهٔ اولر شعاع انحنا را محاسبه کنید.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ ـ P۷



شکل ۷ ـ P۸

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۷ـ۹ الف) عضو شمارهٔ ۴ از مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـP۴ بر روی عضو شمارهٔ ۱ می‌غلتد. دیاگرام شتاب را ترسیم نمایید. فرض شده ω_2 = ۱۴۴ rad/scw و α_2 = ۱۰۰۰ rad/s^2 ccw. مقیاسها را برابر ۱ mm = ۱۰۰ mm/s و ۱ mm = ۱۰^3 mm/s^2 در نظر بگیرید.

ب) مقادیر α_3 و α_4 را برحسب رادیان در مجذور ثانیه تعیین کنید.

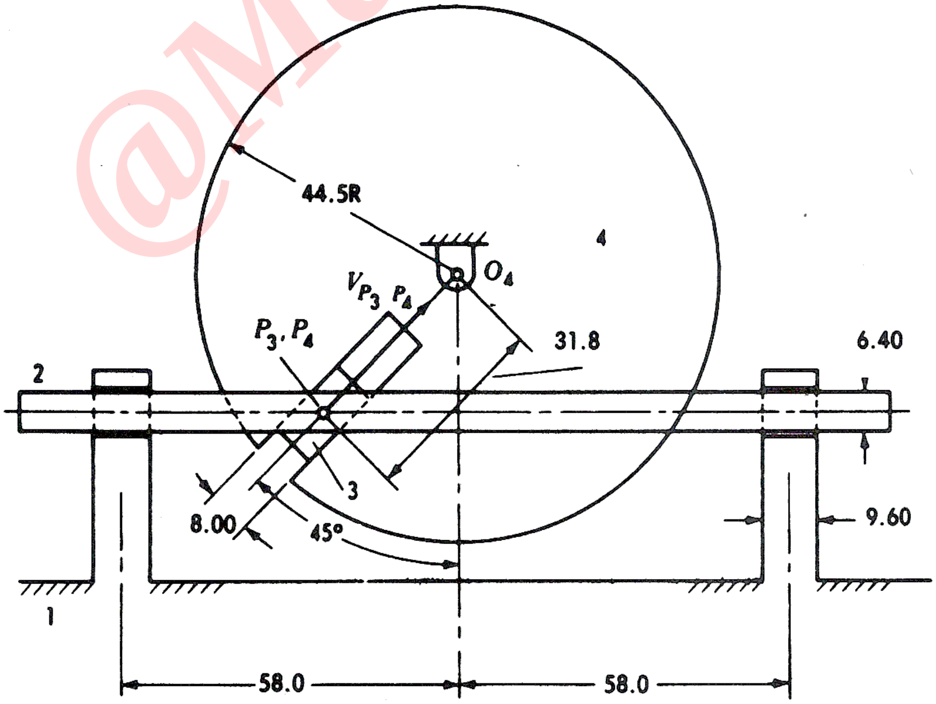
۷ـ ۱۰ در محل پین متعلق به عضو شمارهٔ ۳ از شکل ۴ـP۳ نقاط منطبق برهم از اعضای ۲ و ۴ را به ترتیب با P_2 و P_4 نامگذاری کنید. فرض کنید ω_2 برابر ۱۲۰ رادیان در ثانیه و مقدارش ثابت است.

الف) دیاگرام شتاب را برای نقاط O_2، P_2، P_4 و C رسم نمایید. مقیاسها را برابر ۱mm= ۱۰۰mm/s و ۱ mm = ۶۰۰۰ mm/s^2 در نظر بگیرید.

ب) α_4 را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

۷ـ ۱۱ دیاگرام شتاب را برای شکل ۶ـP۸ ترسیم نمایید. فرض شده ω_2 برابر ۱۵ رادیان بر ثانیه و ثابت می‌باشد. مقیاسها را برابر ۱ mm = ۱۰ mm/s و ۱ mm = ۲۰۰ mm/s^2 بگیرید. شتاب عضو شمارهٔ ۴ را برحسب متر بر مجذور ثانیه حساب کنید.

۷ـ ۱۲ حرکت دیسک شمارهٔ ۴ از مکانیزم نشان داده شده در شکل ۷ـP۱۲ به وسیلهٔ عضو شمارهٔ ۲ که مطابق شکل در داخل شیارهای تعبیه شده در عضو شمارهٔ ۱ لغزش می‌نماید تأمین می‌گردد. حرکت از طریق قطعهٔ شمارهٔ ۳ که در نقطهٔ P_3 به ۲ پین شده انتقال می‌یابد. سرعت عضو شمارهٔ ۲



شکل ۷ـ P۱۲

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

ثابت می‌باشد. سرعت لحظه‌ای لغزندهٔ شمارهٔ ۳ در داخل عضو شمارهٔ ۴ برابر ۳۸ میلیمتر بر ثانیه و به طرف مرکز ۴ می‌باشد.

الف) دیاگرامهای سرعت و شتاب را برای نقاط $O_۴$، $P_۳$ و $P_۴$ رسم نمایید. برای سرعت مقیاس ۱ mm = ۱ mm/s و برای شتاب مقیاس ۱ mm = ۱ mm/s۲ را انتخاب کنید.

ب) $\alpha_۴$ را تعیین کنید.

۷ـ۱۳ قطعهٔ شمارهٔ ۴ از شکل ۶ـP۶، بر روی قطعهٔ ۱ غلت می‌خورد. $\omega_۴$ برابر ۱۸ رادیان بر ثانیه و ثابت می‌باشد.

الف) دیاگرام شتاب را رسم نمایید. مقیاسهای ۱mm = ۱۰mm/s را برای سرعت و ۱mm = ۳۰۰mm/s۲ را برای شتاب در نظر بگیرید.

ب) $\alpha_۴$ را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

۷ـ۱۴ الف) دیاگرام شتاب را برای مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـP۱۱ ترسیم نمایید. از مقیاسهای ۱ mm = ۰٫۵ mm/s و ۱ mm = ۰٫۳ mm/s۲ به ترتیب برای سرعت و شتاب استفاده کنید.

ب) $\alpha_۳$ و $\alpha_۶$ را برحسب رادیان بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

۷ـ۱۵ فرض کنید بادامک نشان داده شده در شکل ۶ـP۷ دارای سرعت زاویه‌ای ثابت ۳۰۰ دور در دقیقه در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد.

الف) با استفاده از رابطه اولر، شعاع انحنای مسیری که نقطهٔ $P_۴$ از عضو ۴ بر روی عضو ۲ می‌پیماید را تعیین کنید. مرکز انحنا را با C مشخص کنید.

ب) مکانیزم معادلی را با استفاده از $P_۴C$ به عنوان نقاط انتهایی عضو ′۳ رسم و فرض کنید عضو ′۴ یک لغزنده می‌باشد. مکانیزم معادل را مورد تجزیه و تحلیل قرار داده و سرعت و شتاب عضو شمارهٔ ۴ را تعیین کنید. از مقیاسهای ۱ mm = ۱۸ mm/s و ۱ mm = ۳۶۰ mm/s۲ به ترتیب برای سرعت و شتاب استفاده کنید.

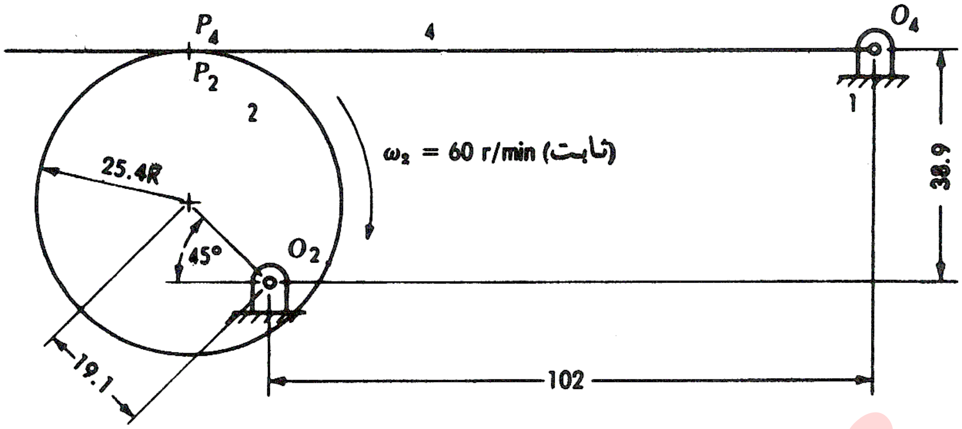
۷ـ۱۶ الف) در مکانیزم بادامکی نشان داده شده در شکل ۷ـP۱۶، با استفاده از رابطه اولر، شعاع انحنای مسیری را که $P_۴$ بر روی عضو ۲ طی می‌نماید تعیین کنید. نتیجه خود را با نتایج حاصله از روش ترسیمی هارتمن مقایسه کنید. به هنگام استفاده از روش هارتمن فرض کنید $V_{P_۴}$ دارای طولی معادل ۲۵ میلیمتر و امتدادش به سمت چپ می‌باشد.

ب) مرکز انحنا را با C نمایش دهید. سپس با استفاده از نقطهٔ C به عنوان یکی از مفصلهای پینی، یک مکانیزم چهارمیله‌ای معادل را رسم کنید.

ج) با تجزیه و تحلیل مکانیزم معادل $\omega_۴$ و $\alpha_۴$ مربوط به مکانیزم فوق را به دست آورید. از مقیاسهای ۱ mm = ۲ mm/s و ۱ mm = ۵ mm/s۲ به ترتیب برای سرعت و شتاب استفاده کنید.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۷ـ P۱۶

۷ـ۱۷الف) با استفاده از رابطهٔ اولر در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۷ـ۳۴، مرکز انحنای مسیر پیموده شده توسط $P_۴$ بر روی عضو شمارهٔ ۲ را تعیین کنید. نتایج به دست آمده را با نتایجی که از روش ترسیمی هارتمن برای مثال ۷ـ۶ به دست آمده مقایسه کنید.

ب) مکانیزم را با مقیاس ۱:۴ رسم کرده و آنگاه دیاگرام سرعت و شتاب مکانیزم مثال ۷ـ۶ را ترسیم نمایید. این مکانیزم را (نه مکانیزم معادل) مورد تجزیه و تحلیل قرار دهید. در تجزیه و تحلیل شتاب مؤلفه کریولیس شتاب نقاط $P_۴$ و $P_۲$ را مورد استفاده قرار دهید. همچنین از مرکز انحنای مسیر که در قسمت (الف) این مسئله تعیین شده استفاده کنید. مقیاس ۱ mm = ۶ mm/s را برای سرعت و ۱ mm = ۱۰ mm/s۲ را برای شتاب به کار برید.

ج) $\omega_۴$ و $\alpha_۴$ را به ترتیب برحسب رادیان در ثانیه و رادیان در مجذور ثانیه تعیین کنید.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۸

نمودارهای سرعت و شتاب و مشتق‌گیری به روش ترسیمی

۸ ـ ۱ مقدمه

در فصول ۵، ۶ و ۷ روش تعیین سرعتها و شتابهای یک مکانیزم برای حالات خاص مورد بحث قرار گرفت. اغلب خواست یک طراح چنین است که بداند تغییرات سرعت و شتاب یک عضو مکانیزم به‌ازای دورهٔ کامل مکانیزم چه بوده و ضمناً کجا سرعت و شتاب مقدار ماکزیمم خود را شامل می‌باشند. سرعتها و شتابها را می‌توان برای حالاتی از مکانیزم تعیین نموده و آنگاه این مقادیر را طوری مشخص کرده که بتوان از آنها یک منحنی استخراج نمود. نتایج این کار منحنیهای سرعت و شتاب را حاصل خواهد شد.

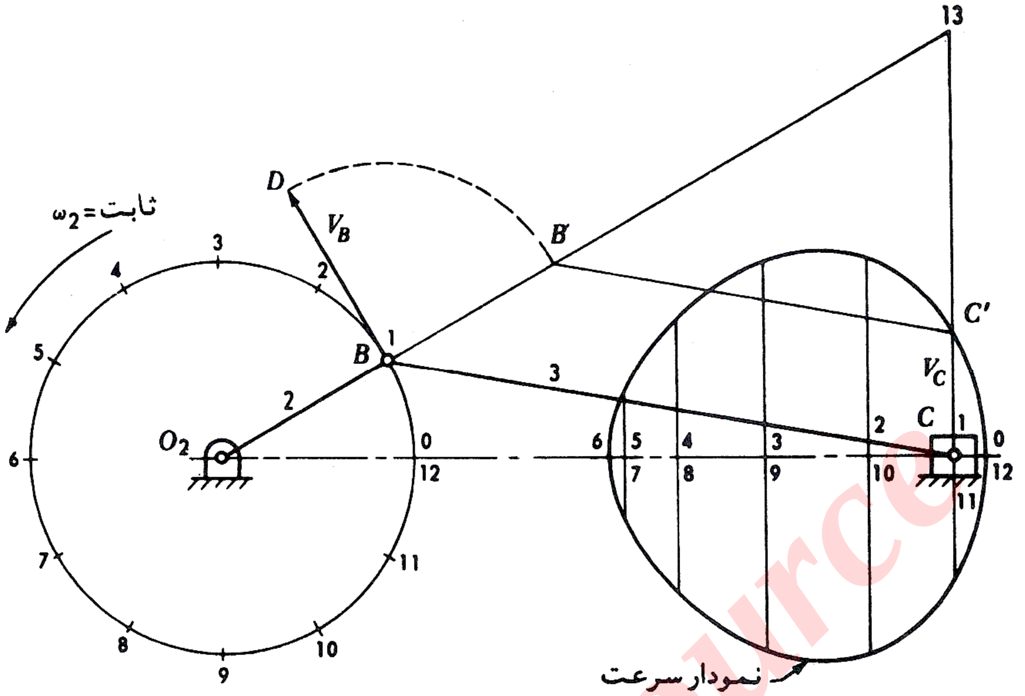
۸ ـ ۲ نمودارهای سرعت و شتاب

در شکل ۸ـ۱ یک مکانیزم لنگ و لغزنده نشان داده شده است. سرعت خطی پیستون برای دوازده موقعیت لنگ با فواصل مساوی تعیین شده است. به ازای هریک از موقعیتهای پین B موقعیت مربوط به C به شرح زیر تعیین گردیده است. پرگار را به اندازهٔ طول BC بازکرده و با استفاده از آن به عنوان شعاع و مرکز قرار دادن نقاط واقع بر روی دایره لنگ قوسی رسم کرده که محل برخورد آن با امتداد حرکت پیستون موقعیت آن تعیین می‌گردد. با دانستن تعداد دور لنگ در دقیقه، که فرض می‌شود ثابت است V_B تعیین شده و با رعایت مقیاس مناسب به صورت خطی عمود بر O_2B ترسیم گردیده است. سپس با استفاده از روش خط موازی که شرح آن در قسمت ۵ـ۳ رفت سرعت پیستون تعیین شده است. این روش برای موقعیت ۱ لنگ نشان داده شده است. برای حالات ۰ تا ۶ سرعتهای V_C مثبت و به صورت خطوطی عمود بر امتداد مسیر حرکت پیستون رسم شده و برای حالات ۶ تا ۱۲ این مقادیر منفی در نظر گرفته شده است. منحنی رسم‌شده از نقطهٔ انتهایی این

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۸ـ۱

سرعتها نمودار سرعت[1] را نشان داده که نسبت به امتداد مسیر پیستون قرینه می‌باشد. مقادیر مثبت در روی منحنی سرعت پیستون را به هنگام حرکت از راست به چپ و مقادیر منفی سرعت پیستون را به هنگام حرکت از چپ به راست نشان می‌دهد.

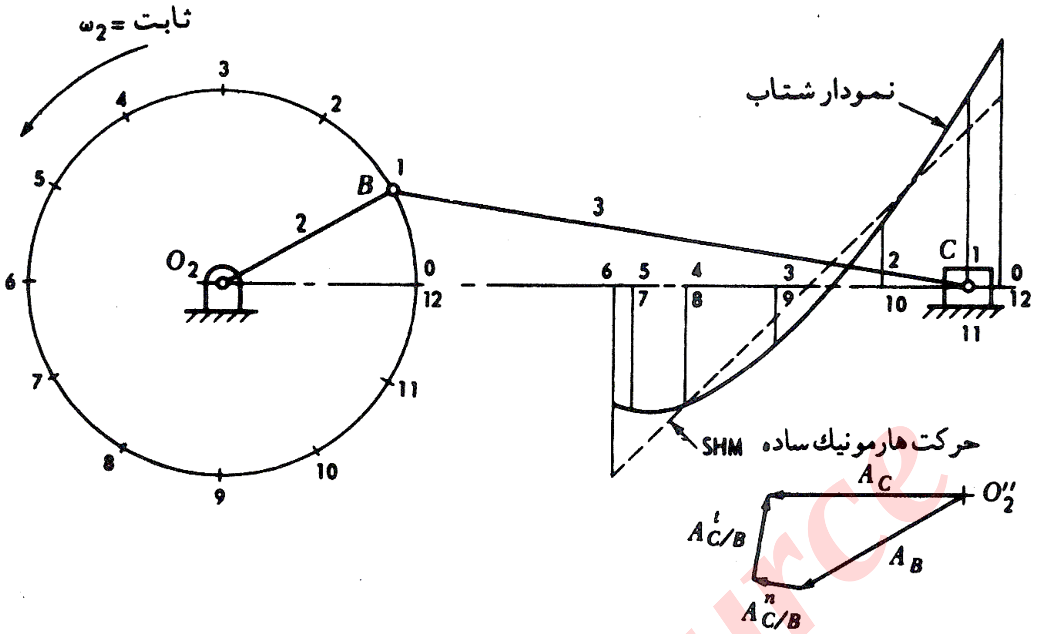
نمودار شتاب پیستون در شکل ۸ـ۲ نشان داده شده است. برای تعیین شتاب پیستون روش شتابهای نسبی مشروح در قسمت ۷ـ۲ مورد استفاده قرارگرفته است. دیاگرام شتاب جهت تعیین A_C برای وضعیت ۱ پیستون در شکل نشان داده شده است. شتابهای نقطه C به صورت مختصهٔ قائم از خط افقی مربوط به مسیر حرکت پیستون جداگردیده است. در این کار از هر مقیاس مناسبی می‌توان استفاده نمود. شتابهای پیستون با جهتهای از C به طرف O_2 به صورت مثبت و شتابهای با جهتهای از O_2 به طرف C منفی در نظر گرفته شده است. منحنی خط‌چین نشان می‌دهد اگر پیستون مطابق بحث مذکور در قسمت ۷ـ۲ دارای حرکت نوسانی ساده می‌بود، نمودار شتاب چگونه ظاهر می‌شد.

در شکل ۸ـ۳ یک منحنی سرعت و شتاب نسبت به زمان نشان داده شده است. در امتداد محور زمان هر مقیاس دلخواهی را می‌توان انتخاب نمود. طول دیاگرام برابر زمان لازم جهت یک دور لنگ می‌باشد. از آنجا که لنگ با دور ثابت در دقیقه دوران می‌نماید فواصل زمانی مربوط به فواصل مساوی در روی دایرهٔ لنگ نیز مساوی می‌باشند. در شکل ۸ـ۳ مختصات قائم به دست آمده در شکلهای ۸ـ۱ و ۸ـ۲ در روی ۱۲ نقطهٔ انتخاب شده در امتداد محور زمان جدا می‌گردند. به منظور

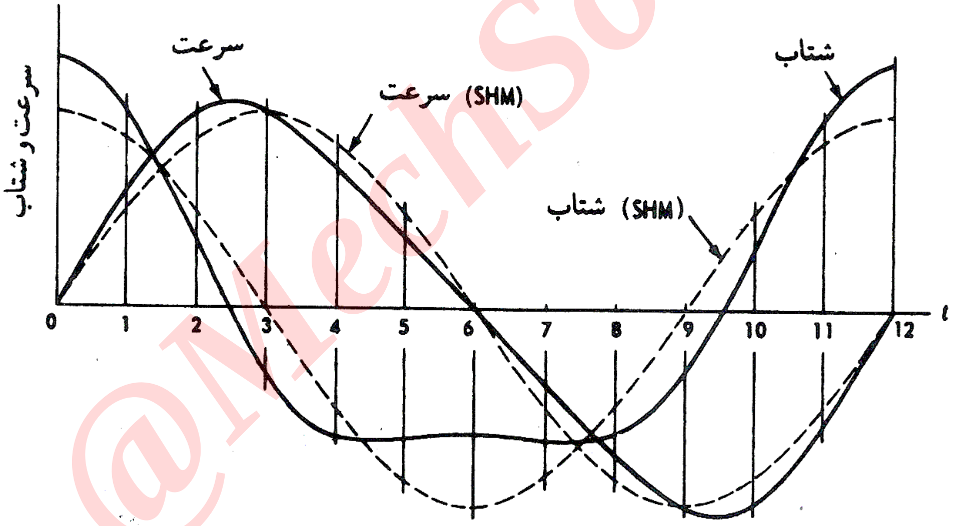
1. velocity - space graph

https://t.me/MechSource
@MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۸ـ۲



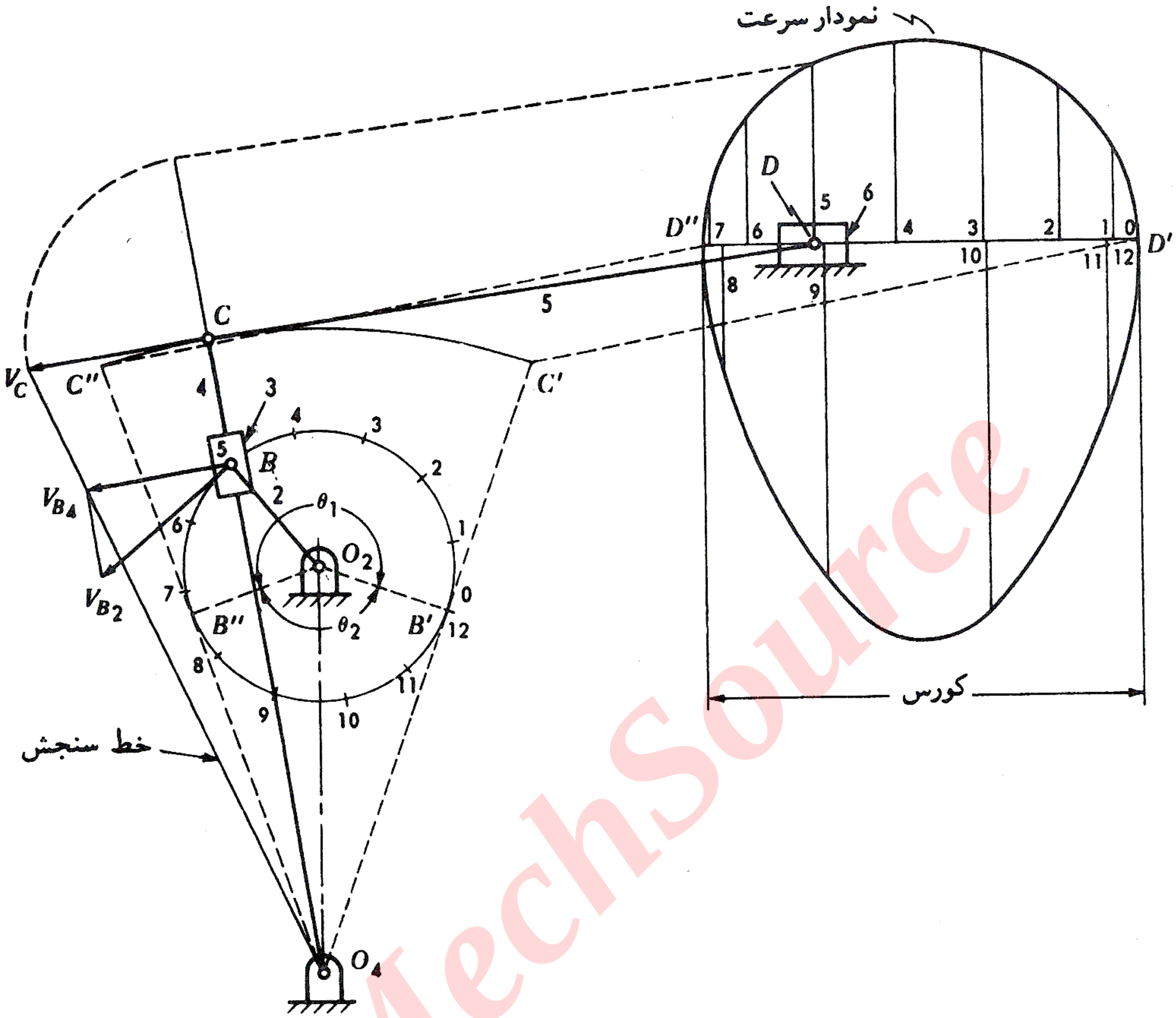
شکل ۸ـ۳

مقایسه، سرعت و شتاب پیستون، برای حرکت نوسانی ساده با خطچین نشان داده شده است. با ازدیاد نسبت طول میلهٔ رابط به طول لنگ حرکت پیستون به حرکت نوسانی ساده نزدیکتر می‌گردد.

شکل ۸ـ۴ یک مکانیزم با برگشت سریع که شامل بازوی نوسان‌کننده می‌باشد را نشان داده که در مورد آن به طور خلاصه در قسمت ۳ـ۸ توضیح داده شد. لنگ شمارهٔ ۲ با سرعت زاویه‌ای ثابت دوران می‌نماید. موقعی که لنگ شمارهٔ ۲ عمود بر بازوهای شمارهٔ ۴ می‌باشد، لغزندهٔ D در منتهای‌الیه اوضاع مختلفه خود یعنی نقاط D' و D'' قرار دارد. بنابراین نقاط B' و B'' مربوط به حالاتی می‌باشد، که میلهٔ شمارهٔ ۴ به دایرهٔ گژن‌پین مماس می‌باشد. دایرهٔ گژن‌پین به دوازده قسمت

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۸-۴

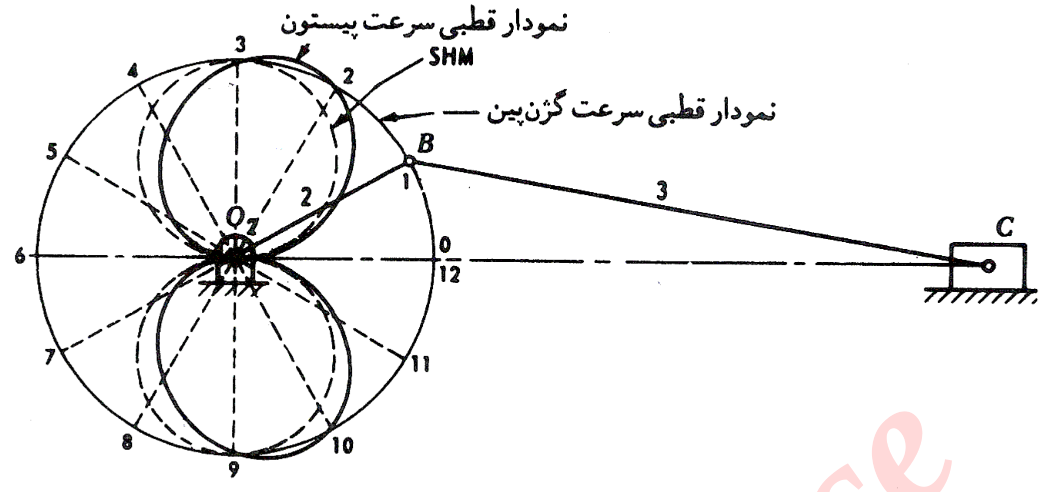
مساوی تقسیم شده و برای هریک از این موقعیتهای B موقعیتهای مربوط به D در امتداد $D'D''$ تعیین و شماره‌گذاری گردیده است. دیاگرام سرعت برای وضعیت ۵ لنگ نشان داده شده است. برای رسم V_{B_2} متعلق به سرعت گژن‌پین هر مقیاس دلخواهی را می‌توان مورد استفاده قرار داد. V_{B_4} سرعت نقطه‌ای متعلق به ۴ بوده که به روش مؤلفه‌ها تعیین شده است. آنگاه V_C با رسم خط سنجش تعیین و سپس مقدار V_D با روش خط موازی تعیین شده است. با دوران لنگ به اندازهٔ θ_1 لغزنده از موقعیت D' به D'' انتقال یافته و سرعتهای D در جهت مثبت جدا می‌گردند. وقتی لنگ در فاصلهٔ θ_2 دوران می‌نماید، لغزندهٔ برگشتی سریع از D'' به D' انجام داده و سرعتهای D در جهت منفی جدا می‌گردند. نسبت θ_1/θ_2 نسبت زمانی کورس آرام به کورس تند می‌باشد.

۸ ـ ۳ نمودار قطبی سرعت

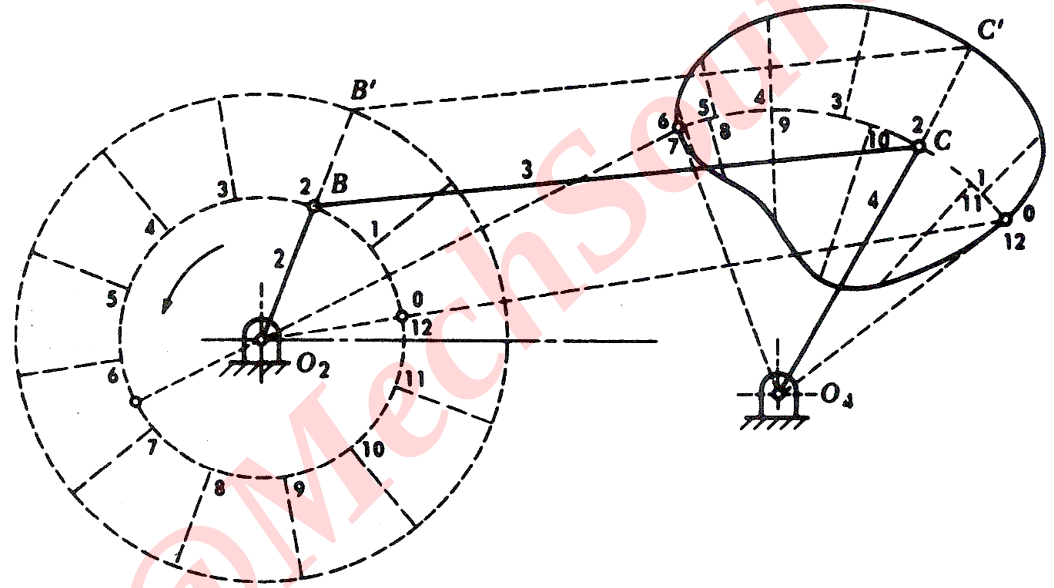
شکل ۸-۵ همان مکانیزم لنگ و لغزنده نشان داده شده در شکل ۸-۱ را نشان می‌دهد. اگر لنگ دارای

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۸ـ۵



شکل ۸ـ٦

سرعت زاویه‌ای ثابت بوده و مقیاس سرعت طوری انتخاب گردد که بردار V_B برابر شعاع دایرهٔ گژن‌پین باشد، آنگاه خطوط شعاعی رسم‌شده از $O_۲$ به طرف خارج دایره سرعت لنگ را برای هریک از موقعیتها نشان می‌دهد. این دایره منحنی یا نمودار قطبی سرعت گژن‌پین رانشان می‌دهد. به همین ترتیب، اگر سرعتهای خطی تعیین‌شده از شکل ۸ـ۱ برای C را به طور شعاعی از نقطهٔ $O_۲$ در جهت مربوط به لنگ جدا کنیم، نمودار قطبی سرعت پیستون را به دست خواهیم آورد. برای به دست آوردن سرعت پیستون در هر حالت کافی است لنگ را در آن موقعیت رسم کرده و آنگاه طول خط شعاعی از $O_۲$ تا روی منحنی را اندازه بگیریم. منحنیهای رسم‌شده با خطچین دایره بوده و نشان می‌دهد که اگر پیستون دارای حرکت نوسانی ساده می‌بود، نمودار به این صورت است.

شکل ۸ـ۶ یک مکانیزم چهارمیله‌ای با بازوی نوسان‌کننده را نشان می‌دهد. وقتی لنگ ۲ دارای

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

سرعت زاویه‌ای ثابت بوده و سرعت خطی نقطهٔ B با مقیاس مناسب به طور شعاعی از مرکز دایرهٔ لنگ $O_۲B$ جدا گردند نمودار سرعت مطابق شکل یک دایره خواهد بود. روش خط موازی برای تعیین سرعت نقطهٔ C و همچنین نمودار قطبی سرعت نقطهٔ C نشان داده شده است. مسیر C یک قوس دایره می‌باشد. برای حرکت میلهٔ شمارهٔ ۴ به سمت چپ V_C از مسیر حرکت به طرف خارج و برای حرکت آن به سمت راست V_C از مسیر حرکت به طرف داخل رسم شده است.

۸ ـ ۴ نمودارهای سرعت و شتاب زاویه‌ای

مکانیزم ژنوای نشان داده شده در شکل ۳ـ۳۲، که قبلاً در قسمت ۳ـ۱۴ تشریح گردید، به طور اختصار در شکل ۸ـ۷ الف نشان داده شده است. میلهٔ شمارهٔ ۲ محرک بوده و با سرعت زاویه‌ای ثابت دوران می‌نماید. به ازای یک‌چهارم دور گردش میلهٔ شمارهٔ ۲ عضو شمارهٔ ۳ با سرعت زاویه‌ای متغیر یک‌چهارم دور گردش می‌نماید. سپس هنگامی که میلهٔ شمارهٔ ۲ سه‌چهارم بقیه را دور می‌زند، عضو شمارهٔ ۳ ثابت باقی می‌ماند. حال در این قسمت، رسم نمودارهای سرعت و شتاب زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۳ نسبت به زمان مورد نظر می‌باشد.

در شکل ۸ـ۷ الف فرض می‌کنیم $P_۲$ نقطه‌ای واقع بر عضو شمارهٔ ۲ و $P_۳$ نقطه‌ای متعلق به عضو شمارهٔ ۳ بوده که در لحظهٔ مورد نظر بر $P_۲$ منطبق می‌باشد. نقاط ۰، ۱، ۲، ...، ۸ موقعیتهای متوالی نقطهٔ $P_۲$ را نشان می‌دهند. نمودار سرعت در شکل شمارهٔ ۸ـ۷ ب نشان داده شده است. در این نمودار نقاط ۰، ۱، ۲، ...، ۸ واقع در امتداد قوس دایره موقعیتهای متوالی مربوط به $P'_۲$ می‌باشند. $V_{P_۲}$ را می‌توان با هر مقیاس دلخواه رسم نمود. در اینجا مقدار $V_{P_۲}$ برابر $O_۲P_۲$ انتخاب گردیده است. مکان هندسی $P'_۳$ یک منحنی می‌باشد. به طوری که ملاحظه می‌کنیم موقعی که میلهٔ شمارهٔ ۲ در موقعیتهای ۰ و ۸ می‌باشند، $V_{P_۳}$ برابر صفر و در موقعیت ۴، $V_{P_۳}$ برابر $V_{P_۲}$ می‌باشد. برای تعیین $\omega_۳$ مقدار $V_{P_۳}$ را با رعایت مقیاس شکل ۸ـ۷ ب خوانده و آن را بر طول $O_۳P_۳$ تقسیم می‌کنیم. آنگاه مقادیر $\omega_۳$ را به عنوان مختصهٔ قائم در شکل ۸ـ۷ د به کار می‌بریم. برای محورهای افقی و قائم این نمودار می‌توان از هر مقیاس دلخواه استفاده نمود.

دیاگرام شتاب در شکل ۸ـ۷ ج نشان داده شده است. برای بردارهای شتاب می‌توانیم بنویسیم

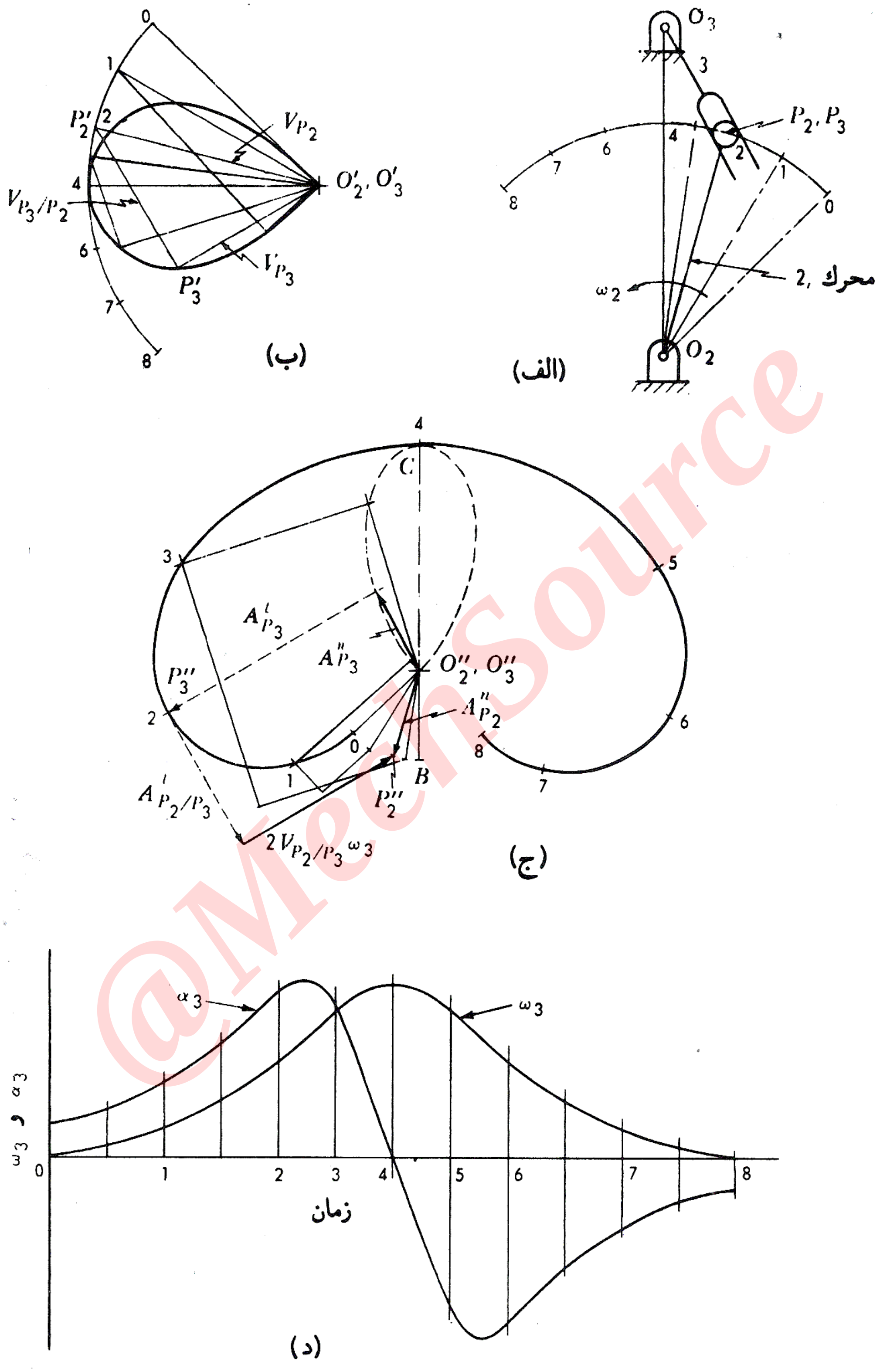
$$\overset{\surd\surd}{A^n_{P_۲}} \;+\!\!\!\rightarrow\; \overset{\circ}{A^t_{P_۲}} = \overset{\surd\surd}{A^n_{P_۳}} \;+\!\!\!\rightarrow\; \overset{\surd}{\bar{A}^t_{P_۳}} \;+\!\!\!\rightarrow\; \overset{\circ}{A^n_{P_۲/P_۳}} \;+\!\!\!\rightarrow\; \overset{\surd}{\bar{A}^t_{P_۲/P_۳}} \;+\!\!\!\rightarrow\; \overset{\surd\surd}{۲V_{P_۲/P_۳}\,\omega_۳} \qquad (۸\text{-}۱)$$

در این رابطه مقدار $A^t_{P_۲}$ به دلیل ثابت بودن سرعت زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۲ و $A^n_{P_۲/P_۳}$ به دلیل بینهایت بودن شعاع مسیر $P_۲$ بر روی عضو شمارهٔ ۳، مساوی صفر می‌باشند. خط تیره بالای $A^t_{P_۳}$ و $A^t_{P_۲/P_۳}$

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۸-۷

@MechSource

نشانگر مجهول بودن مقدار این بردارها می‌باشد. با مقادیر به دست آمده از شکل ۸-۷ ب مقدار مؤلفه‌های مختلفه شتاب به شرح زیر تعیین می‌گردند.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$A^n_{P_2} = \frac{V_{P_2}^2}{O_2P_2} \qquad A^n_{P_3} = \frac{V_{P_3}^2}{O_3P_3} \qquad \text{شتاب کریولیس} = 2V_{P_2/P_3}\,\omega_3$$

سپس با شروع از قطبهای O''_2 و O''_3 دیاگرامهای شتاب ترسیم گردیده‌اند. موقعیتهای P''_2 و P''_3 برای وقتی نشان داده شده‌اند که عضو شمارهٔ ۲ در وضعیت ۲ قرار دارد. $A^n_{P_2}$ موازی O_2P_2 و $A^n_{P_3}$ موازی O_3P_3 می‌باشند. برای رسم برداری شتاب می‌توان از هر مقیاس مناسبی استفاده نمود. $A^t_{P_3}$ و $A^t_{P_2/P_3}$ به آن دلیل با خطچین نشان داده شده‌اند که مجهول می‌باشند. تقاطع آنها مقدار و موقعیت P''_3 را تعیین می‌نماید. مکان هندسی P''_3 در شکل به صورت یک منحنی ترسیم یافته با خط پر و مکان هندسی انتهای بردار $A^n_{P_3}$ به صورت یک منحنی ترسیم یافته با خطچین نشان داده شده است. در شکل ۸ـ۷ ج هنگامی که عضو شمارهٔ ۲ در موقعیت صفر قرار دارد P''_2 و P''_3 منطبق بر نقطهٔ ۰ می‌باشند. $A^n_{P_3}$ به دلیل صفر بودن V_{P_3}، $A^t_{P_2/P_3}$ به دلیل ثابت بودن V_{P_2} و V_{P_2/P_3} (مقدار ثابت $= V_{P_2} = V_{P_2/P_3}$) و شتاب کریولیس به دلیل صفر بودن ω_3 برابر صفر می‌باشند. از این رو با توجه به رابطهٔ (۸ـ۱) ملاحظه می‌کنیم که $A^t_{P_3} = A^n_{P_2}$. به علاوه موقعی که عضو شمارهٔ ۲ در وضعیت ۴ قرار دارد P''_2 بر B و P''_3 بر C منطبق می‌باشد. $A^n_{P_2}$ برابر O''_2B و $A^n_{P_3}$ برابر O''_3C می‌باشند. $A^t_{P_3}$ صفر گردیده و مؤلفهٔ کریولیس هم به دلیل آنکه V_{P_2/P_3} برابر صفر می‌باشد صفر شده و طول CB، $A^t_{P_2/P_3}$ را نشان می‌دهد. لازم به تذکر است که دیاگرام نسبت به خط O''_2 ۴ قرینه می‌باشد.

برای تعیین α_3 با رعایت مقیاس مقدار $A^t_{P_3}$ را از روی شکل ۸ـ۷ ج خوانده و آن را بر طول O_3P_3 تقسیم می‌کنیم. آنگاه با هر مقیاس مناسبی می‌توان این مقادیر شتاب را به عنوان مختصهٔ قائم در شکل ۸ـ۷ د به کار برد. با توجه به نمودار α_3 ملاحظه می‌کنیم، عضو شمارهٔ ۳ حرکت خود را با شتابی معین شروع و ختم می‌نماید. در امتداد محور مربوط به زمان درست در سمت چپ نقطهٔ ۰، α_3 برابر صفر است. بنابراین در موقعیت ۰ شتاب زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۳ به‌طور ناگهانی از صفر به مقدار مثبت معینی افزایش یافته و موجب جرک[1] نامحدودی می‌گردد. عیناً در امتداد محور مربوط به زمان درست در سمت راست نقطهٔ ۸، α_3 صفر بوده و بنابراین در این موقعیت شتاب زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۳ از مقدار منفی معینی دفعتاً به صفر افزایش پیدا کرده و موجب ضربه و تکان نامحدودی می‌گردد. شتاب موجب پیدایش نیروهای اینرسی شده و از آنجاکه جرک نسبت تغییرات شتاب به زمان می‌باشد، مقدار زیاد آن موجب تغییر ناگهانی نیروی اینرسی و در نتیجه موجب ضربه و تنشهای قابل توجه می‌گردد.

نمودارهای سرعت و شتاب مکانیزم ژنوا منحنیهایی فرضی می‌باشند. در مکانیزم واقعی بسته به تولرانسهای ساخت اختلافاتی موجود می‌باشد. به علاوه قطعات تحت تأثیر بارهای وارده اندکی تغییر فرم می‌یابند. این عامل موجب انحرافی در منحنیها مخصوصاً در دو انتهای حرکت و نقطهٔ

1. jerk

@MechSource

https://t.me/MechSource

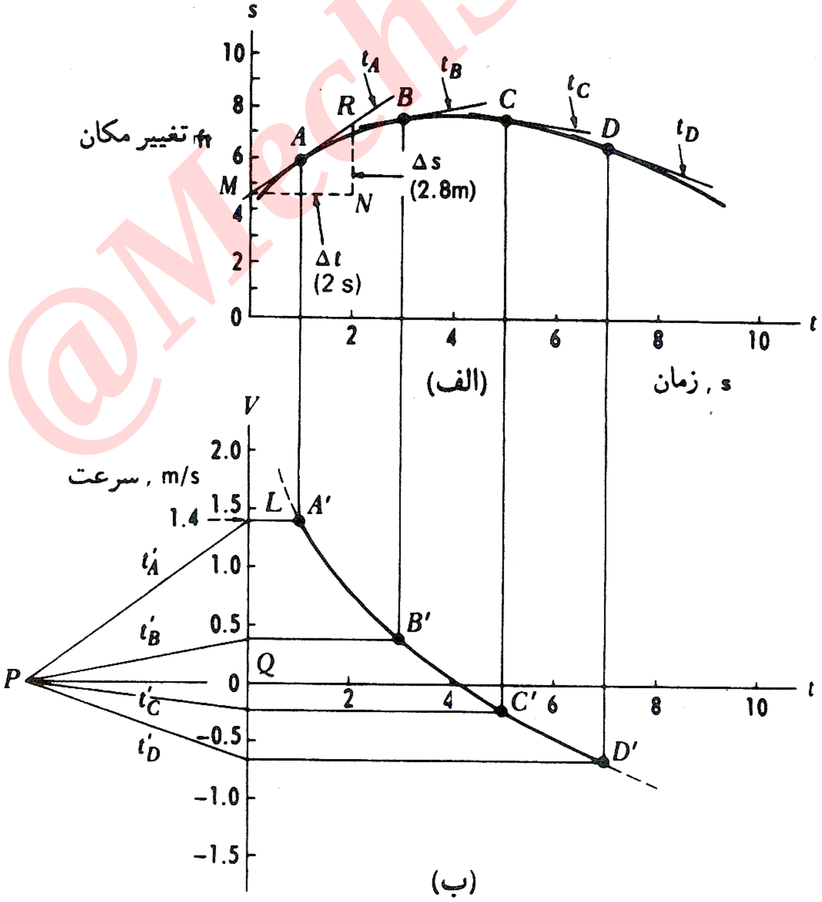
https://t.me/MechSource

میانی می‌گردد. این مطلب بعداً موقعی که بادامکها مورد مطالعه قرار می‌گیرند، مورد بحث واقع خواهد شد.

۸ ـ ۵ مشتقگیری به روش ترسیمی

تا این قسمت از این فصل دیدیم که چگونه می‌توان نمودارهای سرعت و شتاب نقاط واقع بر عضوی از یک مکانیزم را رسم نمود. روش کار مشتمل بر تعیین سرعت یا شتاب برای وضعیتهایی از مکانیزم بود که براساس روشهای مذکور در فصلهای ۵، ۶ و ۷ انجام می‌گرفت. روش دیگر برای تعیین نمودارهای سرعت و شتاب، عبارت است از رسم منحنی تغییر مکان نسبت به زمان و گرفتن مشتقهای متوالی به روش ترسیمی.

شکل ۸ـ۸ منحنی تغییر مکان نسبت به زمان و منحنی سرعت نسبت به زمان را برای نقطه‌ای واقع بر یک مکانیزم نشان می‌دهد (سیکل کامل حرکت نشان داده نشده). از آنجا که سرعت مشتق و یا شیب منحنی تغییر مکان می‌باشد، ارتفاع هر نقطهٔ واقع بر روی منحنی سرعت نشان‌دهنده شیب نقطهٔ مربوطه بر روی منحنی تغییر مکان می‌باشد. مشتقگیری به روش ترسیمی شامل تعیین شیب



شکل ۸ـ۸

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

مماسهای مختلف در امتداد منحنی اول و استفاده از آنها به عنوان مختصهٔ قائم جهت رسم منحنی دوم می‌باشد.

شکل ۸ـ۸ الف نشان‌می‌دهد که موقعیت یک‌نقطه نسبت به‌زمان چگونه تغییر می‌کند. نقاط واقع بر روی این منحنی با A، B، C، D و غیره نشان داده شده‌اند. اگرچه لازم نیست این نقاط با فواصل مساوی در امتداد محور مربوط به زمان انتخاب گردند، ولی می‌توان آنها را این‌گونه اختیار نمود. مماس در نقطهٔ A از منحنی را رسم نموده و آن را با t_A نشان می‌دهیم. شیب این مماس $\Delta s/\Delta t$ بوده که در آن Δs و Δt برحسب واحدهای به‌کار رفته در امتداد محورها بیان می‌گردند. از آنجاکه سرعت برابر شیب می‌باشد، سرعت لحظه‌ای در نقطهٔ A برابر $RN/MN = \Delta s/\Delta t = ۲٫۸/۲ = ۱٫۴$ متر بر ثانیه بوده که می‌توان از آن به عنوان مختصهٔ قائم نقطهٔ A' در منحنی سرعت استفاده نمود (شکل ۸ـ۸ ب). این کار را می‌توان برای نقاط B، C و D واقع بر منحنی تغییر مکان تکرار نموده تا نقاط مربوطه B'، C' و D' واقع بر منحنی سرعت تعیین گردند. این روش رسم مثلثها و اندازه‌گیری مقادیر Δs مشکل بوده و اینک یک روش مناسب جهت تعیین مختصه‌های قائم منحنی سرعت بیان می‌گردد.

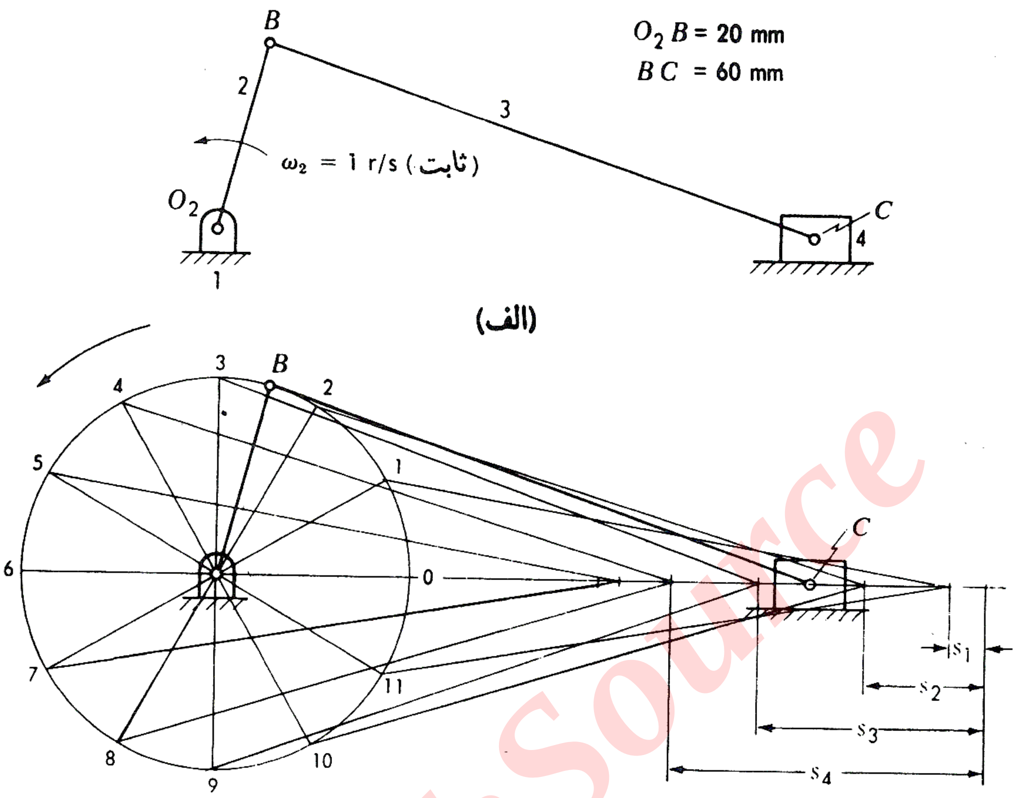
در شکل ۸ـ۸ ب نقطهٔ P موسوم به قطب را در فاصله‌ای مناسب در سمت چپ مبدأ در روی محور مربوط به زمان جدا می‌کنیم. از این نقطه، خط t'_A را موازی t_A می‌کشیم. بدین ترتیب نقطهٔ L به دست آمده و QL سرعت مقیاس‌یافته نقطهٔ A را به مقداری که مطابق شرح قبلی به دست آمده بود، یعنی $۲٫۸/۲ = ۱٫۴$ متر بر ثانیه نشان می‌دهد. بنابراین نقطهٔ L در امتداد محور V با عدد ۱٫۴ مشخص گردیده و بدین ترتیب مقیاس سرعتها تعیین می‌گردد. سپس در فاصله‌ای برابر طول QL بخش بر ۱٫۴ از مبدأ موقعیت یک متر بر ثانیه در امتداد محور V تعیین می‌گردد. آنگاه از نقطهٔ P خطوط t'_B، t'_C و t'_D به ترتیب موازی خطوط t_B، t_C و t_D رسم می‌گردند. بدیهی است سرعت در نقاط مختلف A، B، C و D متناسب با شیب خطوط مماس t_A، t_B، t_C و t_D از این نقاط می‌باشد. مختصات قائم تعیین‌شده به وسیلهٔ برخورد خطوط t'_A، t'_B، t'_C و t'_D با محور V متناسب با شیب این خطوط بوده و نتیجتاً این مختصات سرعت در نقاط مربوطه را نشان می‌دهد. با تصویر مختصات به دست آمده در امتداد محور V بر روی خطوط قائم رسم شده از نقاط مربوطه واقع بر روی منحنی تغییر مکان موقعیت نقاط A'، B'، C' و D' تعیین می‌گردد. منحنی رسم‌شده از این نقاط تقاطع، منحنی سرعت را نشان می‌دهد.

دقت مشتقگیری به روش ترسیمی بستگی به دقت ترسیم مماسها و تعداد نقاط انتخابی بر روی محور افقی دارد. با اضافه نمودن تعداد نقاط و نتیجتاً کم نمودن فواصل آنها دقت عمل افزایش خواهد یافت.

مثال ۸ـ۱ فرض کنید که می‌خواهیم منحنیهای تغییر مکان، سرعت و شتاب لغزنده مکانیزم لنگ و

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



(الف)

(ب)

شکل ۸-۹

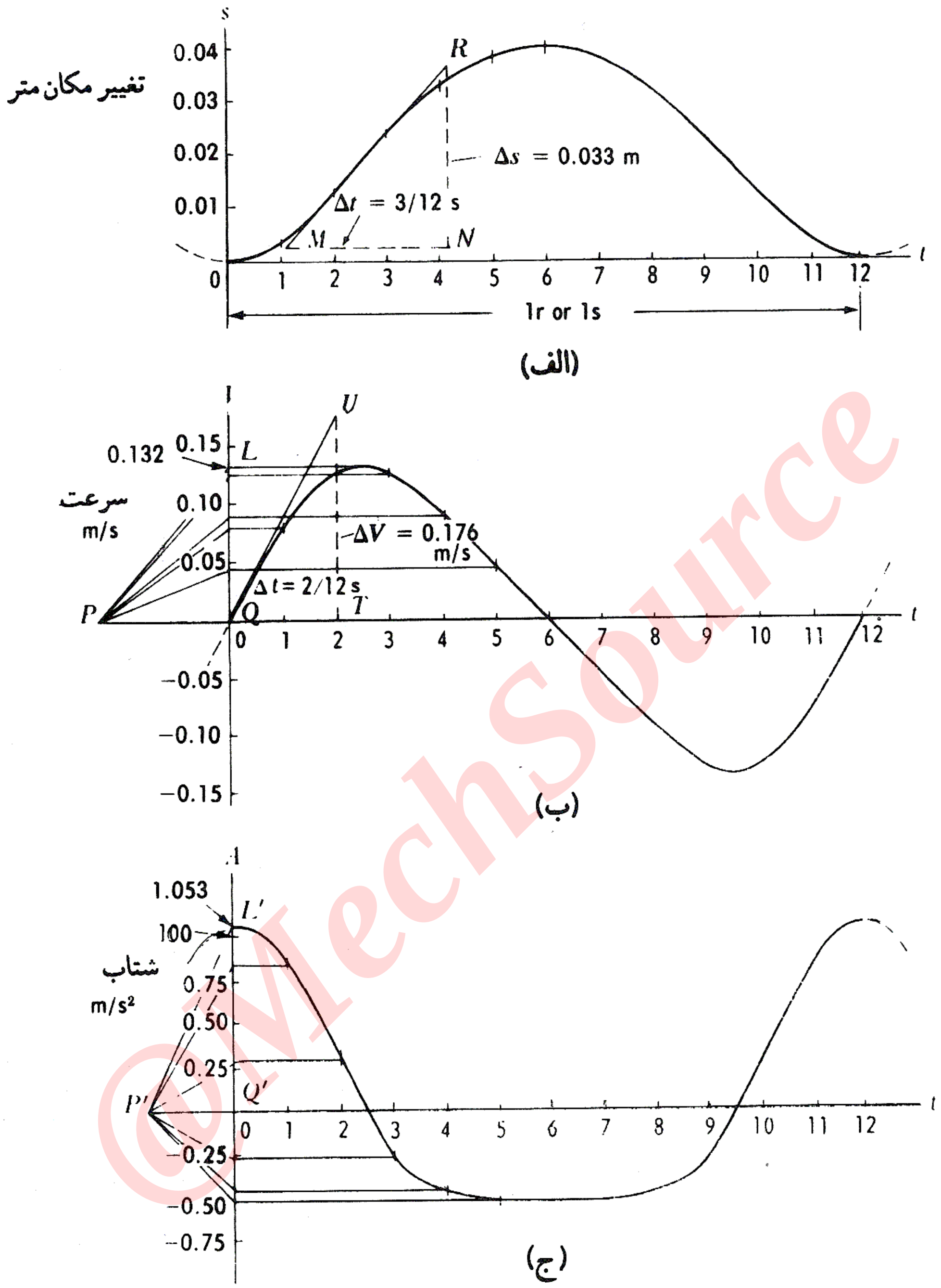
@MechSource

لغزنده نشان داده شده در شکل ۸-۹ الف را رسم کنیم. ابتدا مطابق شکل ۸-۹ ب با استفاده از فواصل زاویه‌ای ۳۰ درجهٔ گردش لنگ تعدادی از موقعیتهای مختلف آن مکانیزم را رسم می‌کنیم. با در نظر گرفتن موقعیت لغزنده در منتهاالیه سمت راست به عنوان مبدأ شروع موقعیتهای مختلف لغزنده در شکل ۸-۱۰ الف نشان داده شده است. مثلث MNR طوری رسم می‌گردد که وتر آن مماس بر منحنی در نقطه‌ای با حداکثر شیب است. پس از آنکه منحنی سرعت مطابق شکل ۸-۱۰ ب رسم گردید، خط PL موازی MR خواهد بود. در شکل ۸-۱۰ الف با رسم مماس MR از نقطه‌ای با بزرگترین شیب می‌توانیم قطب P را در فاصله‌ای مناسب در سمت چپ مبدأ طوری انتخاب کنیم که بزرگترین مختصهٔ قائم در روی منحنی سرعت که با L مشخص شده است اندازه‌ای مناسب را پیدا کند. این بدان دلیل است که میل نداریم ارتفاع منحنی سرعت خیلی کوچک بوده و یا برعکس آن‌قدر بزرگ باشد که از کاغذ خارج گردد. طول MN به طور دلخواه برابر سه واحد در امتداد محور مربوط به زمان انتخاب گردیده است. بنابراین Δt برابر ۳/۱۲ می‌باشد. طول NR طبق اندازه‌گیری، برابر ۴۱٫۹ میلیمتر می‌باشد. در رسم دیاگرام اولیه (تغییر مکان) در امتداد محور s مقیاس $1mm = ۷٫۸۷ \times ۱۰^{-۴}m$ مورد استفاده قرار گرفته بود. بنابراین $\Delta s = ۴۱٫۹\ (۷٫۸۷ \times ۱۰^{-۴}) = ۰٫۰۳۳\ m$ می‌باشد.

منحنی سرعت در شکل ۸-۱۰ ب نشان داده شده و از آنجا که خط PL موازی با MR رسم شده،

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۸ـ۱۰

بنابراین $QL = V_{max}$. از طرفی

$$V_{max} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{۰٫۰۳۳}{۳/۱۲} = ۰٫۱۳۲ \text{ m/s}$$

در دیاگرام اولیه اندازهٔ QL برابر ۳۶٫۶ میلیمتر می‌باشد. بنابراین مقیاس سرعت برابر ۱ mm = ۰٫۱۳۲/۳۶٫۶ = ۰٫۰۰۳۶ m/s و ۰٫۱۳۲ m/s = ۳۶٫۶ mm می‌باشد. سپس در هر یک از

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

فواصل زمانی از نقطهٔ P خطوطی موازی با مماسهای رسم‌شده در امتداد منحنی تغییر مکان می‌کشیم. از محل برخورد این خطوط با محور V خطوطی افقی رسم کرده و محل برخورد آنها را با خطوط قائمی که از نقاط مربوطه واقع بر روی منحنی تغییر مکان کشیده می‌شوند، تعیین می‌کنیم. منحنی رسم‌شده از این نقاط برخورد نمودار سرعت را نشان می‌دهد. از آنجا که منحنی تغییر مکان نسبت به نقطهٔ میانی قرینه می‌باشد، منحنیهای سرعت و شتاب نیز نسبت به این نقطه قرینه خواهند بود.

شکل ۸ـ۱۰ ج که در آن خط $P'L'$ موازی با خط QU مربوط به خط بزرگترین شیب در روی منحنی سرعت می‌باشد، منحنی شتاب رانشان می‌دهد. موقعیت P' طوری انتخاب می‌گردد که $Q'L'$ دارای طول مناسبی باشد. در شکل ۸ـ۱۰ ب ماکزیمم شیب در نقطهٔ Q اتفاق افتاده و ماکزیمم شتاب یعنی A_{max} را نشان می‌دهد.

$$A_{max} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Δt برابر QT بوده که به طور دلخواه برابر ۲/۱۲ ثانیه انتخاب گردیده است. ΔV برابر TU بوده که با توجه به رسم اولیه مقدارش برابر ۴۸٫۸ میلیمتر می‌باشد. با توجه به مقیاس سرعت $1\text{mm} = ۰٫۰۰۳۶\text{m/s}$ که قبلاً برای سرعت انتخاب‌شده بود $\Delta V = ۴۸٫۸(۰٫۰۰۳۶) = ۰٫۱۷۶\text{m/s}$.

بنابراین

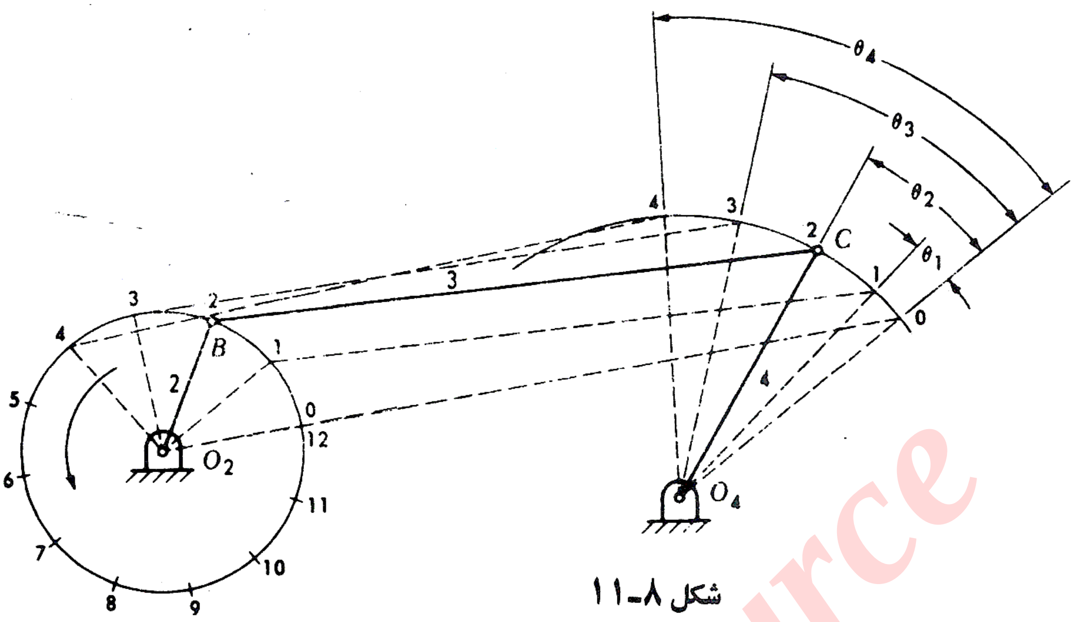
$$A_{max} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{۰٫۱۷۶}{۲/۱۲} = ۱٫۰۵۶\ \text{m/s}^2$$

با اندازه‌گیری از رسم اولیهٔ طول $Q'L'$ برابر ۴۴٫۵ میلیمتر می‌باشد. بنابراین مقیاس شتاب برابر $۴۴٫۵\ \text{mm} = ۱٫۰۵۶\text{m/s}^2$ و یا $1\ \text{mm} = ۱٫۰۵۶/۴۴٫۵ = ۰٫۰۲۳۷\ \text{mm/s}^2$ می‌باشد. برای هریک از فواصل زمانی از قطب P' خطوطی موازی با مماسهای مربوطه در روی منحنی سرعت می‌کشیم. از محل برخورد این خطوط با محور A خطوطی افقی کشیده تا امتداد خطوط قائم رسم شده از نقاط مربوطه در روی محور مربوط به زمان را قطع نماید. منحنی رسم‌شده از این نقاط تقاطع، دیاگرام شتاب را نشان خواهد داد.

مثال ۸ـ۲ مکانیزم چهارمیله‌ای نوسان‌کننده نشان داده شده در شکل ۸ـ۶ مجدداً در شکل ۸ـ۱۱ نشان داده شده است. لنگ شمارهٔ ۲ با سرعت ثابت ۴ دور در دقیقه دوران می‌نماید. منحنیهای تغییر مکان، سرعت و شتاب عضو شمارهٔ ۴ را رسم کنید. ابتدا مکانیزم را در حالتهای مختلف نشان داده شده در شکل ۸ـ۱۱ رسم می‌کنیم. برای این کار فواصل زاویه‌ای ۳۰ درجه گردش برای لنگ منظور گردیده و برای هریک از این موقعیتهای لنگ، موقعیتهای زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۴ اندازه‌گیری گردیده است. فرض شده در موقعیت صفر لنگ شمارهٔ ۲ عضو شمارهٔ ۴ در دورترین موقعیت سمت راست

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۸ـ۱۱

خود قرار دارد. موقعیتهای لنگ شمارهٔ ۴ برحسب درجه اندازه‌گیری شده و سپس با ضرب نمودن در عدد ۰ر۰۱۷۴۵ به رادیان برگردانده می‌شود. (2π = ۳۶۰° rad, ۰ر۰۱۷۴۵ = ۱°) اندازه‌گیریها به شرح زیر می‌باشد.

موقعیت لنگ ۲	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
θ (deg)	۰	۷ر۲	۲۱ر۹	۳۸ر۳	۵۳ر۲	۶۴ر۳	۷۲ر۰	۷۰ر۸	۶۵ر۲	۵۳ر۲	۳۳ر۲	۱۰ر۳	۰
θ (rad)	۰	۰ر۱۳	۰ر۳۸	۰ر۶۷	۰ر۹۳	۱ر۱۲	۱ر۲۶	۱ر۲۴	۱ر۱۴	۰ر۹۳	۰ر۵۸	۰ر۱۸	۰

با انتخاب مقیاسهای مناسب برای تغییر مکان و زمان و رسم تغییر مکان نسبت به زمان منحنی تغییر مکان نشان داده شده در شکل ۸ـ۱۲ الف به دست آمده است. آنگاه مماسهای MR و CD به ترتیب برای بزرگترین شیب مثبت و بزرگترین شیب منفی رسم گردیده‌اند. سپس قطب P در شکل ۸ـ۱۲ ب در محلی مناسب واقع در سمت چپ مبدأ، طوری انتخاب گردیده که پس از رسم خطوط PL و PH به ترتیب به موازات MR و CD ارتفاع HL از منحنی سرعت اندازه مناسبی را داشته باشد. آنگاه MN در امتداد محور مربوط به زمان به طور دلخواه معادل چهار واحد (۱/۱۲ ثانیه) انتخاب و با اندازه‌گیری NR برابر ۱ر۱۴ رادیان می‌باشد. بنابراین:

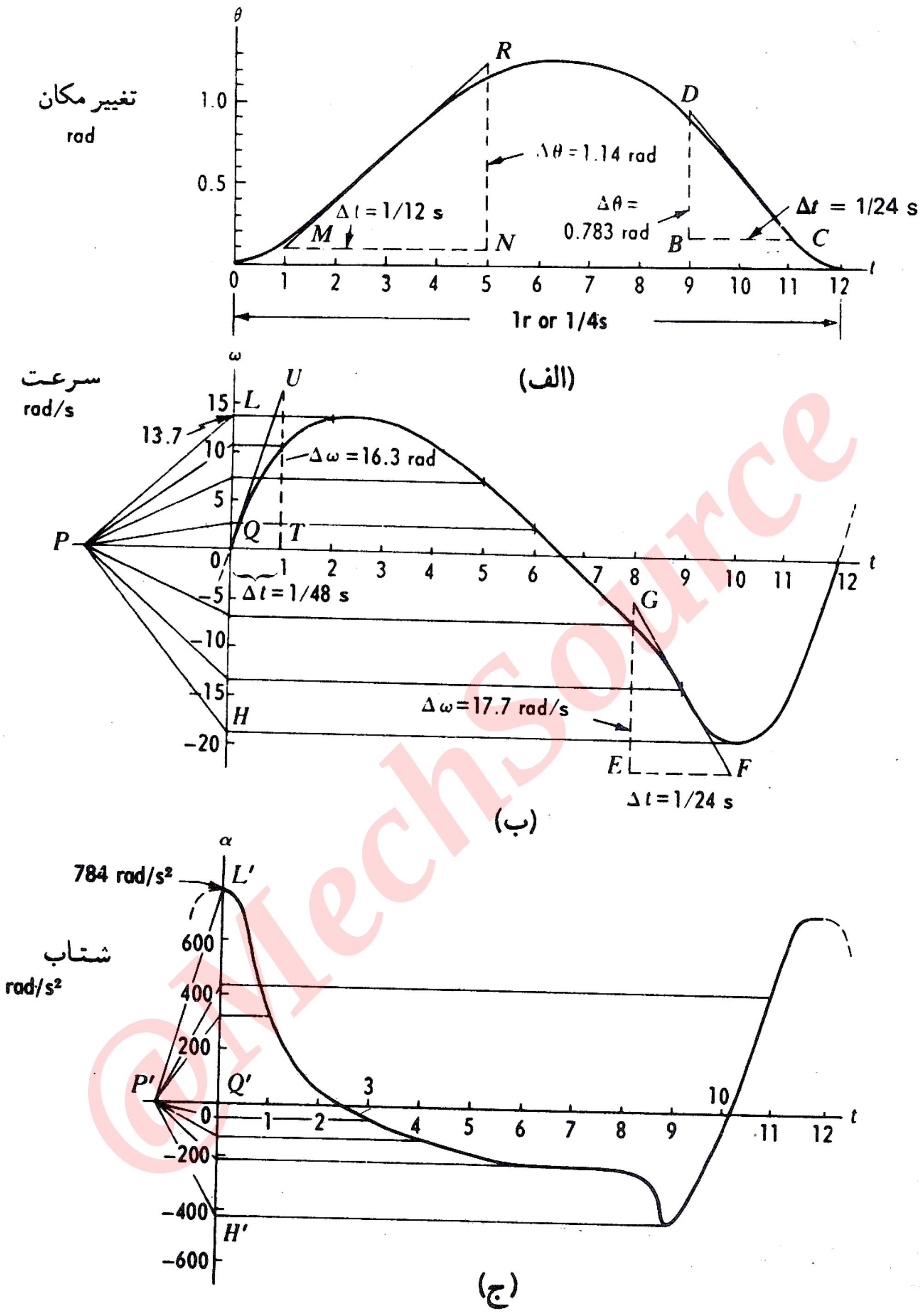
$$\omega_{\max\,(+)} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{۱ر۱۴}{۱/۱۲} = ۱۳ر۷ \text{ rad/s}$$

و نقطه L در شکل ۸ـ۱۲ ب با اندازه ۱۳ر۷ نشان داده شده است. بدین ترتیب مقیاس ω تعیین می‌گردد. با اندازه‌گیری از رسم اولیه QL برابر ۳۳ میلیمتر می‌باشد. بنابراین ۳۳ میلیمتر برابر ۱۳ر۷

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۸-۱۲

رادیان بر ثانیه بوده و یا ۰٫۴۱۵ rad/s = ۱ mm. طول BC در امتداد محور مربوط به زمان به طور دلخواه برابر دو واحد (۱/۲۴ ثانیه) انتخاب و با اندازه‌گیری BD برابر ۰٫۷۸۳ رادیان می‌باشد. بنابراین

$$\omega_{max\ (-)} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{۰٫۷۸۳}{۱/۲۴} = ۱۸٫۸\ \text{rad/s}$$

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

حال از نقاط مربوط به تقسیمات محور مربوط به زمان و واقع بر روی منحنی تغییر مکان، مماسهایی رسم می‌کنیم. سپس از نقطهٔ P خطوطی موازی مماسهای فوق رسم کرده و بدین ترتیب مختصات قائم مربوط به نقاط واقع بر روی محور مربوط به زمان در شکل ۸-۱۲ ب را تعیین می‌کنیم. منحنی رسم‌شده از این مختصات، نمودار سرعت را مشخص می‌کند.

منحنی شتاب در شکل ۸-۱۲ ج نشان داده شده است. این منحنی براساس رسم مماسهای QU و FG از نقاط ماکزیمم شیبهای مثبت و منفی در شکل ۸-۱۲ ب ترسیم گردیده است. قطب P' در فاصله‌ای مناسب در سمت چپ مبدأ طوری انتخاب گردیده که پس از رسم $P'L'$ به موازات QU و $P'H'$ به موازات FG ارتفاع $H'L'$ از منحنی شتاب دارای مقداری مناسب بوده باشد. طول QT در امتداد محور مربوط به زمان شکل ۸-۱۲ ب معادل یک واحد (۱/۴۸ ثانیه) انتخاب شده و با اندازه‌گیری TU برابر ۱۶٫۳ رادیان می‌باشد. بنابراین

$$\alpha_{\max\,(+)} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{۱۶٫۳}{۱/۴۸} = ۷۸۴\ \text{rad/s}^{۲}$$

و به طوری که نشان داده شد، L' در فاصلهٔ ۷۸۴ می‌باشد. اندازهٔ $Q'L'$ در رسم اولیه برابر ۵۲٫۸ میلیمتر بوده و از این‌رو مقیاس شتاب به‌صورت $۵۲٫۸\text{mm} = ۷۸۴\text{rad/s}^{۲}$ و یا $۱\text{mm} = ۱۴٫۸\text{rad/s}^{۲}$ می‌باشد. از روی مثلث EFG

$$\alpha_{\max\,(-)} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{۱۷٫۷}{۱/۲۴} = ۴۲۶\ \text{rad/s}^{۲}$$

حال از نقاط مربوط به تقسیمات محور مربوط به زمان و واقع بر روی منحنی سرعت مماسهایی رسم می‌کنیم. آنگاه موازی با این مماسها از قطب P' خطوطی رسم کرده و بدین ترتیب مختصات قائم مربوط به نقاط واقع بر روی محور مربوط به زمان در شکل ۸-۱۲ ج را تعیین می‌کنیم. منحنی رسم‌شده از این مختصات، نمودار شتاب را مشخص می‌کند.

در این مسئله با استفاده از روش مستقیم رسم منحنی سرعت به جای سرعت حاصله از منحنی تغییر مکان می‌توان دقت سرعت و شتاب را به میزان قابل توجهی ترقی داد. با استفاده از دیاگرام سرعت نشان داده شده در شکل ۸-۶ می‌توان سرعت خطی نقطهٔ C را تعیین نمود. سرعت زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۴ برابر است با

$$\omega = \frac{V_C}{O_۴C}$$

از آنجاکه طول $O_۴C$ مقداری است ثابت، مقدار V_C نسبت مستقیم با ω دارد. بنابراین با استفاده از V_C تعیین شده از شکل ۸-۶ و رسم آنها در امتداد محور مربوط به زمان، نموداری را به دست خواهیم آورد که شباهت کامل به نمودار نشان داده شده در شکل ۸-۱۲ ب دارد.

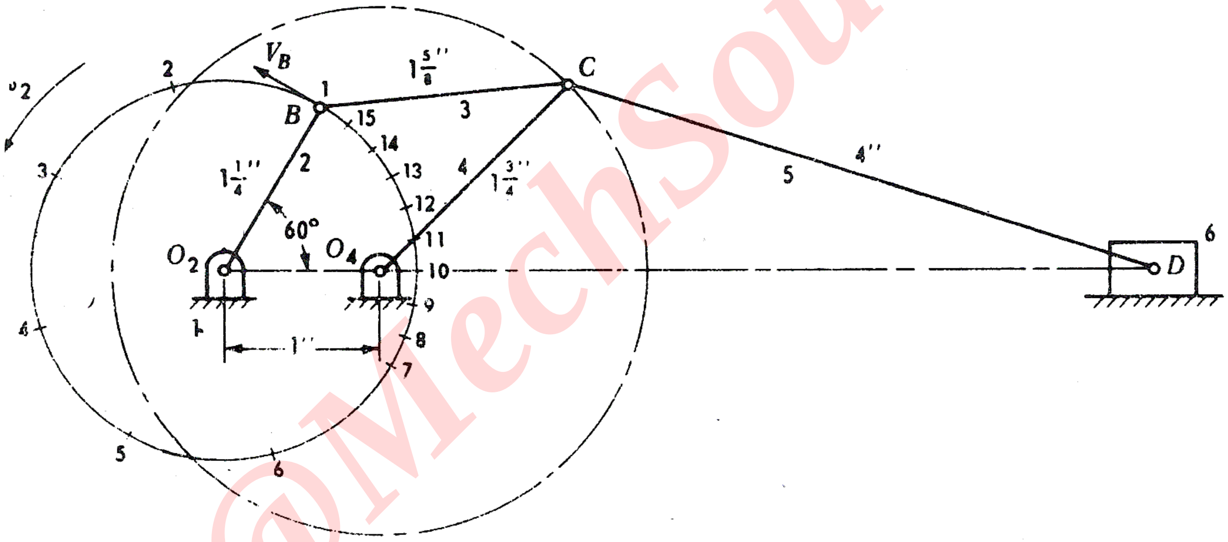
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

تمرینها

۸ ـ ۱ الف) نمودار سرعت[1] لغزنده شمارهٔ ۶ از مکانیزم با برگشت سریع نشان داده شده در شکل P۱ـ۸ را رسم کنید. فرض کنید V_B با برداری به طول ۵ر۰ اینچ نشان داده شده و ω_2 معادل ۶۰ دور در دقیقه و ثابت است. سرعت نقطهٔ D را برای ۱۵ وضعیت نشان داده شده B رسم کنید. وضعیتهای ۱ تا ۷ به فاصلهٔ ۴۰ درجه از یکدیگر می‌باشند. سایر وضعیتها به فاصلهٔ ۱۰ درجه از یکدیگر می‌باشند. برای تعیین سرعتهای نقطهٔ D از روش خط موازی مشروح در قسمت ۵ـ۳ که نیز در شکل ۸ـ۱ نشان داده شده است، استفاده کنید.

ب) با توجه به دور معلوم عضو شمارهٔ ۲ و طول داده شده برای بردار V_B مقیاسی برای سرعت به‌دست آورید که سرعتها را برحسب فوت در ثانیه بیان کند.



شکل P۱ـ۸

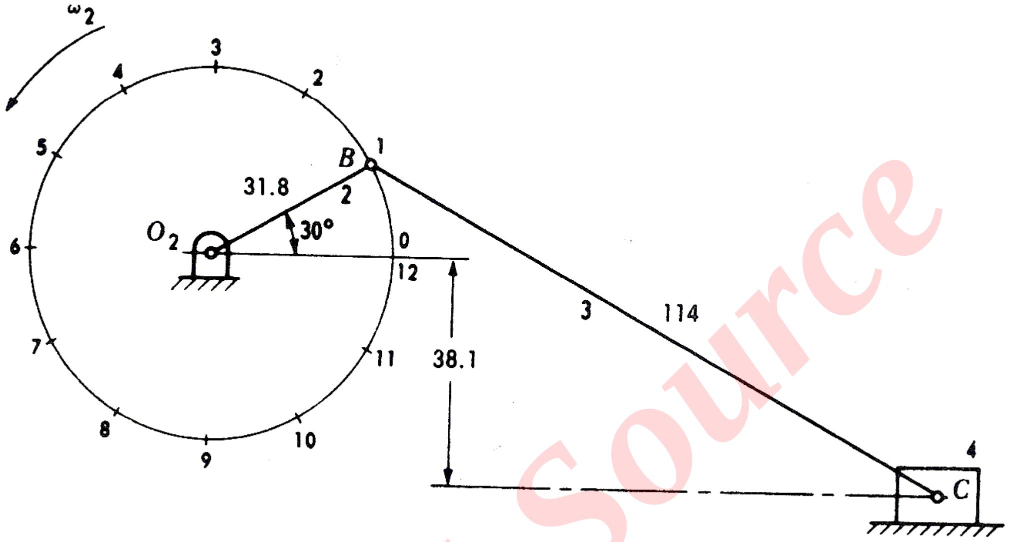
۸ ـ ۲ الف) نمودار سرعت لغزنده نشان داده شده در شکل P۲ـ۸ را ترسیم نمایید. ω_2 برابر ۴۰ دور در دقیقه و ثابت است. فرض کنید V_B با برداری به طول ۲۵ر۴ میلیمتر نشان داده شده است. برای تعیین سرعت لغزنده از روش کثیرالاضلاع سرعت استفاده کنید. برای هریک از ۱۲ وضعیت، قطب کثیرالاضلاع را منطبق بر وضعیت مربوط به B بگیرید. اگر V_C به طرف چپ است آنرا به طرف بالا و اگر به طرف راست است آن را به طرف پایین رسم کنید. مقیاس سرعت را چنان تعیین کنید که سرعتها را برحسب متر در ثانیه بیان کند.

1. velocity-space graph

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

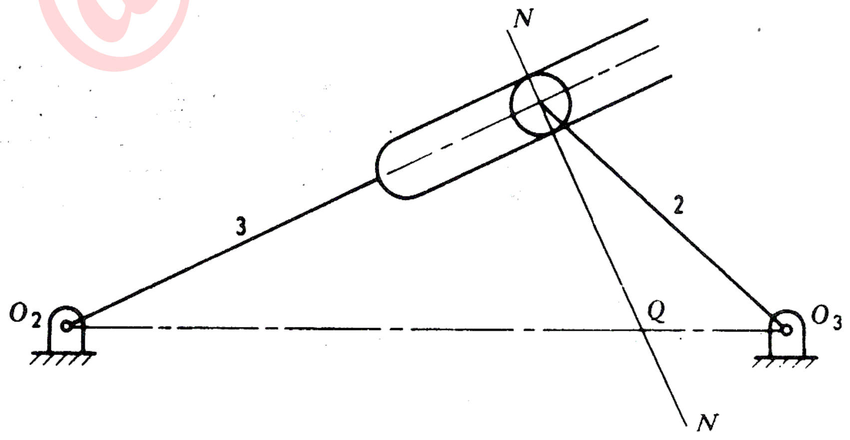
ب) نمودار شتاب[1] را برای لغزندهٔ شمارهٔ ۴ رسم کنید. برای تعیین شتاب لغزنده در هریک از ۱۲ وضعیت لنگ از روش کثیرالاضلاع استفاده کنید. برای شتاب از مقیاس ۱ mm = ۱۲ر۰ m/s۲ استفاده کنید. اگر A_C به طرف چپ است آن را در نمودار به طرف بالا و اگر به طرف راست است آن را به طرف پایین بگیرید.



شکل ۸ـP۲

۸ ـ ۳ الف) یک چرخ ژنوا را طراحی نمایید، با این تفاوت که به ازای هر دور متحرک، محرک پنج دور می‌زند. ترسیمی مشابه شکل ۳ـ۳۲ را رسم نمایید. از فاصلهٔ شعاعی ۲ر۷۶ میلیمتر استفاده کنید. پین محرک می‌بایست به طور مماس در شیار متحرک وارد گردیده تا ضربه و لرزشی ایجاد نگردد.

ب) شکل ۸ـP۳، مکانیزم را به طور اختصار نشان می‌دهد. در قسمت ۲ـ۱۲ شرح داده شد که



شکل ۸ـP۳

1. acceleration-space graph

https://t.me/MechSource
@MechSource

https://t.me/MechSource

نسبت سرعت زاویه‌ای برابر است با $\omega_2/\omega_3 = O_2Q/O_3Q$. خط N - N در شکل ۸ـP۳ خط انتقال می‌باشد. شکلی مشابه شکل ۸ـP۳ را با مقیاس حقیقی رسم نموده و زاویه‌ای که محرک از لحظهٔ ورود لغزنده به داخل شیار تا خروج آن از شیار می‌پیماید را به هشت قسمت مساوی تقسیم کنید. برای هریک از این هشت حالت، نسبت O_2Q/O_3Q را با اندازه‌گیری تعیین کنید.

ج) نمودار سرعت نسبت به زمان را برای پیرو رسم کنید. طول محور مربوط به زمان را معادل ۹۶ میلیمتر بگیرید. محرک با سرعت ثابت ۱۲۰ دور در دقیقه دوران می‌نماید. فرض کنید هر میلیمتر از مختصهٔ قائم نمایشگر ۱۰ رادیان بر ثانیه می‌باشد.

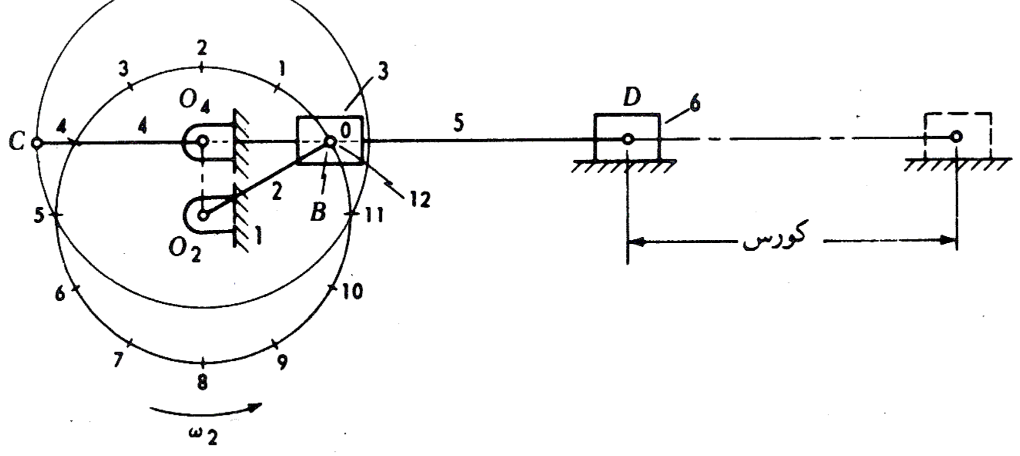
۸ ـ ۴ یک مکانیزم با برگشت سریع ویت‌ورث مشابه شکل ۳ـ۱۰، در شکل ۸ـP۴ نشان داده شده است. در حالت نشان داده شده، لغزندهٔ شمارهٔ ۶ در انتهای سمت چپ کورس خود قرار دارد. وضعیت مربوط به نقطهٔ B با ۰ مشخص گردیده است.

الف) شکلی مشابه شکل ۸ـP۴ رسم نموده و موقعیت نقطهٔ D را برای هریک از وضعیتهای B که به فاصلهٔ مساوی در روی دایرهٔ O_2B قرار دارند تعیین کنید. وضعیتهای مختلف D را با شماره‌های مربوطه‌در روی‌دایرهٔ O_2B مشخص‌کنید. $O_2O_4 =$ ۱۲٫۷mm، $O_2B =$ ۲۵٫۴mm، $O_4C =$ ۲۸٫۶mm، $CD =$ ۱۰۲ mm و ω_2 برابر ۶۰ دور در دقیقه ثابت می‌باشد.

ب) منحنی تغییر مکان لغزندهٔ شمارهٔ ۶ را نسبت به زمان رسم کنید. زمان لازم جهت یک دور گردش لنگ شمارهٔ ۲ را با ۱۰۲ میلیمتر در امتداد محور مربوط به زمان نشان داده و ۱۲ تغییر مکان را با طولهایی برابر نصف طول واقعی آنها نشان دهید.

ج) با استفاده از روش ترسیمی مشتق منحنیهای سرعت و شتاب را نسبت به زمان رسم کنید.

د) مقیاسهای زمان، تغییر مکان، سرعت و شتاب را به ترتیب برحسب ثانیه، میلیمتر، متر بر ثانیه و متر بر مجذور ثانیه تعیین نموده و تقسیمات را در امتداد محورها علامت بزنید.



شکل ۸ـP۴

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۹

تجزیه و تحلیل ریاضی

۹ ـ ۱ مقدمه

برای تعیین سرعتها در مکانیزمها سه روش ترسیمی مراکز آنی، سرعتهای نسبی و مشتقگیری به روش ترسیمی را آموختیم. همچنین برای پیداکردن شتابها دو روش شتابهای نسبی و مشتقگیری به روش ترسیمی را مورد مطالعه قرار دادیم. در این فصل چند روش تحلیلی برای تعیین سرعتها و شتابها در مکانیزمها مورد بحث قرار خواهد گرفت.

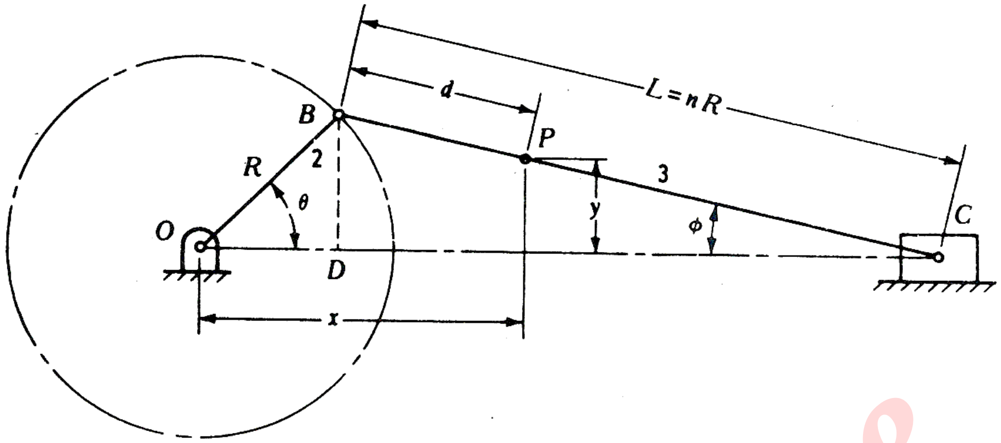
در حالت کلی، یک حل تحلیلی به مراتب دقیقتر از ترسیمی بوده ولی البته وقت زیادی را متصرف خواهد شد. همچنین احتمال اشتباه زیاد و شانس کنترل آن خیلی کم و نسبتاً مشکل می‌باشد. ولی به طوری که خواهیم دید یک مزیت تجزیه و تحلیل ریاضی آن است که روابط به‌دست آمده برای سرعت و شتاب نشان می‌دهند که چطور پارامترهای مختلف مکانیزم مثل طولها و موقعیتهای زاویه‌ای اعضاء در حرکت مکانیزم مؤثر می‌باشند. این مطلب در طراحی مکانیزمها برای ایجاد حرکتهای دلخواه (تجزیه و تحلیل حرکتها) بسیار ارزشمند می‌باشد. روشهای تحلیلی ابزار قدرتمندی در ترکیب‌بندی مکانیزمها بوده و اگر ابتدا بیاموزیم که چطور حرکت یک مکانیزم داده شده را تجزیه و تحلیل کنیم فهم آن خیلی آسانتر خواهد بود.

۹ ـ ۲ تجزیه و تحلیل به وسیلهٔ روابط مثلثاتی

روابطی که موقعیتهای اعضای مختلف یک مکانیزم را مشخص می‌کند، می‌تواند با استفاده از روابط مثلثاتی نوشته شده و برای تعیین سرعتها و شتابها می‌توان از این روابط مشتق گرفت. برای نشان دادن این روش، مکانیزم لنگ و لغزنده نشان داده شده در شکل ۹ـ۱ مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۹ـ۱

فرض کنید $n = L/R$ و $m = d/L$. با توجه به شکل

$$BD = L \sin\phi = R \sin\theta$$

$$\sin\phi = \frac{\sin\theta}{n} \qquad (۹\text{ـ}۱)$$

با استفاده از روابط مثلثاتی

$$\cos\phi = \sqrt{۱ - \sin^۲\phi}$$

بنابراین

$$\cos\phi = \sqrt{۱ - \frac{\sin^۲\phi}{n^۲}}$$

بسط سری بینم عبارت است از

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-۱}b + \frac{n(n-۱)}{۲!}a^{n-۲}b^۲ + \frac{n(n-۱)(n-۲)}{۳!}a^{n-۳}b^۳ + \dots$$

و برای عبارت $\sqrt{۱ - (\sin^۲\theta/n^۲)}$

$$a = ۱ \qquad b = \frac{-\sin^۲\theta}{n^۲} \qquad n = \frac{۱}{۲}$$

پس بسط آن عبارت است از

$$\sqrt{۱ - \frac{\sin^۲\theta}{n^۲}} = ۱ - \frac{۱}{۲}\frac{\sin^۲\theta}{n^۲} - \frac{۱}{۸}\frac{\sin^۴\theta}{n^۴} - \frac{۱}{۱۶}\frac{\sin^۶\theta}{n^۶}\dots$$

کمترین نسبت n معمولاً ۴ می‌باشد. با استفاده از مقدار $n = ۴$ و ماکزیمم مقدار θ $(\sin\theta = ۱)$ در

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

سری فوق جملات برابرند با

$$۱-\frac{۱}{۳۲}-\frac{۱}{۲۰۴۸}-\frac{۱}{۶۵۵۳۶}\ldots$$

می‌توانیم به استثنای جملات اول و دوم، از سایر آنها صرفنظر کنیم. بنابراین به طور تقریب

$$\cos\phi=\frac{۱}{n}\left(n-\frac{۱}{۲n}\sin^{۲}\theta\right)$$

تغییر مکان هر نقطه مانند P، در روی میلهٔ رابط عبارت است از

$$x=R\cos\theta+d\cos\phi=R\cos\theta+\frac{d}{n}\left(n-\frac{۱}{۲n}\sin^{۲}\theta\right) \qquad (۲\text{-}۹)$$

$$y=(L-d)\sin\phi=\frac{L-d}{n}\sin\theta \qquad (۳\text{-}۹)$$

با مشتق گرفتن از این روابط نسبت به زمان سرعت نقطهٔ P را در امتداد x و y به دست می‌آوریم

$$V_p^x=\frac{dx}{dt}=-R\omega_{۲}\left(\sin\theta+\frac{m}{۲n}\,۲\sin\theta\cos\theta\right)$$

$$=-R\omega_{۲}\left(\sin\theta+\frac{m}{۲n}\sin ۲\theta\right) \qquad (۴\text{-}۹)$$

$$V_P^y=\frac{dy}{dt}=R\omega_{۲}\,(۱-m)\cos\theta \qquad (۵\text{-}۹)$$

با قرار دادن $m=۱$ در دو رابطهٔ آخر، سرعت پیستون به دست می‌آید. بنابراین

$$V_c^x=-R\omega_{۲}\left(\sin\theta+\frac{۱}{۲n}\sin ۲\theta\right) \qquad (۶\text{-}۹)$$

$$V_c^y=۰ \qquad (۷\text{-}۹)$$

اگر لنگ دارای سرعت زاویه‌ای ثابت باشد

$$A_p^x=\frac{dV_p^x}{dt}=-R\omega_{۲}^{۲}\left(\cos\theta+\frac{m}{n}\cos ۲\theta\right) \qquad (۸\text{-}۹)$$

$$A_p^y=\frac{dV_p^y}{dt}=-R\omega_{۲}^{۲}\,(۱-m)\sin\theta \qquad (۹\text{-}۹)$$

با قرار دادن $m=۱$ در دو رابطهٔ آخر، شتاب پیستون به دست می‌آید. بنابراین

$$A_c^x=-R\omega_{۲}^{۲}\left(\cos\theta+\frac{۱}{n}\cos ۲\theta\right) \qquad (۱۰\text{-}۹)$$

$$A_c^y=۰ \qquad (۱۱\text{-}۹)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

با توجه به روابط (۹ـ۶) و (۹ـ۱۰) ملاحظه می‌کنیم که وقتی n برابر بینهایت می‌باشد، حرکت پیستون همان‌طور که در قسمت ۲ـ۷ بحث گردید یک حرکت نوسانی ساده است.

تغییر مکان زاویه‌ای میلهٔ رابط بنابر رابطهٔ (۹ـ۱) برابر است با

$$\phi = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\theta}{n}\right) \tag{۹ـ۱۲}$$

سرعت زاویه‌ای میلهٔ رابط برابر است با

$$\omega_3 = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\omega_2\sqrt{(1-\sin^2\theta)}}{\sqrt{(n^2-\sin^2\theta)}} \tag{۹ـ۱۳}$$

و شتاب زاویه‌ای میلهٔ رابط برابر است با

$$\alpha_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = \frac{\omega_2^2\sin\theta\cos^2\theta}{(n^2-\sin^2\theta)^{3/2}} - \frac{\omega_2^2\sin\theta}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta}} \tag{۹ـ۱۴}$$

به غیر از مکانیزم لنگ در حالت کلی تجزیه و تحلیل سرعتها و شتاب به وسیلهٔ روابط مثلثاتی خیلی مشکل می‌گردد. به همین دلیل در ادامهٔ فصل روش خلاصه‌تر دیگری که در آن از اعداد موهومی استفاده شده تشریح می‌گردد.

۹ ـ ۳ استفاده از بردارها به صورت اعداد موهومی

یک روش مناسب جهت بیان بردارها، نوشتن آنها به صورت اعداد موهومی است. قبل از آنکه به موضوع بعدی یعنی تجزیه و تحلیل سرعت و شتاب با استفاده از اعداد موهومی بپردازیم، بعضی تعاریف در مورد اعداد موهومی را دوره می‌نماییم.

پاره‌خط جهت‌دار نشان داده شده در شکل ۹ـ۲، یعنی بردار OP یک عدد موهومی را نشان می‌دهد که با Z نشان داده شده است. مقدار Z را می‌توان به صورت زیر نشان داد

$$Z = x + iy \tag{۹ـ۱۵}$$

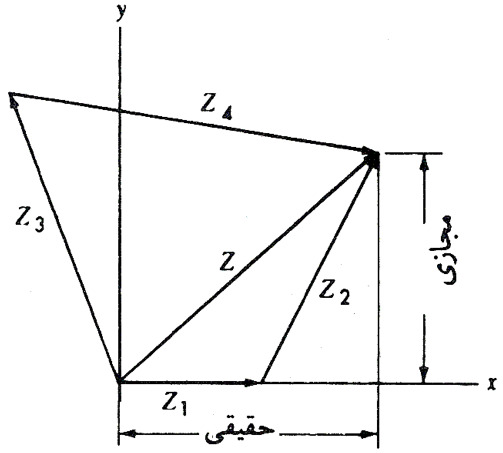
که در آن x *مؤلفهٔ حقیقی* و y *مؤلفهٔ مجازی* و یا موهومی نامیده می‌شود. مقدار i در رابطهٔ (۹ـ۱۵) یکه موهومی نامیده شده و با $\sqrt{-1}$ مشخص می‌گردد. اما x و y اعدادی حقیقی می‌باشند. موقعی که این روش مورد استفاده قرار می‌گیرد، صفحهٔ کارتزین صفحهٔ موهومی یا صفحهٔ Z نامیده می‌شود. r طول و یا قدر مطلق بردار را نشان داده و می‌توان آن را به صورت زیر نشان داد.

$$r = \sqrt{[\Re(Z)]^2 + [\Im(Z)]^2} \tag{۹ـ۱۶}$$

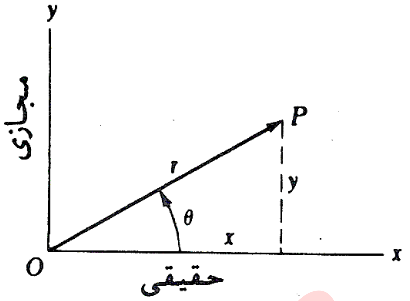
که در آن $\Re(Z)$ و $\Im(Z)$ به‌ترتیب مؤلفه‌های حقیقی و موهومی را نشان می‌دهند. مقدار r موقعی که از

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۹ـ۳



شکل ۹ـ۲

O به طرف P باشد مثبت و هنگامی که از P به طرف O باشد منفی است. جهت بردار به وسیلهٔ زاویهٔ θ که نسبت به جهت مثبت محور x اندازه‌گیری می‌شود مشخص می‌گردد. همان‌طور که نشان داده شده اگر θ در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت اندازه‌گیری گردد مثبت منظور شده و اگر در جهت گردش عقربه‌های ساعت اندازه‌گیری شود منفی است. با توجه به شکل ۹ـ۲

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{\Im(Z)}{\Re(Z)}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{\Im(Z)}{\Re(Z)} \tag{۱۷ـ۹}$$

ذکر این نکته حائز اهمیت است که یک بردار را می‌توان به طریق گوناگون به صورت جمع تعدادی بردار نشان داد. مثلاً در شکل ۹ـ۳

$$Z = Z_۱ + Z_۲ = Z_۳ + Z_۴$$

به علاوه، دو بردار تنها در صورتی با یکدیگر مساوی می‌باشند که مجموع قسمتهای حقیقی آنها باهم و قسمتهای موهومی آنها نیز با هم مساوی باشند. مجدداً در شکل ۹ـ۳ به شرطی که $(Z_۱ + Z_۲) = (Z_۳ + Z_۴)$

$$\Re(Z_۱) + \Re(Z_۲) = \Re(Z_۳) + \Re(Z_۴)$$

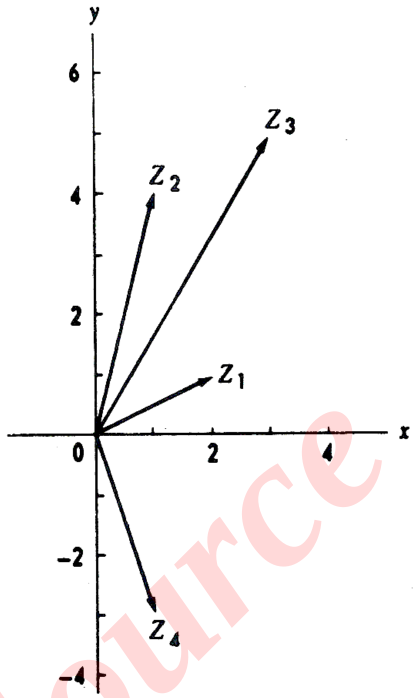
و

$$\Im(Z_۱) + \Im(Z_۲) = \Im(Z_۳) + \Im(Z_۴)$$

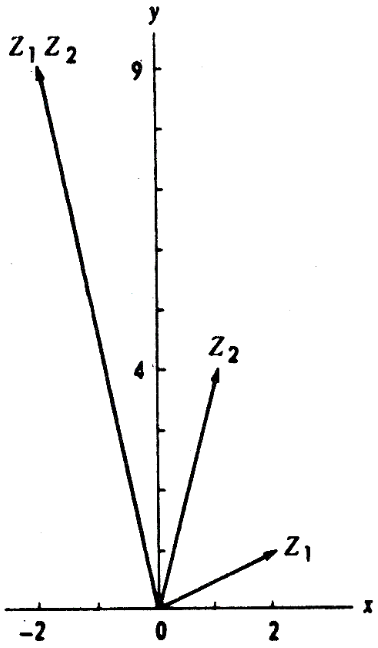
جمع، تفریق و ضرب اعداد موهومی، همانند اعداد حقیقی می‌باشند. فرض کنید در شکل ۹ـ۴

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۹ـ۴



شکل ۹ـ۵

$Z_1 = ۲ + i$ و $Z_2 = ۱ + i۴$. آنگاه $Z_3 = Z_1 + Z_2 = ۳ + i۵$ و $Z_4 = Z_1 - Z_2 = ۱ - i۳$. در ضرب اعداد موهومی حاصلضرب توانهای i می‌بایست به ساده‌ترین فرم خود درآورده شوند. بنابراین

$$i^۲ = \sqrt{-۱}\,\sqrt{-۱} = -۱$$

$$i^۳ = ii^۲ = \sqrt{-۱}\,(-۱) = -i$$

$$i^۴ = i^۲ i^۲ = -۱\,(-۱) = ۱$$

اگر $Z_1 = ۲ + i$ و $Z_2 = ۱ + i۴$ آنگاه $Z_1 Z_2 = ۲ + i + i۸ + i^۲۴ = -۲ + i۹$. بردارها در شکل ۹ـ۵ نشان داده شده‌اند.

با توجه به شکل ۹ـ۲ ملاحظه می‌شود که بردار $Z = x + iy$ را می‌توان در دستگاه قطبی به صورت زیر نشان داد.

$$Z = r\cos\theta + ir\sin\theta$$
$$= r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

از بسط سری مک‌لورن در زیر داریم

$$e^{i\theta} = ۱ + i\theta - \frac{\theta^۲}{۲!} - \frac{i\theta^۳}{۳!} + \frac{\theta^۴}{۴!} + \frac{i\theta^۵}{۵!} - \frac{\theta^۶}{۶!} - \ldots$$

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \ \dots$$

$$i\sin\theta = i\theta - \frac{i\theta^3}{3!} + \frac{i\theta^5}{5!} - \frac{i\theta^7}{7!} + \ \dots$$

به طوری که ملاحظه می‌کنیم اولین سری برابر مجموع سریهای دوم و سوم می‌باشد. بنابراین

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

و اگر به صورت نمایی نشان داده شود

$$Z = re^{i\theta} \qquad (۹\text{-}۱۸)$$

ضرب یک بردار در i بردار را به اندازهٔ ۹۰ درجه در جهت مثبت (خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت) می‌چرخاند. این مطلب در شکل ۹ـ۶، که $Z = a + ib$ و $iZ = ia + i^2b = -b + ia$ می‌باشد، نشان داده شده است. بنابراین

$$ire^{i\theta} = re^{i(\theta + 90^\circ)} \qquad (۹\text{-}۱۹)$$

مشتقگیری از بردارهایی که به فرم موهومی نشان داده شده‌اند، به روش معمول صورت می‌گیرد. مثلاً

$$\frac{d}{dt}e^{i\theta} = e^{i\theta}\frac{d}{dt}i\theta = ie^{i\theta}\frac{d\theta}{dt} = i\omega e^{i\theta} \qquad (۹\text{-}۲۰)$$

که در آن

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

اگر مجدداً مشتق گرفته و $\frac{d\omega}{dt}$ را با α نشان دهیم

$$\frac{d}{dt}(i\omega e^{i\theta}) = i\left(\omega\frac{d}{dt}e^{i\theta} + e^{i\theta}\frac{d\omega}{dt}\right)$$

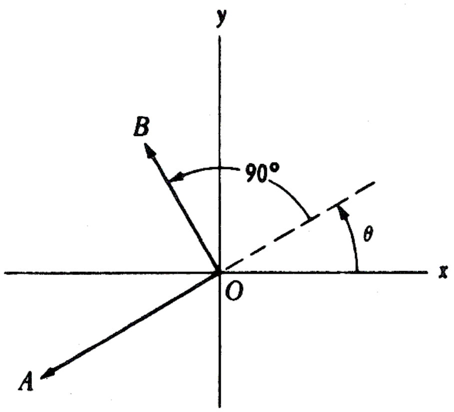
$$= i\,[\omega\,(i\omega e^{i\theta}) + e^{i\theta}\alpha]$$

$$= -\,\omega^2 e^{i\theta} + i\alpha e^{i\theta} \qquad (۹\text{-}۲۱)$$

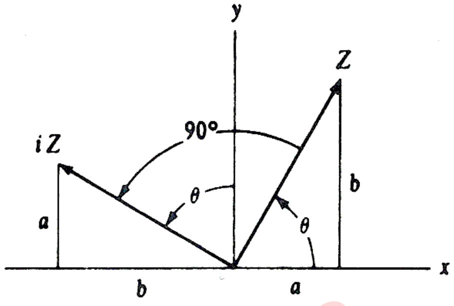
بردار $-\omega^2 e^{i\theta}$ در رابطهٔ (۹ـ۲۱) در شکل ۹ـ۷ با بردار OA نشان داده شده است. مقدار $e^{i\theta}$ برداری را نشان می‌دهد که نسبت به محور x زاویهٔ θ دارد. مقدار بردار برابر ω^2 بوده و علامت منفی آن این معنا را دارد که به جای آنکه بردار از A به O باشد از O به A می‌باشد. بردار دوم یعنی $i\alpha e^{i\theta}$ به وسیلهٔ OB

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۹ـ۷



شکل ۹ـ۶

نشان داده شده است. مقدار آن برابر α است. اگر i در جلوی این عبارت نمی‌بود این بردار نسبت به محور حقیقی دارای زاویهٔ θ می‌بود چراکه با نمای $i\theta$ نشان داده شده است. اما از آنجا که ضرب یک بردار در i بردار را به اندازهٔ ۹۰ درجه در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌چرخاند، بردار به صورت OB در می‌آید.

۹ ـ ۴ تجزیه و تحلیل به وسیلهٔ اعداد موهومی

در این قسمت چند رابطهٔ کلی برای به دست آوردن سرعت و شتاب اعضای مختلف یک مکانیزم برحسب سرعت و شتاب عضو محرک استخراج گردیده است. علاوه بر این، نشان داده شده است که چطور می‌توان سرعت و شتاب خطی نقطه‌ای واقع بر روی مکانیزم را حساب کرد.

مکانیزم چهارمیله‌ای

فرض کنید a، b، c و d در شکل ۹ـ۸ به ترتیب طول اعضای ۱، ۲، ۳ و ۴ را نشان دهند. زوایای θ_2، θ_3 و θ_4 به ترتیب موقعیت زاویه‌ای اعضای ۲، ۳ و ۴ را مشخص کرده و در صورتی که مطابق شکل در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت اندازه‌گیری شوند مثبت می‌باشند. طول قطر A به D با s نشان داده شده و زاویه‌ای راکه با خط OD می‌سازد با β نشان می‌دهیم. عضو شمارهٔ ۲ محرک فرض شده و ضمناً فرض می‌کنیم که موقعیت زاویه‌ای θ_2 معلوم می‌باشد.

زوایای θ_3 و θ_4 می‌توانند به شرح زیر محاسبه گردند. مثلث OAD را در نظر می‌گیریم. بنابراین

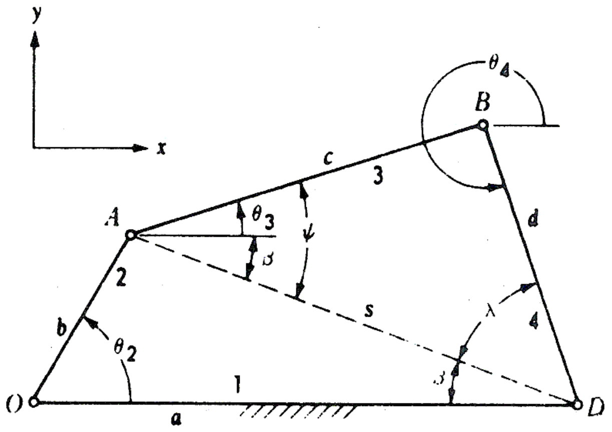
$$s = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta_2} \qquad (۹\text{-}۲۲)$$

و

$$\frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\theta_2}{s}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۹ـ۸

بنابراین

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{b}{s}\sin\theta_2\right) \qquad (۹\text{ـ}۲۳)$$

سپس برای مثلث ABD

$$d^2 = c^2 + s^2 - 2cs\cos\psi$$

بنابراین

$$\psi = \cos^{-1}\left(\frac{c^2 + s^2 - d^2}{2cs}\right) \qquad (۹\text{ـ}۲۴)$$

همچنین برای مثلث ABD

$$\frac{\sin\lambda}{c} = \frac{\sin\psi}{d}$$

بنابراین

$$\lambda = \sin^{-1}\left(\frac{c}{d}\sin\psi\right) \qquad (۹\text{ـ}۲۵)$$

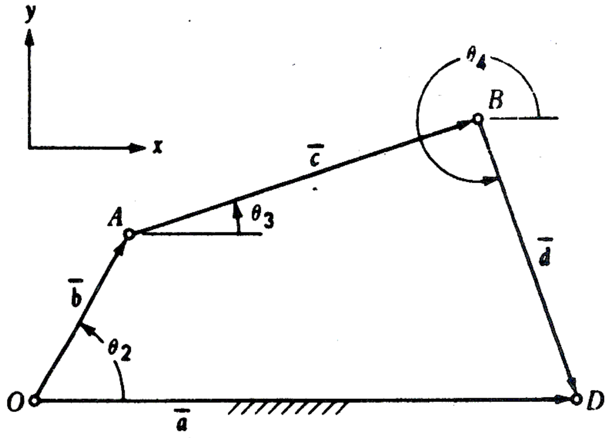
با استفاده از روابط (۹ـ۲۳) تا (۹ـ۲۵) می‌توان مقادیر β، ψ و λ را محاسبه نمود. آنگاه با توجه به شکل خاص مکانیزم، مقادیر θ_3 و θ_4 مشخص خواهند شد. مثلاً برای شکل نشان داده شده در (۹ـ۸) $\theta_3 = \psi - \beta$ و $\theta_4 = 360 - (\lambda + \beta)$.

حال سرعتها را در نظر خواهیم گرفت. شکل ۹ـ۹، یک مکانیزم چهارمیله‌ای را نشان می‌دهد که اعضای آن با بردارهای وضعیت $\bar{a}$، $\bar{b}$، $\bar{c}$ و $\bar{d}$ نشان داده شده‌اند. بنابراین

$$\bar{b} + \bar{c} + \bar{d} = \bar{a} \qquad (۹\text{ـ}۲۶)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۹ـ۹

با نشان دادن این بردارها به فرم تابع نمایی

$$\bar{a} = ae^{i\theta_1} = a$$

$$\bar{b} = be^{i\theta_2}$$

(۹ـ۲۷)

$$\bar{c} = ce^{i\theta_3}$$

$$\bar{d} = de^{i\theta_4}$$

با قرار دادن روابط (۹ـ۲۷) در رابطهٔ (۹ـ۲۶) به دست می‌آوریم که

$$be^{i\theta_2} + ce^{i\theta_3} + de^{i\theta_4} = a$$

حال اگر از این رابطه نسبت به زمان مشتق گرفته و فرض کنیم که

$$\omega_2 = \frac{d\theta_2}{dt} \qquad \omega_3 = \frac{d\theta_3}{dt} \qquad \omega_4 = \frac{d\theta_4}{dt}$$

آنگاه

$$ib\omega_2 e^{i\theta_2} + ic\omega_3 e^{i\theta_3} + id\omega_4 e^{i\theta_4} = 0 \qquad (۹ـ۲۸)$$

قسمتهای حقیقی و موهومی این رابطه عبارت‌اند از

$$\Re: -b\omega_2 \sin\theta_2 - c\omega_3 \sin\theta_3 - d\omega_4 \sin\theta_4 = 0$$

(۹ـ۲۹)

$$\Im: b\omega_2 \cos\theta_2 + c\omega_3 \cos\theta_3 + d\omega_4 \cos\theta_4 = 0$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

روابط (۹ـ۲۹) را می‌توان برای $\omega_۳$ و $\omega_۴$ به شرح زیر حل نمود

$$\omega_۳ = -\frac{b \sin \delta}{c \sin \epsilon}\omega_۲ \tag{۹ـ۳۰}$$

$$\omega_۴ = \frac{b \sin \gamma}{d \sin \epsilon}\omega_۲ \tag{۹ـ۳۱}$$

که در آنها

$$\begin{aligned} \delta &= \theta_۲ - \theta_۴ \\ \epsilon &= \theta_۳ - \theta_۴ \\ \gamma &= \theta_۲ - \theta_۳ \end{aligned} \tag{۹ـ۳۲}$$

بدین ترتیب با معلوم بودن سرعت زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۲ و استفاده از روابط (۹ـ۳۰) و (۹ـ۳۱) می‌توان سرعتهای زاویه‌ای اعضای شمارهٔ ۳ و ۴ را تعیین نمود.

با تعیین سرعت زاویه‌ای عضو شمارهٔ ۳ می‌توانیم سرعت خطی هر نقطه واقع بر این عضو را به شرح زیر حساب کنیم. فرض کنید نقطهٔ P از شکل ۹ـ۱۰ نقطه‌ای است که می‌خواهیم سرعتش را تعیین کنیم. بردار وضعیت $\bar{h}$ برابر است با

$$\bar{h} = \bar{b} + \bar{g}$$

یا به فرم نهایی

$$h = be^{i\theta_۲} + ge^{i\phi} \tag{۹ـ۳۳}$$

که در آن $b = OA$، $g = AP$ و ϕ زاویه‌ای است که خط AP نسبت به محور x می‌سازد. با مشتق گرفتن از رابطهٔ (۹ـ۳۳) و قرار دادن $d\phi/dt = \omega_۳$ سرعت نقطهٔ P یعنی $\bar{v}_P$ را به شرح زیر به دست می‌آوریم

$$\bar{v}_P = ib\omega_۲ e^{i\theta_۲} + ig\omega_۳ e^{i\phi} \tag{۹ـ۳۴}$$

مؤلفه‌های حقیقی و موهومی این رابطه عبارت‌اند از

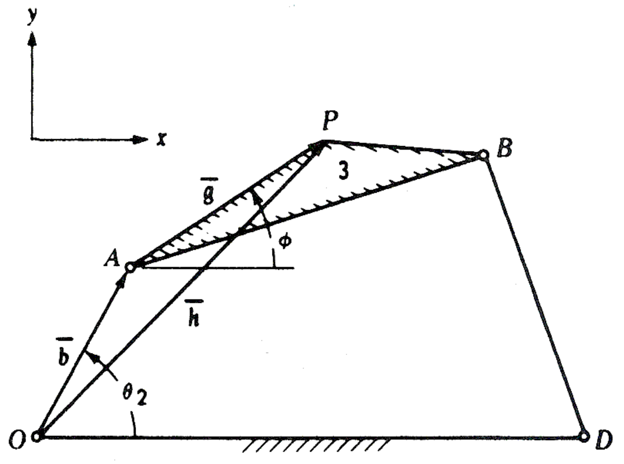
$$\begin{aligned} \Re(\bar{v}_P) &= -b\omega_۲ \sin\theta_۲ - g\omega_۳ \sin\phi \\ \Im(\bar{v}_P) &= b\omega_۲ \cos\theta_۲ + g\omega_۳ \cos\phi \end{aligned} \tag{۹ـ۳۵}$$

مقدار و امتداد $\bar{v}_P$ عبارت است از

$$v_P = \sqrt{[\Re(\bar{v}_P)]^۲ + [\Im(\bar{v}_P)]^۲} \tag{۹ـ۳۶}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۹ـ۱۰

و

$$\theta_P = \tan^{-1} \frac{\Im(\bar{v}_P)}{\Re(\bar{v}_P)} \tag{۹ـ۳۷}$$

حال شتابها را در نظر خواهیم گرفت. با مشتق گرفتن از رابطهٔ (۹ـ۲۸) نسبت به زمان و قرار دادن

$$\alpha_2 = \frac{d\omega_2}{dt} \qquad \alpha_3 = \frac{d\omega_3}{dt} \qquad \alpha_4 = \frac{d\omega_4}{dt}$$

داریم

$$(\omega_2^2 - i\alpha_2)\, be^{i\theta_2} + (\omega_3^2 - i\alpha_3)\, ce^{i\theta_3} + (\omega_4^2 - i\alpha_4)\, de^{i\theta_4} = 0$$

با بسط این رابطه برحسب قسمتهای حقیقی و موهومی دو رابطه نظیر روابط (۹ـ۲۹) را به دست خواهیم آورد که می‌توان آنها را برای α_3 و α_4 حل نمود. با انجام این کار و قرار دادن روابط (۹ـ۳۰) و (۹ـ۳۱) در نتایج حاصله به دست می‌آوریم که

$$\alpha_3 = \frac{\omega_3}{\omega_2}\alpha_2 - \frac{b\,\omega_2^2 \cos\delta + c\,\omega_3^2 \cos\epsilon + d\,\omega_4^2}{c \sin\epsilon} \tag{۹ـ۳۸}$$

$$\alpha_4 = \frac{\omega_4}{\omega_2}\alpha_2 + \frac{b\,\omega_2^2 \cos\gamma + c\,\omega_3^2 + d\,\omega_4^2 \cos\epsilon}{d \sin\epsilon} \tag{۹ـ۳۹}$$

روابط (۹ـ۳۸) و (۹ـ۳۹) به ترتیب شتابهای زاویه‌ای اعضای ۳ و ۴ را تعیین می‌نمایند.

شتاب خطی نقطه‌ای مانند P واقع بر روی عضو شمارهٔ ۳ از شکل ۹ـ۱۰، را می‌توان با مشتقگیری از رابطهٔ (۹ـ۳۴) نسبت به زمان به دست آورد. اگر این شتاب را با $\bar{a}_P$ نشان دهیم

$$\bar{a}_P = (-\,\omega_2^2 + i\alpha_2)\, be^{i\theta_2} + (-\,\omega_3^2 + i\alpha_3)\, ge^{i\theta}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

قسمتهای حقیقی و موهومی این رابطه عبارت‌اند از

$$\Re(\bar{a}_P) = -b(\omega_2^2 \cos\theta_2 + \alpha_2 \sin\theta_2) - g(\omega_3^2 \cos\phi + \alpha_3 \sin\phi)$$

(۹ـ۴۰)

$$\Im(\bar{a}_P) = -b(\omega_2^2 \sin\theta_2 - \alpha_2 \cos\theta_2) - g(\omega_3^2 \sin\phi - \alpha_3 \cos\phi)$$

بنابراین مقدار و امتداد $\bar{a}_P$ عبارت است از

$$a_p = \sqrt{[\Re(\bar{a}_P)]^2 + [\Im(\bar{a}_P)]^2}$$

و

$$\theta_P = \tan^{-1}\frac{\Im(\bar{a}_P)}{\Re(\bar{a}_P)}$$

مثال ۹ـ۱ خط محور بادامک نشان داده شده در شکل ۹ـ۱۱ الف، نسبت به خط OD زاویهٔ $45°$ دارد. سرعت زاویه‌ای بادامک برابر ۵ رادیان در ثانیه در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت و شتاب زاویه‌ای آن برابر ۲٫۵ رادیان در مجذور ثانیه در جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد. سرعت و شتاب زاویه‌ای پیرو را تعیین کنید.

حل: مطابق شرحی که در قسمت ۷ـ۵ رفت، یک مکانیزم چهارمیله‌ای معادل در شکل ۹ـ۱۱ ب نشان داده شده است. بنابراین $\theta_2 = 315°$، $\omega_2 = 5$ rad/sec و $\alpha_2 = -2.5$ rad/sec^2. اندازه‌ها عبارت‌اند از: $a = 7$ in، $b = 2.688$ in، $c = 5.438$ in و $d = 7.5$ m. سرعت و شتاب زاویه‌ای ω_4 و α_4 می‌بایست تعیین گردند. با قرار دادن مقادیر فوق در روابط (۹ـ۲۲) تا (۹ـ۲۵)

$$s = \sqrt{7^2 + 2.69^2 - 2(7)(2.69)(0.707)} = 5.45 \text{ in}$$

$$\beta = \sin^{-1}\left[\frac{2.69}{5.45}(-0.707)\right] = 20.4°$$

$$\psi = \cos^{-1}\left[\frac{5.44^2 + 5.45^2 - 7.50^2}{2(5.44)(5.45)}\right] = 87.1°$$

$$\lambda = \sin^{-1}\left[\frac{5.44}{7.5}(0.999)\right] = 46.4°$$

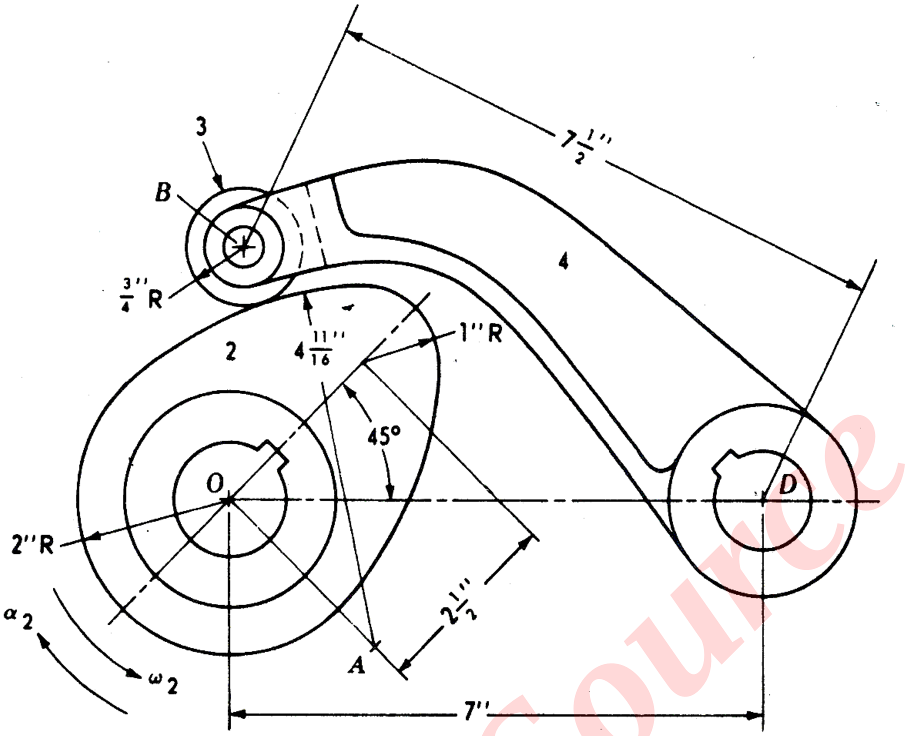
با توجه به شکل ۹ـ۱۱ ب

$$\theta_3 = \beta + \psi = 20.4 + 87.1 = 107.5°$$

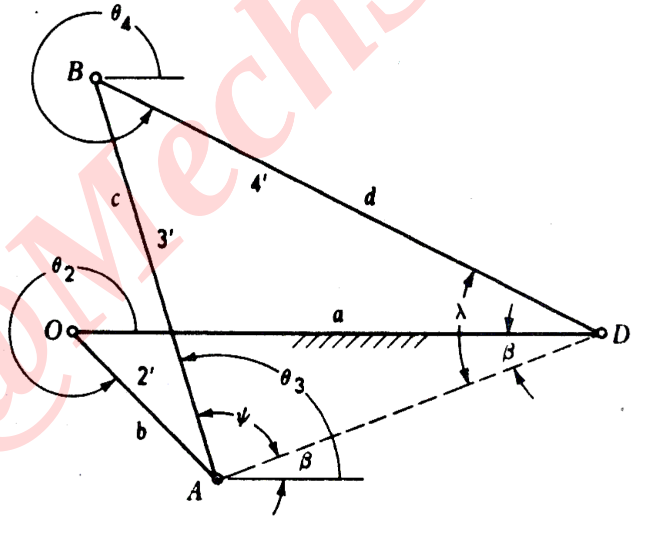
$$\theta_4 = 360 - (\lambda - \beta) = 360 - (46.4 - 20.4) = 334.0°$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



(الف)



(ب)

شکل ۹ـ۱۱

با توجه به شکل ۹ـ۳۲

$$\delta = ۳۱۵ - ۳۳۴{,}۰ = -۱۹{,}۰°$$

$$\epsilon = ۱۰۷{,}۵ - ۳۳۴{,}۰ = -۲۲۶{,}۵°$$

$$\gamma = ۳۱۵ - ۱۰۷{,}۵ = ۲۰۷{,}۵°$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

با قرار دادن در روابط (۹ـ۳۰) و (۹ـ۳۱) داریم

$$\omega_۳ = - \frac{۲٫۶۹ \,(-۰٫۳۲۶)\, ۵}{۵٫۴۴ \,(۰٫۷۲۵)} = ۱٫۱۱ \text{ rad/s}$$

$$\omega_۴ = \frac{۲٫۶۹ \,(-۰٫۴۶۲)\, ۵}{۷٫۵۰ \,(۰٫۷۲۵)} = -۱٫۱۴ \text{ rad/s}$$

از آنجا که نتیجه دارای یک علامت منفی می‌باشد، پس $\omega_۴$ در جهت گردش عقربه‌های ساعت است.
با قرار دادن در رابطهٔ (۹ـ۳۹) به شرح زیر شتاب زاویه‌ای پیرو را به دست می‌آوریم.

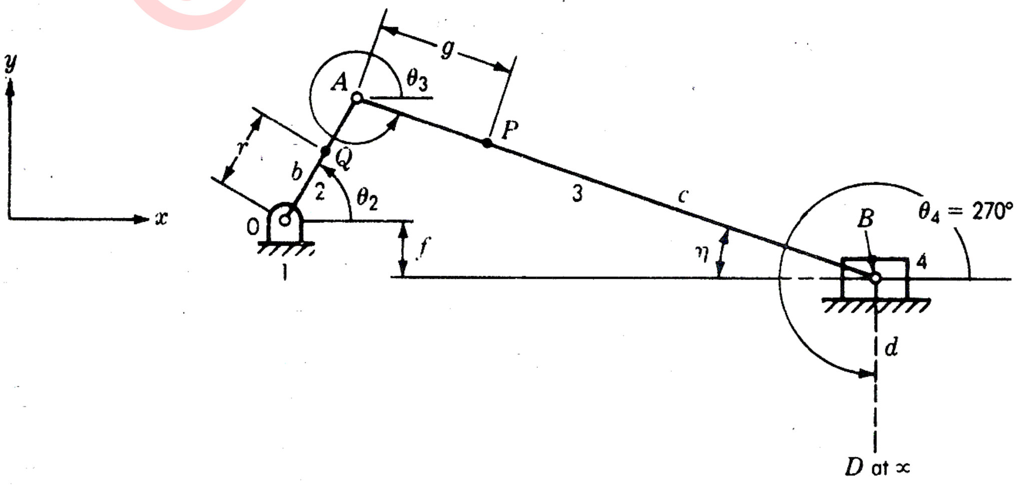
$$\alpha_۴ = \frac{-۱٫۱۴}{۵}(-۲٫۵) + \frac{۲٫۶۹\,(۲۵)\,(-۰٫۸۸۶) + ۵٫۴۴\,(۱٫۲۳) + ۷٫۵۰\,(۱٫۳۰)\,(-۰٫۶۸۶)}{۷٫۵۰\,(۰٫۷۲۷)}$$

$$= ۰٫۵۷۰ - ۱۰٫۹۲ = -۱۰٫۳۵ \text{ rad/s}^۲$$

علامت منفی نشان می‌دهد که شتاب در جهت عقربه‌های ساعت می‌باشد.

مکانیزم لنگ و لغزنده

یک حالت خاص از مکانیزم چهارمیله‌ای، مکانیزم لنگ و لغزنده‌ای است که در شکل ۹ـ۱۲ نشان داده شده است. در این شکل $\theta_۴$ ثابت و برابر ۲۷۰ درجه و d بینهایت می‌باشد و از این‌رو $\omega_۴ = \alpha_۴ = ۰$. همچنین $\delta = \theta_۲ - \theta_۴ = \theta_۲ - ۲۷۰°$، $\epsilon = \theta_۳ - \theta_۴ = \theta_۳ - ۲۷۰°$ و $\gamma = \theta_۲ - \theta_۳$. با قرار دادن این مقادیر در روابط (۹ـ۳۰) و (۹ـ۳۸) عبارات زیر را برای سرعت و



شکل ۹ـ۱۲

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

شتاب زاویه‌ای میلهٔ رابط به دست می‌آوریم

$$\omega_3 = -\frac{b\cos\theta_2}{c\cos\theta_3}\omega_2 \qquad (۹\text{-}۴۱)$$

$$\alpha_3 = \frac{\omega_3}{\omega_2}\alpha_2 + \frac{b\omega_2^2\sin\theta_2 + c\,\omega_3^2\sin\theta_3}{c\cos\theta_3} \qquad (۹\text{-}۴۲)$$

با توجه به شکل

$$c\sin\eta = b\sin\theta_2 + f$$

$$\eta = \sin^{-1}\left(\frac{b\sin\theta_2 + f}{c}\right) \qquad (۹\text{-}۴۳)$$

و

$$\theta_3 = 360^\circ - \eta \qquad (۹\text{-}۴۴)$$

بردارهای موقعیت: بردار موقعیت برای نقطهٔ Q عبارت است از

$$\bar{r} = re^{i\theta_2} \qquad (۹\text{-}۴۵)$$

بردار وضعیت برای P عبارت است از

$$\bar{h}_P = be^{i\theta_2} + ge^{i\theta_3} \qquad (۹\text{-}۴۶)$$

قسمتهای حقیقی و موهومی عبارت‌اند از

$$\Re(\bar{h}_P) = b\cos\theta_2 + g\cos\theta_3$$

$$\Im(\bar{h}_P) = b\sin\theta_2 + g\sin\theta_3 \qquad (۹\text{-}۴۷)$$

مقدار و امتداد $\bar{h}_P$ عبارت است از

$$h_P = \sqrt{[\Re(\bar{h}_P)]^2 + [\Im(\bar{h}_P)]^2}$$

$$\theta_P = \frac{\Im(\bar{h}_P)}{\Re(\bar{h}_P)}$$

سرعتها: سرعت نقطه Q برابر است با

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$\bar{v}_Q = i r \omega_۲ e^{i\theta_۲} \tag{۹-۴۸}$$

قسمتهای حقیقی و موهومی عبارت‌اند از

$$\Re(\bar{v}_Q) = -r\omega_۲ \sin\theta_۲$$
$$\Im(\bar{v}_Q) = r\omega_۲ \cos\theta_۲ \tag{۹-۴۹}$$

مقدار و امتداد $\bar{v}_Q$ عبارت‌اند از

$$v_Q = \sqrt{[\Re(\bar{v}_Q)]^۲ + [\Im(\bar{v}_Q)]^۲}$$

$$\theta'_Q = \tan^{-۱} \frac{\Im(\bar{v}_Q)}{\Re(\bar{v}_Q)}$$

معادله سرعت نقطه P مشابه رابطه (۹-۳۴) بوده و برابر است با

$$\bar{v}_P = i b \omega_۲ e^{i\theta_۲} + i g \omega_۳ e^{i\theta_۳} \tag{۹-۵۰}$$

که در آن قسمتهای حقیقی و موهومی عبارت‌اند از

$$\Re(\bar{v}_P) = -b\omega_۲ \sin\theta_۲ - g\omega_۳ \sin\theta_۳$$
$$\Im(\bar{v}_P) = b\omega_۲ \cos\theta_۲ + g\omega_۳ \cos\theta_۳ \tag{۹-۵۱}$$

مقدار و امتداد $\bar{v}_P$ عبارت است از

$$v_P = \sqrt{[\Re(\bar{v}_P)]^۲ + [\Im(\bar{v}_P)]^۲}$$

$$\theta'_P = \tan^{-۱} \frac{\Im(\bar{v}_P)}{\Re(\bar{v}_P)}$$

شتابها: شتاب نقطه Q برابر است با

$$\bar{a}_Q = (-\omega_۲^۲ + i\alpha_۲) r e^{i\theta_۲} \tag{۹-۵۲}$$

و قسمتهای حقیقی و موهومی عبارت‌اند از

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$\Re(\bar{a}_Q) = -r\,(\omega_2^2 \cos\theta_2 + \alpha_2 \sin\theta_2)$$

(۹-۵۳)

$$\Im(\bar{a}_Q) = -e\,(\omega_2^2 \sin\theta_2 - \alpha_2 \cos\theta_2)$$

مقدار و امتداد $\bar{a}_Q$ عبارت است از

$$a_Q = \sqrt{[\Re(\bar{a}_Q)]^2 + [\Im(\bar{a}_Q)]^2}$$

$$\theta''_Q = \tan^{-1}\frac{\Im(\bar{a}_Q)}{\Re(\bar{a}_Q)}$$

معادله شتاب نقطه P مشابه آخرین رابطه قبل از معادله (۹-۴۰) بوده و عبارت است از

$$\bar{a}_P = (-\omega_2^2 + i\alpha_2)\,be^{i\theta_2} + (-\omega_3^2 + i\alpha_3)\,ge^{i\theta_3} \qquad (۹\text{-}۵۴)$$

که در آن قسمتهای حقیقی و موهومی عبارت‌اند از

$$\Re(\bar{a}_P) = -b\,(\omega_2^2 \cos\theta_2 + \alpha_2 \sin\theta_2) - g\,(\omega_3^2 \cos\theta_3 + \alpha_3 \sin\theta_3)$$

(۹-۵۵)

$$\Im(\bar{a}_P) = -b\,(\omega_2^2 \sin\theta_2 - \alpha_2 \cos\theta_2) - g\,(\omega_3^2 \sin\theta_3 - \alpha_3 \cos\theta_3)$$

مقدار و امتداد $\bar{a}_P$ عبارت است از

$$a_P = \sqrt{[\Re(a_P)]^2 + [\Im(a_P)]^2}$$

$$\theta''_P = \tan^{-1}\frac{\Im(\bar{a}_P)}{\Re(\bar{a}_P)}$$

اگر در معادله موقعیت، سرعت، و شتاب نقطه P به جای g طول c را جایگزین کنیم، آنگاه موقعیت، سرعت، و شتاب پیستون را به شرح زیر به دست می‌آوریم

$$\Re(\bar{h}_B) = b\cos\theta_2 + c\cos\theta_3 \qquad (۹\text{-}۵۶)$$

$$\Re(\bar{v}_B) = -b\,\omega_2 \sin\theta_2 - c\omega_3 \sin\theta_3 \qquad (۹\text{-}۵۷)$$

$$\Re(\bar{a}_B) = -b\,(\omega_2^2 \cos\theta_2 + \alpha_2 \sin\theta_2) - c\,(\omega_3^2 \cos\theta_3 + \alpha_3 \sin\theta_3) \qquad (۹\text{-}۵۸)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

تمام این روابط چه امتداد حرکت نقطه B از نقطهٔ O بگذرد و چه نگذرد برای مکانیزم لنگ و لغزنده صادق می‌باشند.

ضمیمه ب شامل یک برنامه کامپیوتری برای تعیین موقعیتها، سرعتها و شتابهای لنگ و لغزنده می‌باشد. در این ضمیمه همچنین با استفاده از برنامه فوق یک مثال حل گردیده است.

مکانیزم صفحهٔ تراش[1]

این مکانیزم که در شکل ۹-۱۳ نشان داده شده است، برگردانی است از مکانیزم لنگ که عضو شمارهٔ ۲ آن به عنوان عضو ثابت اختیار گردیده است. توجه داشته باشید که نامگذاریها در شکل ۹-۱۳ همانند شکل ۹-۱۲ می‌باشد. در رابطهٔ (۹-۴۱) $\omega_۳$ و $\omega_۲$ را می‌توان به صورت $\omega_{۳/۱}$ و $\omega_{۲/۱}$ که به ترتیب نشان‌دهندهٔ سرعتهای زاویه‌ای اعضای شمارهٔ ۳ و ۲ نسبت به عضو ۱ می‌باشند نشان داد. بدین ترتیب رابطهٔ (۹-۴۱) به صورت زیر در می‌آید

$$\omega_{۳/۱} = -\frac{b\cos\theta_۲}{c\cos\theta_۳}\omega_{۲/۱}$$

و یا

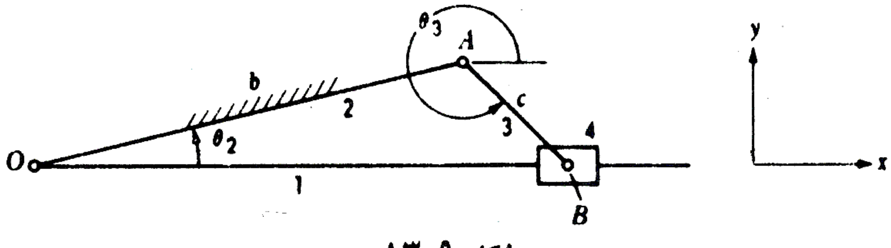
$$\omega_۳ - \omega_۱ = -\frac{b\cos\theta_۲}{c\cos\theta_۳}(\omega_۲ - \omega_۱) \qquad (۹\text{-}۵۹)$$

اگر رابطهٔ (۹-۵۹) را برای شکل ۹-۱۳ به کار بریم آنگاه $\omega_۲ = ۰$ و داریم

$$\omega_۳ - \omega_۱ = \frac{b\cos\theta_۲}{c\cos\theta_۳}\omega_۱$$

و یا

$$\omega_۱ = \frac{\omega_۳}{۱ + (b\cos\theta_۲)/(c\cos\theta_۳)} \qquad (۹\text{-}۶۰)$$



شکل ۹-۱۳

1. Crank-shaper mechanism

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

به همین ترتیب رابطهٔ (۹ـ۴۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\alpha_{3/1} = \frac{\omega_{3/1}}{\omega_{2/1}}\alpha_{2/1} + \frac{b\,\omega_{2/1}^2 \sin\theta_2 + c\,\omega_{3/1}^2 \sin\theta_3}{c\cos\theta_3}$$

و یا

$$\alpha_3 - \alpha_1 = \frac{\omega_3 - \omega_1}{\omega_2 - \omega_1}(\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{b\,(\omega_2 - \omega_1)^2 \sin\theta_2 + c\,(\omega_3 - \omega_1)^2 \sin\theta_3}{c\cos\theta_3}$$

و چون $\omega_2 = \alpha_2 = 0$

$$\alpha_3 - \alpha_1 = -\alpha_1\left(\frac{\omega_3 - \omega_1}{-\omega_1}\right) + \frac{b\omega_1^2 \sin\theta_2 + c\,(\omega_3 - \omega_1)^2 \sin\theta_3}{c\cos\theta_3}$$

و یا

$$\alpha_1 = \frac{\alpha_3 - [b\,\omega_1^2 \sin\theta_2 + c\,(\omega_3 - \omega_1)^2 \sin\theta_3]\,/\,(c\cos\theta_3)}{1 + (\omega_3 - \omega_1)\,/\,\omega_1} \qquad (۹\text{-}۶۱)$$

روابط (۹ـ۶۰) و (۹ـ۶۱) مقادیر ω_1 و α_1 را برحسب مقادیر معلوم ω_3 و α_3 و برعکس تعیین می‌نمایند.

مثال ۹ـ۲ بادامک نشان داده شده در شکل ۹ـ۱۴ الف، دارای سرعت زاویه‌ای ثابت ۳ رادیان در ثانیه در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت و شتاب زاویه‌ای ۱٫۵ رادیان در مجذور ثانیه در جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد. تعیین سرعت و شتاب زاویه‌ای پیرو مورد نظر می‌باشد. توجه داشته باشید که این مثال همان مثال ۷ـ۶ می‌باشد که قبلاً به طریقهٔ ترسیمی حل گردیده است.

حل: یک مکانیزم معادل در شکل ۹ـ۱۴ ب نشان داده شده و عملیات مطابق آنچه که در شکل ۷ـ۱۸ نشان داده شده دنبال می‌گردد. از آنجا که مکانیزم معادل از نوع مکانیزم صفحه‌تراش می‌باشد، به منظور کاربرد مستقیم روابط مربوطه از نامگذاری شکل ۹ـ۱۳ استفاده می‌کنیم. معلومات عبارت‌اند از $\theta_2 = -19°$، $\theta_3 = 286°$، $\omega_3 = 3$ rad/sec و $\alpha_3 = -1.5$ rad/sec². با قرار دادن این داده‌ها در روابط (۹ـ۶۰) و (۹ـ۶۱)

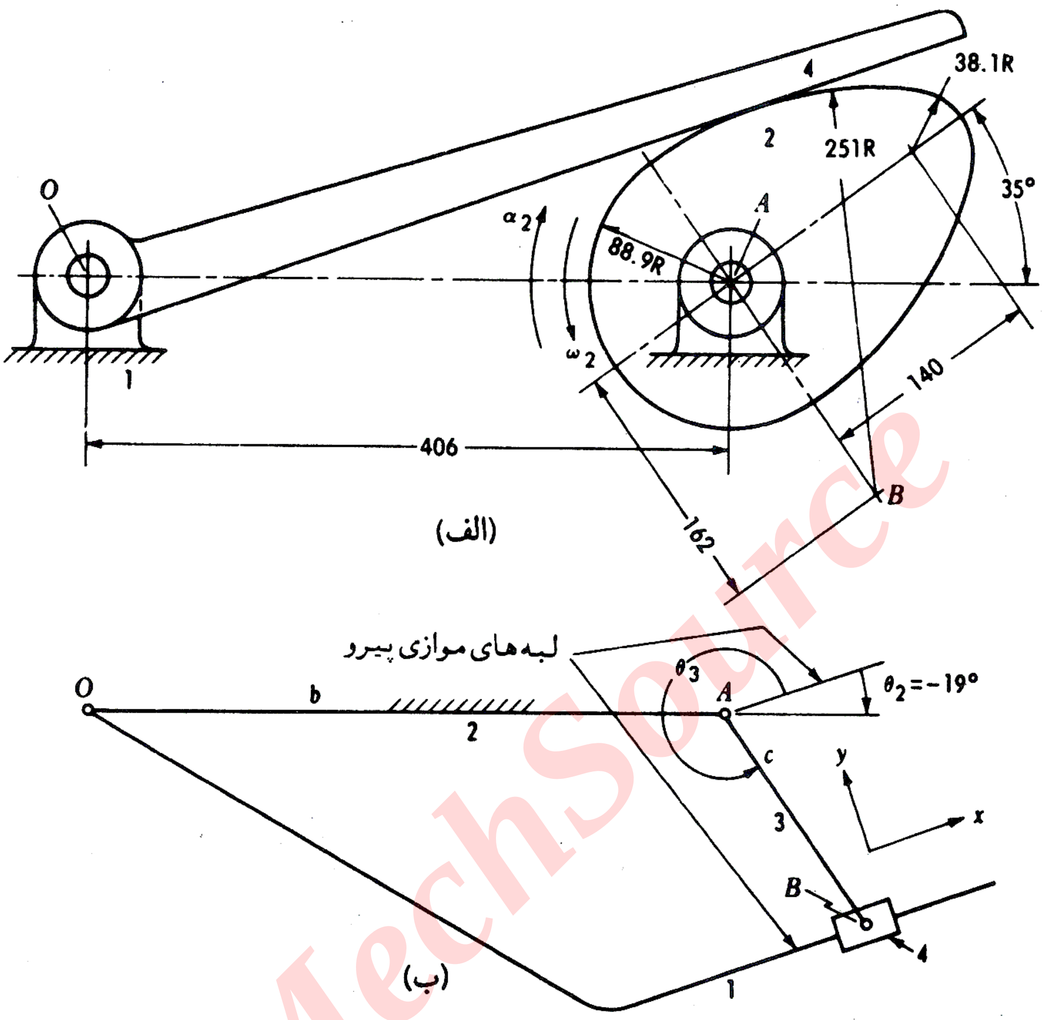
$$\omega_1 = \frac{3}{1 + [406\,(0.946)]\,/\,[162\,(0.276)]} = 0.313 \text{ rad/sec ccw}$$

$$\alpha_1 = \frac{-1.5 - [406\,(0.313)^2\,(-0.326) + 162\,(3 - 0.313)^2\,(-0.961)]\,[162(0.276)]}{1 + (3 - 0.313)\,/\,0.313}$$

$$= 2.51 \text{ rad/sec}^2 \text{ ccw}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۹ـ۱۴

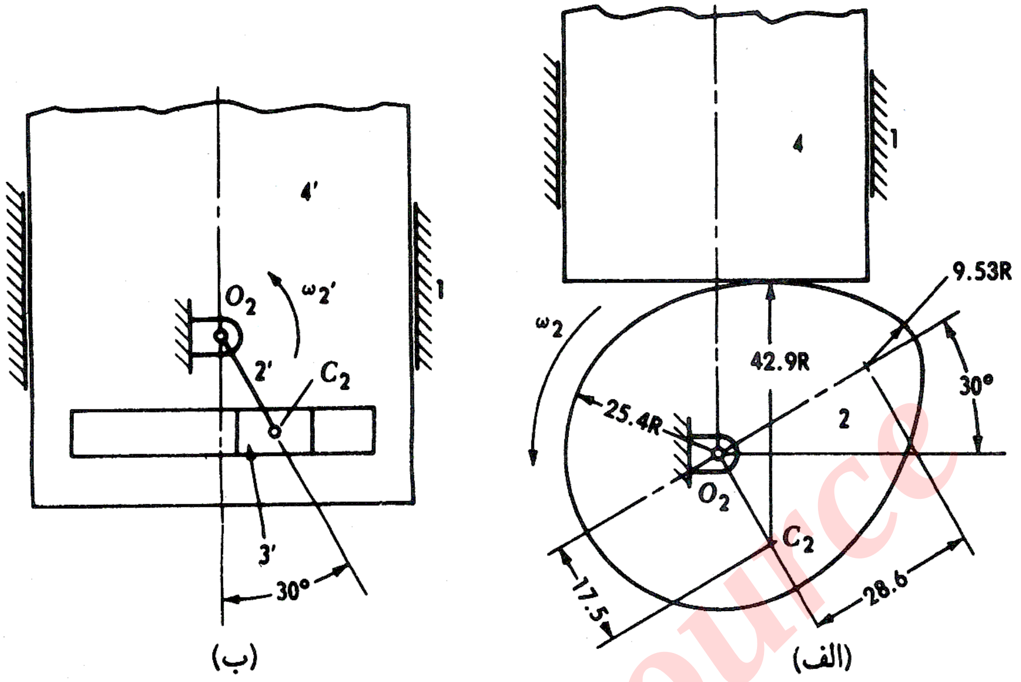
بنابراین در شکل ۹ـ۱۴ الف، $\omega_۴ = ۰٫۳۱۳$ rad/sec ccw و $\alpha_۴ = ۲٫۵۱$ rad/sec^۲ ccw.

مثال ۹ـ۳ بادامک نشان داده شده در شکل ۹ـ۱۵ الف، دارای سرعت زاویه‌ای ثابت ۳۰۰ دور در دقیقه در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت بوده و می‌خواهیم سرعت و شتاب عضو شمارهٔ ۴ را تعیین کنیم. $C_۲$ مرکز انحنای جسم شمارهٔ ۲ در نقطهٔ تماس می‌باشد. براساس بحث قسمت ۵ـ۷ مکانیزم چهارمیله‌ای معادل این مکانیزم در شکل ۹ـ۱۵ ب رسم شده است. از آنجا که $\omega_{۲'}$ ثابت می‌باشد، پس عضو ′۴ مطابق آنچه در قسمت ۲ـ۷ آمده دارای حرکت نوسانی ساده بوده و بنابراین

$$\omega_{۲'} = \frac{۲\pi\,(۳۰۰)}{۶۰} = ۳۱٫۴ \text{ rad/s}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۹ـ۱۵

آنگاه برای عضو ′۴ و بنابراین برای عضو ۴

$$V = -R\omega \sin \omega t = -R\omega \sin ۳۰° = -۰٫۰۱۷۵\ (۳۱٫۴)\ ۰٫۵ = -۰٫۲۷۵\ \text{m/s}$$

و

$$A = -R\omega^۲ \cos \omega t = -R\omega^۲ \cos ۳۰° = -۰٫۰۱۷۵\ (۳۱٫۴)^۲\ ۰٫۸۶۶ = -۱۴٫۹\ \text{m/s}^۲$$

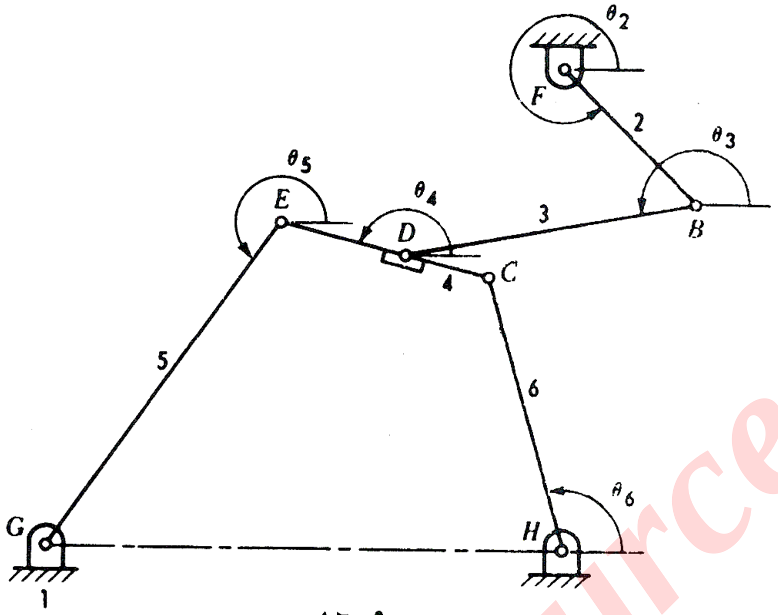
علامت منفی در نتایج به دست‌آمده، برای سرعت و شتاب نشانگر آن است که سرعت و شتاب پیرو به طرف بالا می‌باشند.

مکانیزمهای مرکب

مکانیزم نشان داده شده در شکل ۹ـ۱۶، یک مکانیزم مرکب است. محاسبهٔ سرعت و شتاب در یک مکانیزم مرکب را از نقطه‌ای که دارای سرعت و یا شتاب معلوم است و معمولاً نقطه‌ای که این مقادیر صفر است شروع کرده و از آنجا متوالیاً عضو به عضو مکانیزم را مورد بررسی قرار می‌دهیم. سرعت نسبی و یا مؤلفه‌های شتاب که به فرم نمایی نشان داده شده‌اند در طول این بررسی با یکدیگر جمع گردیده تا به نقطهٔ دیگری که دارای سرعت و یا شتاب معلوم است برسیم. این عمل را آن‌قدر ادامه می‌دهیم تا تمام اعضای مکانیزم در نظر گرفته شوند. به طوری که قبلاً انجام شد هر رابطهٔ برداری برحسب مقادیر حقیقی و موهومی به طور جداگانه نوشته شده که بدین ترتیب دو رابطهٔ جبری

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۹ـ۱۶

مستقل که شامل مجهولهای مختلف می‌باشند به دست خواهد آمد. روش فوق روابط کافی جهت تعیین مجهولها را در اختیار قرار خواهد داد.

برای نشان دادن این روش، شکل ۹ـ۱۶ را در نظر می‌گیریم. فرض شده که $\theta_۲$، $\theta_۳$، $\theta_۴$، $\theta_۵$، $\theta_۶$، $\omega_۲$ و $\alpha_۲$ معلوم می‌باشند. تعیین سرعت و شتاب کلیهٔ اعضا مورد نظر می‌باشد. فرض کنید $r_۲ = BF$، $r_۳ = BD$، $r_۴ = DE$، $r_۵ = EG$، $r_۶ = HC$ و $r_۷ = CE$.

سرعتها: از آنجا که نقاط F، G و H نقاطی می‌باشند که سرعتشان صفر است

$$V_{C/H} \mapsto V_{E/C} \mapsto V_{G/E} = ۰$$

یا

$$ir_۶\,\omega_۶\,e^{i\theta۶} + ir_۷\,\omega_۴\,e^{i\theta۴} + ir_۵\,\omega_۵\,e^{i\theta۵} = ۰ \qquad (۹\text{ـ}۶۲)$$

همچنین

$$V_{B/F} \mapsto V_{D/B} \mapsto V_{E/D} \mapsto V_{G/E} = ۰$$

یا

$$ir_۲\,\omega_۲\,e^{i\theta۲} + ir_۳\,\omega_۳\,e^{i\theta۳} + ir_۴\,\omega_۴\,e^{i\theta۴} + ir_۵\,\omega_۵\,e^{i\theta۵} = ۰ \qquad (۹\text{ـ}۶۳)$$

بنابراین مجموع قسمتهای حقیقی و موهومی روابط (۹ـ۶۲) و (۹ـ۶۳) عبارت‌اند از

$$-r_۶\omega_۶ \sin\theta_۶ - r_۷\omega_۴ \sin\theta_۴ - r_۵\omega_۵ \sin\theta_۵ = ۰$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$r_6\omega_6\cos\theta_6 + r_7\omega_4\cos\theta_4 + r_5\omega_5\cos\theta_5 = 0$$

$$-r_2\omega_2\sin\theta_2 - r_3\omega_3\sin\theta_3 - r_4\omega_4\sin\theta_4 - r_5\omega_5\sin\theta_5 = 0$$

$$r_2\omega_2\cos\theta_2 + r_3\omega_3\cos\theta_3 + r_4\omega_4\cos\theta_4 + r_5\omega_5\cos\theta_5 = 0$$

پس از آنکه مقادیر معلوم به جایشان قرار داده شد، می‌توان روابط فوق را برای مجهولهای ω_3، ω_4، ω_5 و ω_6 حل نمود.

شتابها: نقاط F، G و H دارای شتاب صفر می‌باشند. بنابراین

$$A^n_{C/H} \leftrightarrow A^t_{C/H} \leftrightarrow A^n_{E/C} \leftrightarrow A^t_{E/C} \leftrightarrow A^n_{G/E} \leftrightarrow A^t_{G/E} = 0$$

یا

$$-r_6\omega_6^2 e^{i\theta_6} + r_6\alpha_6 ie^{i\theta_6} - r_7\omega_4^2 e^{i\theta_4} + r_7\alpha_4 i e^{i\theta_4} - r_5\omega_5^2 e^{i\theta_5} + r_5\alpha_5 i e^{i\theta_5} = 0$$

(۹-۶۴)

همچنین

$$A^n_{B/F} \leftrightarrow A^t_{B/F} \leftrightarrow A^n_{D/B} \leftrightarrow A^t_{D/B} \leftrightarrow A^n_{E/D} \leftrightarrow A^t_{E/D} \leftrightarrow A^n_{G/E} \leftrightarrow A^t_{G/E} = 0$$

یا

$$-r_2\omega_2^2 e^{i\theta_2} + r_2\alpha_2 ie^{i\theta_2} - r_3\omega_3^2 e^{i\theta_3} + r_3\alpha_3 ie^{i\theta_3} - r_4\omega_4^2 e^{i\theta_4} + r_4\alpha_4 ie^{i\theta_4} - r_5\omega_5^2 e^{i\theta_5} + r_5\alpha_5 ie^{i\theta_5} = 0$$

(۹-۶۵)

آنگاه با جمع قسمتهای حقیقی و موهومی روابط (۹-۶۴) و (۹-۶۵)

$$-r_6\omega_6^2\cos\theta_6 - r_6\alpha_6\sin\theta_6 - r_7\omega_4^2\cos\theta_4 - r_7\alpha_4\sin\theta_4 - r_5\omega_5^2\cos\theta_5 - r_5\alpha_5\sin\theta_5 = 0$$

$$-r_6\omega_6^2\sin\theta_6 + r_6\alpha_6\cos\theta_6 - r_7\omega_4^2\sin\theta_4 + r_7\alpha_4\cos\theta_4 - r_5\omega_5^2\sin\theta_5 + r_5\alpha_5\cos\theta_5 = 0$$

$$-r_2\omega_2^2\cos\theta_2 - r_2\alpha_2\sin\theta_2 - r_3\omega_3^2\cos\theta_3 - r_3\alpha_3\sin\theta_3 - r_4\omega_4^2\cos\theta_4 - r_4\alpha_4\sin\theta_4$$
$$- r_5\omega_5^2\cos\theta_5 - r_5\alpha_5\sin\theta_5 = 0$$

$$-r_2\omega_2^2\sin\theta_2 + r_2\alpha_2\cos\theta_2 - r_3\omega_3^2\sin\theta_3 + r_3\alpha_3\cos\theta_3 - r_4\omega_4^2\sin\theta_4 + r_4\alpha_4\cos\theta_4$$
$$+ r_5\omega_5^2\sin\theta_5 + r_5\alpha_5\cos\theta_5 = 0$$

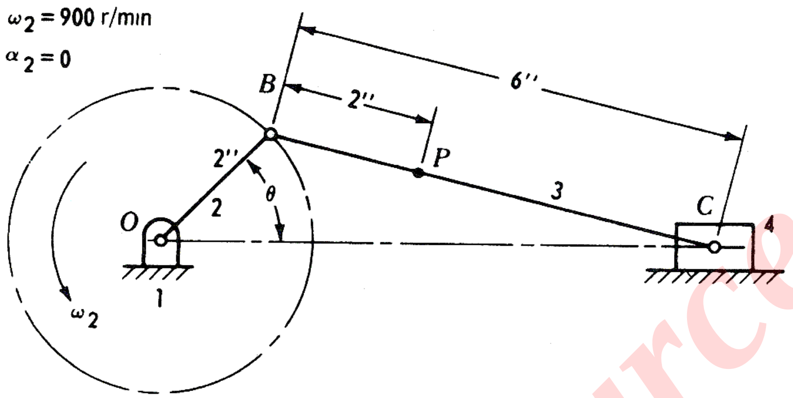
حال مقادیر عددی تمام کمیتهای معلوم را در این چهار رابطه قرار می‌دهیم. بدین ترتیب می‌توان این روابط را برای تعیین مقادیر عددی α_3، α_4، α_5 و α_6 حل نمود.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

تمرینها

۹ـ۱ با استفاده از نتایج قسمت ۹ـ۲ و قرار دادن °۱۸۰، °۱۳۵، °۹۰، °۴۵ و صفر درجه برای θ سرعت و شتاب لغزنده شکل ۹ـP1 را برحسب فوت بر ثانیه و فوت بر مجذور ثانیه تعیین کنید.



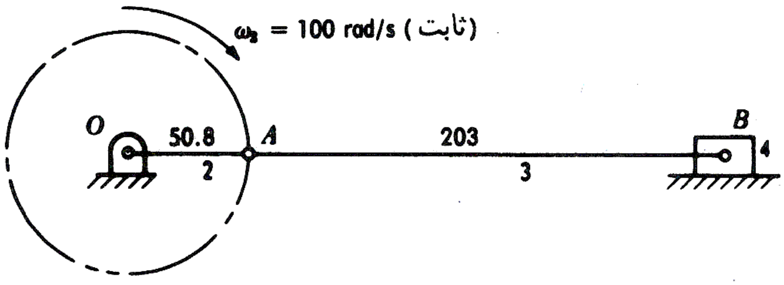
شکل ۹ـP1

۹ـ۲ با استفاده از نتایج قسمت ۹ـ۲ و قرار دادن $\theta = ۹۰°$ سرعت و شتاب نقطهٔ P از شکل ۹ـP1 را برحسب فوت بر ثانیه و فوت بر مجذور ثانیه تعیین کنید. در هر حالت زاویه‌ای را که بردار برآیند نسبت به محور x می‌سازد نشان دهید.

۹ـ۳ یک مکانیزم لنگ و لغزنده که طول لنگ آن ۵۰٫۸ میلیمتر و طول میلهٔ رابط آن ۱۵۲ میلیمتر می‌باشد، در سرعتی معادل ۳۰۰۰ دور در دقیقه کار می‌کند. ماکزیمم مقدار سرعت و شتاب را برحسب متر بر ثانیه و متر بر مجذور ثانیه تعیین نموده و حساب کنید در چه زاویه‌ای از لنگ این ماکزیممها اتفاق می‌افتد.

۹ـ۴ مکانیزم لنگ و لغزنده‌ای مشابه شکل ۹ـ۱، دارای $R = ۶۳٫۵$ mm و $L = ۱۵۲$ mm می‌باشد. لنگ دارای سرعتی ثابت به میزان ۱۸۰۰ دور در دقیقه می‌باشد. با استفاده از روابط قسمت ۹ـ۲ سرعت و شتاب زاویه‌ای میلهٔ رابط را برای وضعیتی از لنگ که $\theta = ۳۰°$ می‌باشد، برحسب رادیان بر ثانیه و رادیان بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

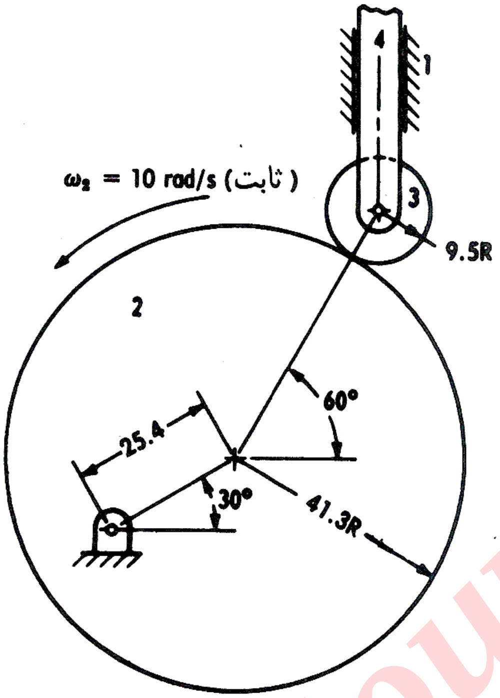
۹ـ۵ با استفاده‌از روابط قسمت ۹ـ۴، شتاب پیستون را برای وضعیت نشان داده‌شده در شکل ۹ـP5



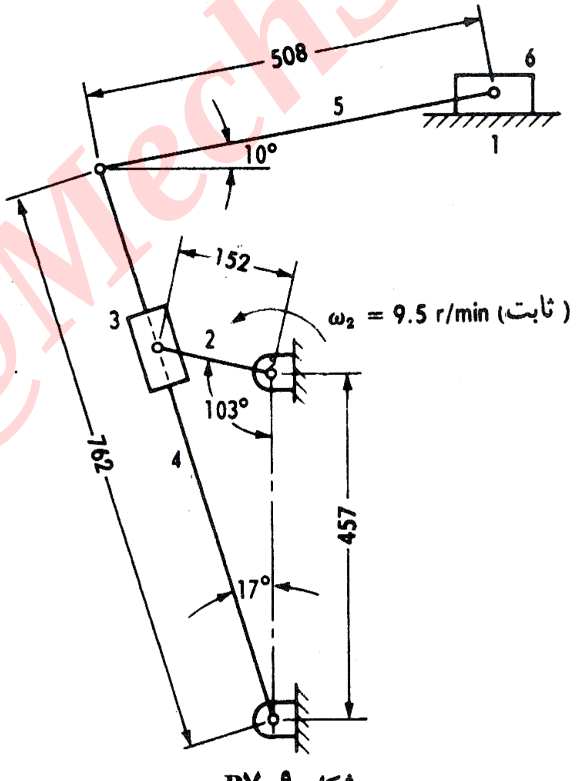
شکل ۹ـP5

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۹ـP٦



شکل ۹ـP۷

برحسب متر بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

۹ ـ ٦ الف) مطابق آنچه که در قسمت ۷ـ۵ آمده، مکانیزم معادلی از نوع مکانیزم لنگ و لغزنده را

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

برای بادامک نشان داده شده در شکل ۹ـP۶ رسم کنید.

ب) با استفاده از روابط قسمت ۹ـ۴ این مکانیزم معادل را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهید. محور xرا به طرف بالا و محور yرا به طرف چپ انتخاب کرده و آنها را نامگذاری کنید. سرعت و شتاب پیرو را برحسب متر بر ثانیه و متر بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

۹ـ۷ با استفاده از روابط ۹ـ۴، سرعت و شتاب لغزنده شمارهٔ ۶ از مکانیزم صفحه‌تراش شکل ۹ـP۷ را برحسب متر در دقیقه و متر در مجذور دقیقه تعیین کنید.

۹ـ۸ برای مکانیزم بادامکی نشان داده شده در شکل ۷ـP۱۶، مکانیزم معادلی از نوع مکانیزم صفحهٔ تراش رسم و با استفاده از روابط قسمت ۹ـ۴، سرعت و شتاب ω_4 و α_4 را به ترتیب برحسب رادیان بر ثانیه و رادیان بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۰

بادامکها

۱۰ـ۱ مقدمه

بادامک عضوی از ماشین بوده که با شکل نامنظم خود به عنوان یک محرک، حرکت را به عضو دیگری به نام پیرو انتقال می‌دهد. پیرو ممکن است در روی بادامک غلتشی بوده و یا لغزشی. بادامکها به دلیل آنکه در عین سادگی قادر به تأمین هر نوع حرکت پیرو می‌باشند، از مکانیزمهای بسیار مهم محسوب می‌گردند. از این رو جزو اجزایی قرار دارند که اغلب در ماشینها مخصوصاً ماشینهای اتوماتیک مثل ماشینهای چاپ، ماشینهای ابزار، ماشینهای احتراق داخلی و حسابگرهای مکانیکی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۱۰ـ۲ انواع بادامکها

بعضی از انواع متداول بادامک عبارت‌اند از:

۱. بادامکهای دیسکی[1]

۲. بادامکهای انتقالی[2]

۳. بادامکهای استوانه‌ای[3]

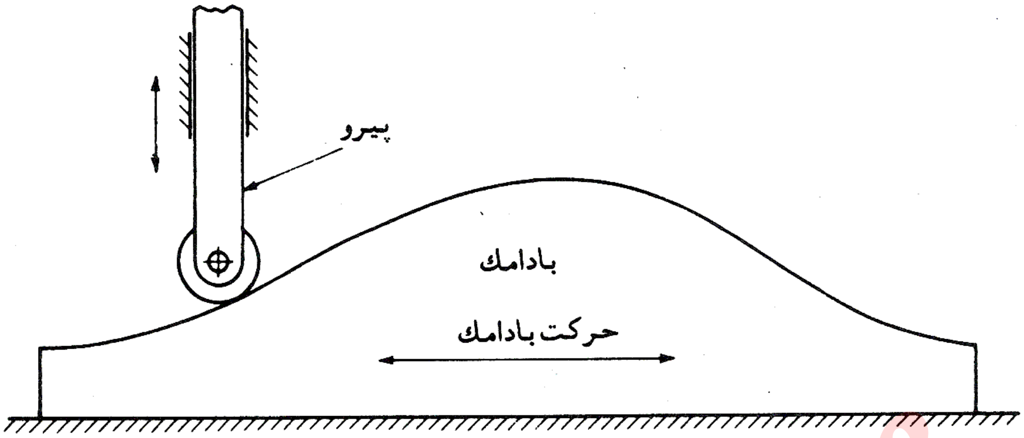
شکل ۱۰ـ۱، یک بادامک انتقالی را نشان می‌دهد. در شکل ۱۰ـ۲ یک بادامک دیسکی نشان داده شده است. بادامکهای دیسکی معمولاً با سرعت ثابت دوران نموده و در طول این فصل، ما سرعت زاویه‌ای آنها را ثابت منظور خواهیم نمود. بادامکهای استوانه‌ای بعداً در همین فصل مورد بحث قرار خواهند گرفت.

---

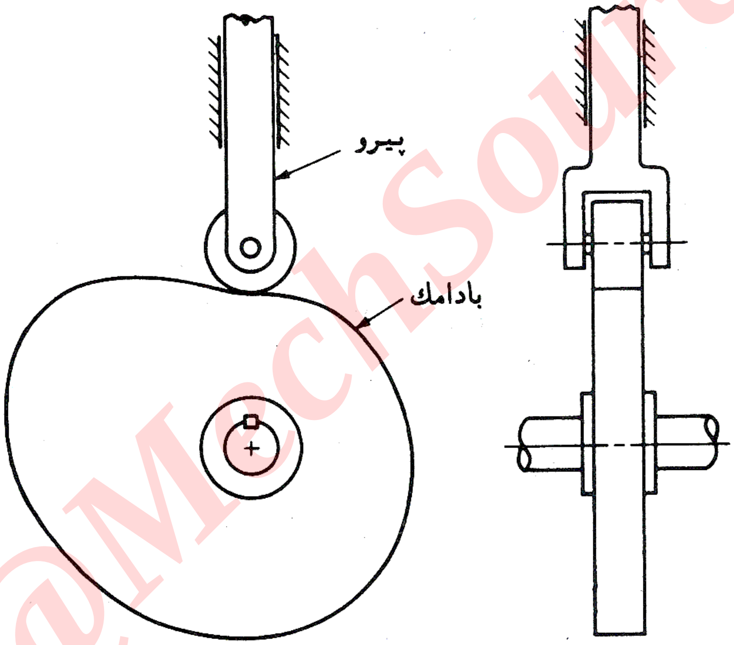
1. Disk cams 2. Translation cams 3. Cylindrical cams

@MechSource
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۰ـ۱



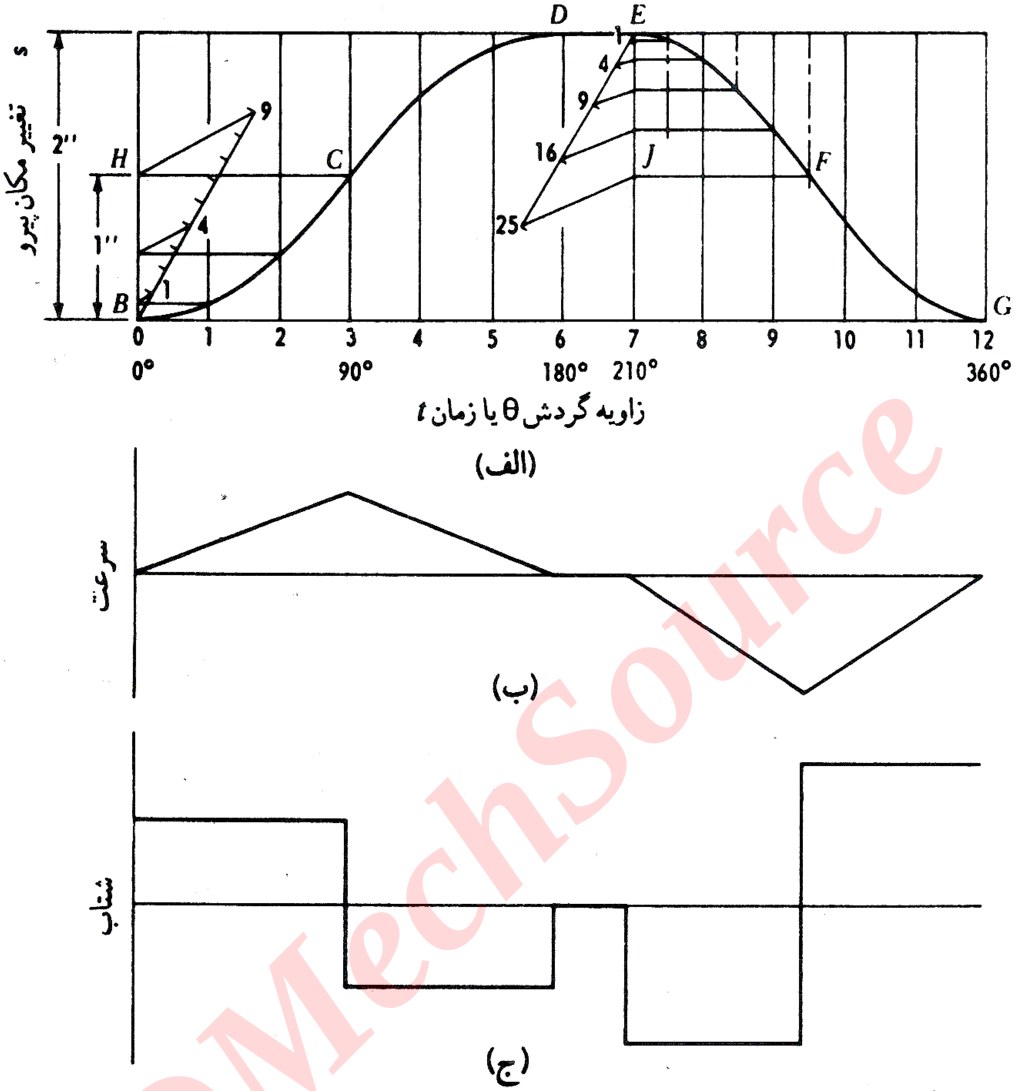
شکل ۱۰ـ۲

۱۰ ـ ۳ منحنی تغییر مکان

منحنی تغییر مکان عبارت است از یک منحنی که جابه‌جایی پیرو را به صورت تابعی از زمان نشان می‌دهد. یک نمونه از این منحنی در شکل ۱۰ـ۳ الف نشان داده شده است. درجات گردش بادامک بر روی محور افقی رسم شده و طول منحنی یک دور کامل بادامک را نشان می‌دهد. از آنجا که دور بادامک ثابت می‌باشد، فواصل مساوی درجات نیز نشان‌دهنده فواصل مساوی ازدیاد زمان می‌باشند. مقدار جابه‌جایی پیرو در امتداد محور قائم جدا می‌گردد. منحنی تغییر مکان شکل بادامک را تعیین می‌کند. در تجزیه و تحلیل یک بادامک موجود و یا طراحی یک بادامک جدید منحنی تغییر مکان از اطلاعات اولیه می‌باشد. از آنجا که این منحنی به‌طور ایده‌آل تغییرات مکان را

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۰ـ۳

نسبت به زمان نشان می‌دهد می‌توان با مشتقهای متوالی، منحنی تغییرات سرعت و شتاب را نسبت به زمان تعیین نمود. مشتق شتاب نسبت به زمان اصطلاحاً جرک[1] نامیده می‌شود. به علت تأثیر نیروهای اینرسی که موجب ارتعاش، صدا، تنشهای بی‌حد و خوردگی می‌گردند، شتاب پیرو در سرعتهای بسیار زیاد بسیار حائز اهمیت می‌باشد. ضربه یک معیار و یا میزان جهت اندازه‌گیری تغییرات نیروی اینرسی نسبت به زمان بوده و بنابراین نشان‌دهندهٔ ویژگیهای ضربه ناشی از بارها می‌باشد. تجربه نشان داده که جرک بینهایت موجب ارتعاش در مجموعهٔ پیرو شده که بدین ترتیب در عمر بادامک مؤثر خواهد بود.

1. jerk or pulse

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

چهار نوع حرکت متداول پیرو عبارت‌اند از:

۱. حرکت با شتاب ثابت[1]

۲. حرکت با سرعت ترمیم‌شده[2]

۳. حرکت نوسانی ساده[3]

۴. حرکت سیکلوئیدی[4]

۱۰ ـ ۴ حرکت با شتاب ثابت

تغییر مکان جسمی که از حالت سکون با شتاب ثابت حرکت می‌کند عبارت است از

$$s = \frac{1}{2}At^2$$

که در آن s تغییر مکان، A شتاب و t زمان می‌باشد. نمودار این رابطه یک سهمی بوده و از این رو این حرکت اغلب حرکت سهمی نامیده می‌شود. از آنجا که شتاب ثابت می‌باشد، مسافت پیموده‌شده پس از زمان t مطابق جدول ۱۰ـ۱ متناسب با t^2 می‌باشد. به طوری که ملاحظه می‌گردد در این جدول فاصله‌های زمانی برابر واحد می‌باشد. هنگامی که برای بالا بردن پیرو حرکت با شتاب ثابت مورد استفاده قرار می‌گیرد، از آن برای نصف مسیر مورد نظر استفاده شده و برای نصف دیگر از حرکت با شتاب ثابت کندشونده استفاده می‌گردد. روش رسم منحنی تغییر مکان برای این حرکت در مثال زیر نشان داده خواهد شد.

مثال ۱۰ ـ ۱ منحنی تغییر مکان در شکل ۱۰ـ۳ الف نشان داده شده است. پیروی می‌بایست در خلال ۹۰ درجه گردش بادامک با شتاب ثابت یک اینچ بالا رفته و در خلال ۹۰ درجه گردش بعدی بادامک با شتاب ثابت کندشونده یک اینچ دیگر بالا برود. از ۱۸۰ درجه تا ۲۱۰ درجه پیرو می‌بایست ساکن بوده و از ۲۱۰ تا ۳۶۰ درجه پیرو ابتدا با شتاب تندشونده ثابت و در تعقیب آن با شتاب کندشونده ثابت به پایین برگشت خواهد نمود.

مقدار ۱۸۰ درجه زاویهٔ گردش جهت بالا رفتن پیرو را به تعدادی دلخواه از فواصل مساوی

جدول ۱۰ـ۱

t	۰	۱	۲	۳	۴	۵	...
s	۰	۱	۴	۹	۱۶	۲۵	...

1. Constant acceleration
2. Modified velocity
3. Simple harmonic
4. Cycloidal

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

تقسیم می‌کنیم. این تعداد تقسیمات طوری انتخاب می‌گردد که بتوان از نصف آن در فاصلهٔ B تا C برای شتاب تند شونده و از نصفهٔ دیگر در فاصلهٔ C تا D برای شتاب کندشونده استفاده کرد. از آنجا که برای صعود از B تا C سه واحد زمانی انتخاب گردیده جمعاً نه فاصله مساوی دلخواه در امتداد خط مایل کشیده شده در سمت چپ شکل جدا می‌گردد. نه تقسیم به آن جهت انتخاب می‌گردد که مطابق جدول ۱۰ـ۱ ملاحظه می‌کنیم، کل مسافت طی‌شده پس از سه واحد زمانی برابر ۹ می‌باشد. از نقطه ۹ بر روی خط مایل خطی به انتهای یک اینچ صعود در روی محور عمودی وصل می‌کنیم. با کشیدن خطوطی موازی H ـ ۹ از نقاط ۴ و ۱ نقاط نظیر را بر روی محور تغییر مکان مشخص می‌کنیم. آنگاه از این نقاط نظیر خطوطی افقی رسم نموده و از برخورد آنها با خطوط قائم، نظیر نقاط واقع بر روی منحنی BC را تعیین می‌کنیم. از آنجا که حرکت کندشونده C تا D درست عکس حرکت B تا C می‌باشد، برای به دست آوردن قسمت C تا D منحنی مقدار صعود مربوط به زمانهای ۰، ۱، ۲ و ۳ را از بالای منحنی به طرف پایین به ترتیب در روی تقسیمات زمانی ۶، ۵، ۴ و ۳ جدا می‌کنیم.

نزول پیرو در فاصلهٔ EG ایجاب می‌کند، مجدداً تعدادی تقسیمات با فواصل مساوی را در امتداد محور افقی جدا کنیم. در اینجا ده تقسیم انتخاب گردیده است. برای پنج تقسیم زمانی انتخاب‌شده جهت حرکت تندشونده E تا F با توجه به جدول ۱۰ـ۱ ملاحظه می‌کنیم که جمعاً برای تغییر مکان ۲۵ واحد ثبت گردیده است. بنابراین در امتداد خط مایل رسم‌شده از نقطهٔ E، ۲۵ واحد دلخواه مساوی را جدا می‌کنیم. به‌طوری که نشان داده شده سپس این تقسیمات را با کشیدن خطوطی موازی خط J ـ ۲۵ به خط قائم رسم شده از E انتقال می‌دهیم. آنگاه این تغییر مکانهای قائم را جهت به‌دست آوردن نقاط واقع بر قسمت E تا F منحنی به‌طور افقی امتداد داده تا تقسیمات نظیر خود را قطع نمایند. شتاب کندشونده F تا G عکس شتاب تندشونده E تا F می‌باشد.

در تجزیه و تحلیل حرکتهای بادامک، بهتر است که به جای بیان تغییر مکان، سرعت و شتاب پیرو نسبت به زمان آنها را نسبت به زاویهٔ گردش بادامک θ بیان کنیم. این عمل به شرح زیر انجام می‌گیرد. در دیاگرام تغییر مکان نشان داده شده در شکل ۱۰ـ۴ منحنی AB صعودی با شتاب تندشوندهٔ ثابت را نشان داده و BC یک صعود اضافی با شتاب کندشونده ثابت را نشان می‌دهد. تغییر مکان کلی h متعلق به پیرو در خلال گردش بادامک به میزان β صورت می‌گیرد. برای هر زاویهٔ گردش θ بادامک، مختصهٔ قائم منحنی، تغییر مکان s پیرو را نشان می‌دهد. برای $\theta \leq ۰٫۵\beta$

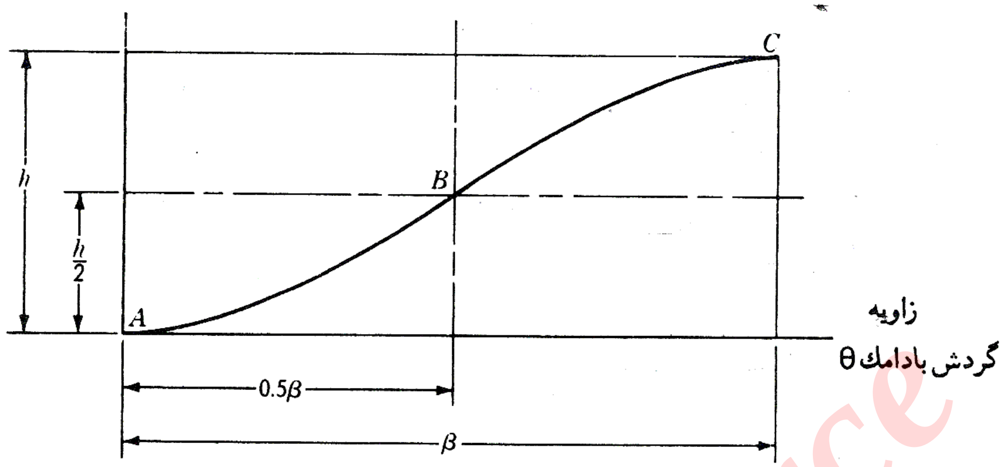
$$s = \frac{۱}{۲}At^۲$$

اما، چون $t = \theta/\omega$ (ω سرعت زاویه‌ای بادامک می‌باشد) پس

$$s = \frac{۱}{۲}A\left(\frac{\theta}{\omega}\right)^۲$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۰ـ۴

با توجه به شکل، وقتی $s = h/۲$ می‌باشد، $\theta = \beta/۲$. با قرار دادن این مقادیر در رابطه فوق

$$\frac{h}{۲} = \frac{۱}{۲} A \left(\frac{\beta^۲}{۴\omega^۲}\right)$$

که از اینجا شتاب پیرو برابر است با

$$A = \frac{۴h\omega^۲}{\beta^۲} \qquad (۱۰ـ۱)$$

برای سرعت پیرو

$$V = At$$

$$= \frac{۴h\omega^۲}{\beta^۲}\left(\frac{\theta}{\omega}\right)$$

$$= \frac{۴h\omega\theta}{\beta^۲} \qquad (۱۰ـ۲)$$

تغییر مکان پیرو برابر است با

$$s = \frac{۱}{۲} At^۲$$

با قرار دادن مقادیر به دست آمده برای A و V در رابطهٔ فوق

$$s = ۲h\frac{\theta^۲}{\beta^۲} \qquad (۱۰ـ۳)$$

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

برای $0.5\beta \le \theta$ می‌توان نوشت

$$s = h\left[1 - 2\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^2\right] \qquad (۴-۱۰)$$

$$V = \frac{4h\omega}{\beta}\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right) \qquad (۵-۱۰)$$

$$A = -\frac{4h\omega^2}{\beta^2} \qquad (۶-۱۰)$$

نمودارهای سرعت و شتاب در شکلهای ۱۰-۳ ب و ج نشان داده شده‌اند. ماکزیمم سرعت در نقطهٔ F اتفاق می‌افتد. اگر سرعت بادامک برابر ۱۲۰ دور در دقیقه باشد، آنگاه

$$\omega = \frac{120}{60}(2\pi) = 12.57 \text{ rad/s}$$

$$\beta = 360 - 210 = 150^\circ = 150\,(\pi/180) = 2.618 \text{ rad}$$

مقدار گردش بادامک برای رسیدن از E به F برابر است با

$$75^\circ = 75\,(\pi/180) = 1.309 \text{ rad}$$

پس بنابراین ماکزیمم سرعت برابر است با

$$V = \frac{4h\omega\theta}{\beta^2} = \frac{4\,(0.1667)\,(12.57)\,(1.309)}{(2.618)^2} = 1.600 \text{ ft/s}$$

ماکزیمم شتاب بین E و G اتفاق افتاده و برابر است با

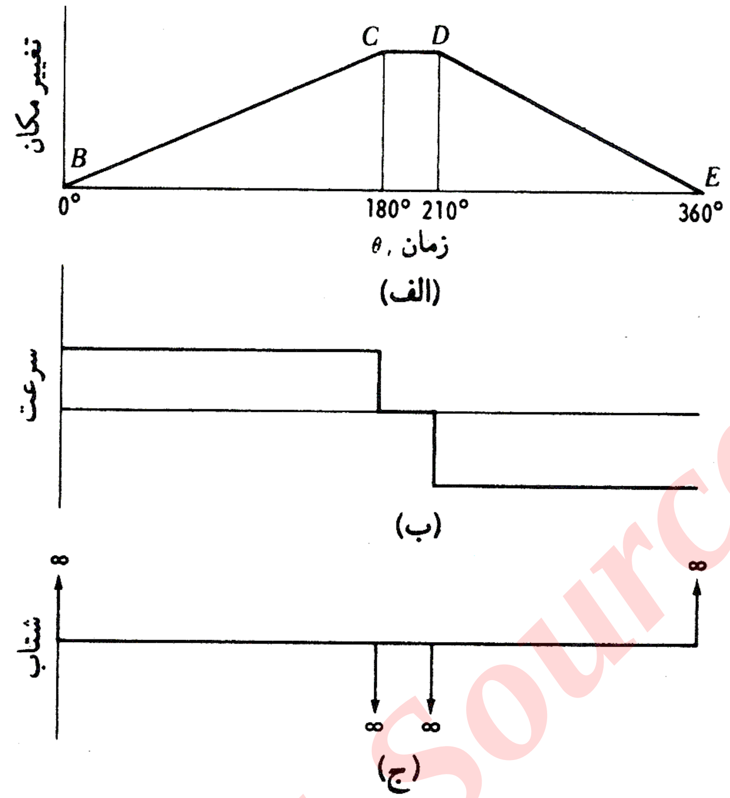
$$A = \frac{4h\omega^2}{\beta^2} = \frac{4\,(0.1667)\,(12.57)^2}{(2.618)^2} = 15.37 \text{ ft/s}^2$$

۱۰-۵ سرعت ترمیم‌شده ثابت

حرکت با سرعت ثابت یعنی پیمودن مسافت مساوی در واحدهای مساوی زمان. بنابراین تغییرات مسافت یا تغییر مکان نسبت به زمان یک خط مستقیم می‌باشد. شکل ۱۰-۵ الف، منحنی تغییر مکان پیروی را نشان می‌دهد که در فاصلهٔ B تا C با سرعت ثابت صعود در فاصلهٔ C تا D توقف و سپس از D تا E با سرعت ثابت نزول نموده است. از نظر تئوری این حرکت سبب شتابهای بینهایت در نقاط B، C، D و E گردیده که این واقعیت موجب بارهای ضربه‌ای می‌گردد. بنابراین، از استفاده از چنین حرکتی می‌بایست خودداری شود. اگر چنین منحنی برای یک مکانیزم بادامکی واقع مورد استفاده قرار گیرد به علت خواص الاستیکی بادامک و پیرو تغییراتی حاصل می‌گردد که به واسطهٔ آن

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۰ـ۵

شتابها کمتر خواهد بود.

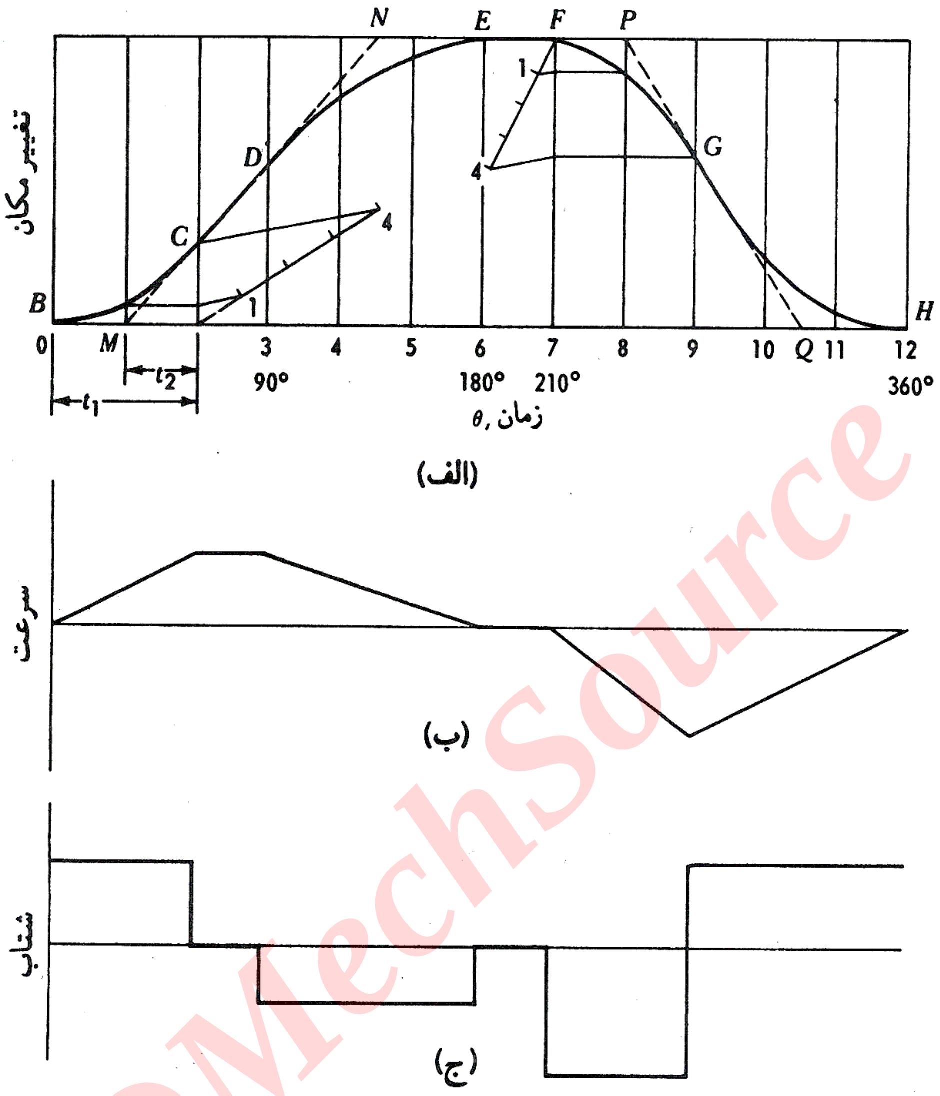
در سرعت ترمیم‌شده ثابت قبل و بعد از سرعت ثابت ،به ترتیب یک دوره شتاب ثابت تندشونده و شتاب ثابت کندشونده منظور می‌گردد. این روش در مثال زیر نشان داده می‌شود.

مثال ۱۰ـ۲ منحنی تغییر مکان در شکل ۱۰ـ۶ الف نشان داده شده است. فرض می‌کنیم که پیرو می‌بایست در خلال ۱۸۰ درجه گردش بادامک با سرعت ترمیم‌یافته ثابت به اندازهٔ دو اینچ صعود و آنگاه برای فاصله‌ای معادل ۳۰ درجه گردش بادامک توقف و سپس قسمتی از صعود یعنی ۶۰ درجه گردش بادامک را با شتاب ثابت نزول کرده و °۹۰ باقیمانده را با شتاب کندشونده ثابت نزول نماید.

اولین گام در رسم منحنی تغییر مکان حرکت با سرعت ترمیم‌یافته ثابت آن است که به دلخواه تصمیم گرفته شود که چه کسری از کل زمان حرکت به حرکت با سرعت ثابت تعلق یابد. در شکل ۱۰ـ۶ الف، ۱۸۰ درجه متعلق به صعود ۶۰ درجه برای شتاب تندشونده، ۳۰ درجه برای سرعت ثابت و ۹۰ درجه برای شتاب کندشونده منظور گردیده است. خط مایل MN از وسط فاصله زمانی شتاب تندشونده به وسط فاصله زمانی شتاب کندشونده کشیده شده است. این عمل سبب می‌شود که سرعت در انتهای منحنی BC برابر سرعت در قسمت C تا D گردد. اثبات اینکه t_1 دو برابر t_2 می‌باشد به شرح زیر است. فرض می‌کنیم تغییر مکان نقطه‌ای مثل C برابر s و سرعت آن برابر V

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۰-۶

باشد. برای شتاب تندشونده ثابت B تا C

$$s = \frac{1}{2}At_1^2 \quad \text{یا} \quad A = \frac{2s}{t_1^2}$$

و

$$V = At_1 = \frac{2s}{t_1^2}t_1 = \frac{2s}{t_1}$$

برای سرعت ثابت M تا C

$$s = Vt_2 \quad \text{یا} \quad V = \frac{s}{t_2}$$

با مساوی قرار دادن دو رابطه به دست آمده برای V به دست می‌آوریم که

$$\frac{2s}{t_1} = \frac{s}{t_2} \quad \text{یا} \quad t_1 = 2t_2$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

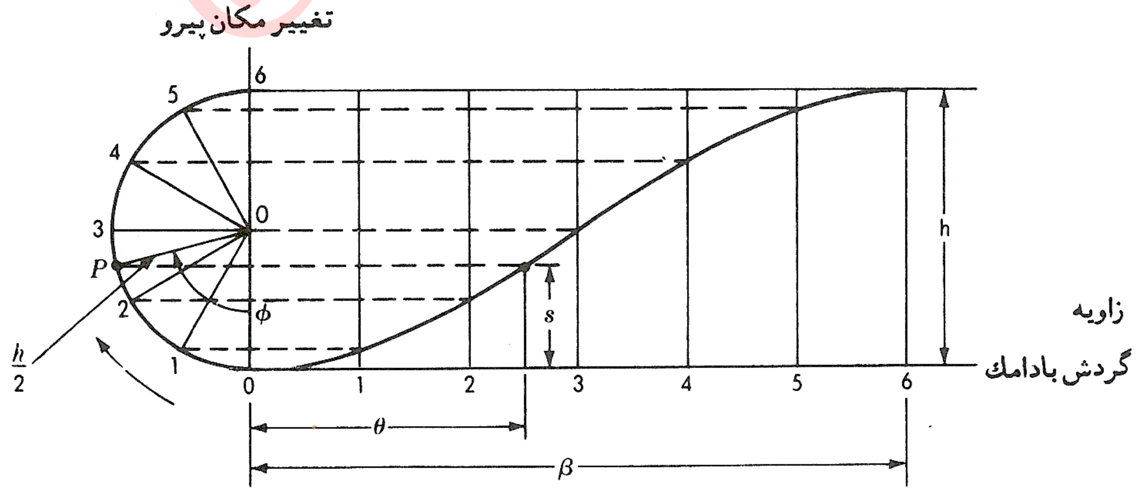
به هنگام رسم قسمت F تا H منحنی ابتدا با کشیدن خط PQ موقعیت نقطهٔ G را مشخص می‌کنیم. نقطهٔ P در وسط فاصلهٔ زمانی مربوط به شتاب تندشونده FG و Q در وسط فاصلهٔ زمانی مربوط به شتاب کندشونده GH قرار دارد.

۱۰ـ۶ حرکت هارمونیک ساده

منحنی تغییر مکان حرکت هارمونیک ساده (قسمت ۲ـ۷ را ملاحظه کنید) در شکل ۱۰ـ۷ نشان داده شده است. رسم آن مبتنی بر این ایده است که با تصویر نمودن نقطه‌ای مانند P که با سرعت زاویه‌ای ثابت در مسیر دایره حرکت می‌کند بر روی قطر دایره یک حرکت هارمونیک ساده به دست می‌آید. مراحل کار به شرح زیر است. محورهای افقی و قائم را ترسیم می‌نماییم. زاویهٔ β مقدار گردش بادامک بوده که به ازای آن پیرو صعود کلی h را می‌نماید. محور افقی را به تعدادی تقسیمات مساوی مثلاً ۴، ۶، ۸، ۱۰ و غیره تقسیم می‌کنیم. صعود کلی h را بر روی محور قائم جدا کرده و نیمدایره‌ای با شعاع $h/۲$ رسم می‌نمائیم. سپس دایره را به تعدادی تقسیمات مساوی که برابر تعداد تقسیمات محور افقی می‌باشد تقسیم می‌نماییم. حال نقاط ۰، ۱، ۲، ۳ و غیره واقع بر روی دایره را به طور افقی بر روی قطر دایره تصویر نموده و آنها را ادامه داده تا خطوط قائم نظیر ۰، ۱، ۲، ۳ و غیره را قطع نمایند. از نقاط تقاطع به دست آمده یک منحنی صاف و پیوسته مرور می‌دهیم.

مطابق شکل ۱۰ـ۷، با گردش خط شعاعی OP در فاصلهٔ زاویهٔ ϕ بادامک به اندازهٔ θ دوران کرده و s تغییر مکان پیرو می‌باشد. با توجه به شکل

$$s = \frac{h}{۲} - \frac{h}{۲}\cos\phi = \frac{h}{۲}(۱ - \cos\phi) \qquad (۱۰ - ۷)$$



شکل ۱۰ـ۷

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

از آنجا که در خلال π رادیان گردش خط شعاعی OP بادامک به اندازهٔ β رادیان دوران می‌کند

$$\frac{\phi}{\pi} = \frac{\theta}{\beta} \quad \text{یا} \quad \phi = \frac{\pi\theta}{\beta}$$

با قراردادن در رابطه (۱۰ـ۷) به دست می‌آوریم

$$s = \frac{h}{2}(1 - \cos\frac{\pi\theta}{\beta}) \qquad (۱۰\text{ـ}۸)$$

توجه داشته باشید $\theta = \omega t$ که در آن ω سرعت زاویهٔ بادامک برحسب رادیان در ثانیه بوده و فرض شده ثابت می‌باشد. با مشتق گرفتن نسبت به زمان

$$V = \frac{\pi h\omega}{2\beta}\sin\left(\frac{\pi\theta}{\beta}\right) \qquad (۱۰\text{ـ}۹)$$

با مشتقگیری مجدد نسبت به زمان

$$A = \frac{\pi^2 h\omega^2}{2\beta^2}\cos\left(\frac{\pi\theta}{\beta}\right) \qquad (۱۰\text{ـ}۱۰)$$

ملاحظه می‌کنیم که منحنی سرعت یک منحنی سینوسی با دامنهٔ $\pi h\omega/2\beta$ و شتاب یک منحنی کسینوسی با دامنهٔ $\pi^2 h\omega^2/2\beta^2$ می‌باشد.

مثال ۱۰ـ۳ منحنی تغییر مکان در شکل ۱۰ـ۸ الف نشان داده شده است. پیرو می‌بایست در خلال ۱۸۰ درجه گردش بادامک با حرکت نوسانی ساده به اندازهٔ ۵۰ میلیمتر به طرف خارج حرکت کرده و آنگاه در ۶۰ درجه گردش بعدی بادامک توقف نموده و در خلال ۱۲۰ درجهٔ آخر گردش بادامک با حرکت نوسانی ساده برگشت نماید. ۱۸۰ درجه گردش بادامک به شش قسمت مساوی تقسیم شده و نیمدایرهٔ سمت چپ نیز به همین تعداد تقسیم می‌گردد. مطابق شکل از نقاط واقع بر روی نیمدایره خطوطی افقی رسم تا تقسیمات نظیر را قطع نمایند. بدین ترتیب نقاط واقع بر روی منحنی BCD تعیین می‌گردند. ۱۲۰ درجه گردش بادامک که برای برگشت پیرو منظور گردیده، به چهار قسمت مساوی و نیمدایره سمت راست به همین تعداد تقسیم می‌گردند. بدین ترتیب با استفاده از روش فوق موقعیت نقاط مربوط به منحنی برگشت تعیین می‌گردند.

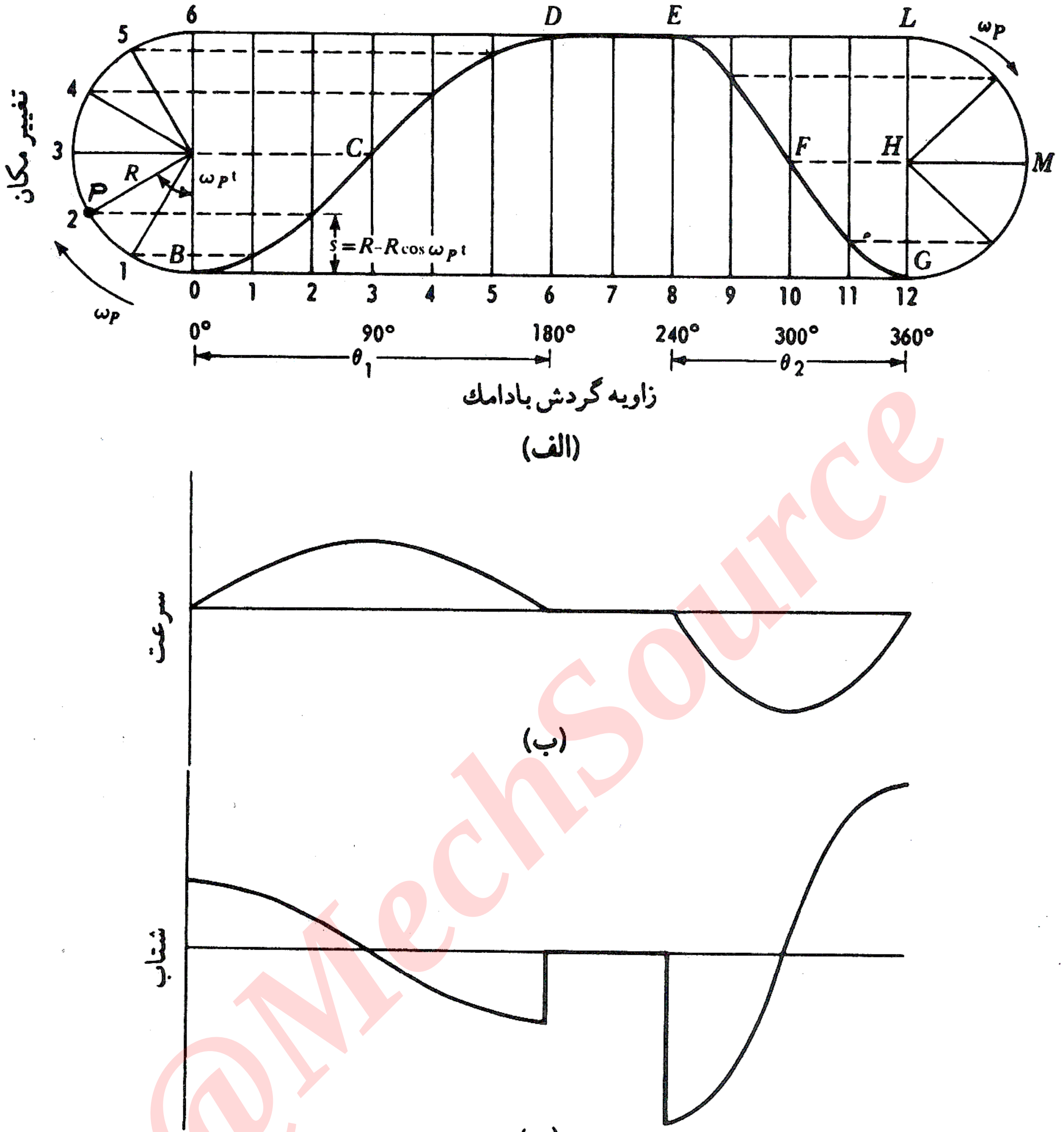
منحنیهای سرعت و شتاب مربوط به این حرکت به ترتیب در شکلهای ۱۰ـ۸ ب و ج، نشان داده شده‌اند. فرض می‌کنیم سرعت بادامک برابر ۱۲۰ دور در دقیقه باشد.

$$\omega = \frac{120}{60}(2\pi) = 12{,}566 \text{ rad/s}$$

با توجه به شکل ملاحظه می‌کنیم که سرعت ماکزیمم در نقطهٔ F اتفاق افتاده و می‌تواند از رابطهٔ

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



(الف)

(ب)

(ج)

شکل ۱۰-۸

(۱۰-۹) که در آن $\beta = ۳۶۰ - ۲۴۰ = ۱۲۰° = ۲٫۰۹۴\ \text{rad}$ و $\theta = ۳۰۰ - ۲۴۰ = ۶۰°$ می‌باشد تعیین گردد.

$$V_{max} = \frac{\pi h\omega}{۲\beta} = \frac{\pi(۰٫۰۵)(۱۲٫۵۶۶)}{۲\,(۲٫۰۹۴)} = ۰٫۴۷۱\ \text{m/s}$$

با توجه به شکل، ملاحظه می‌شود که شتاب ماکزیمم در وضعیتهای ۲۴۰° و ۳۶۰° از گردش بادامک ایجاد می‌گردد. با استفاده از رابطهٔ ۱۰-۱۰

$$A_{max} = \frac{\pi^۲ h\omega^۲}{۲\beta^۲} = \frac{\pi^۲(۰٫۰۵۰)(۱۲٫۵۶۶)^۲}{۲\,(۲٫۰۹۴)^۲} = ۸٫۸۹\ \text{m/s}^۲$$

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۰ـ۷ حرکت سیکلوئیدی

منحنی تغییر مکان یک حرکت سیکلوئیدی از سیکلوئیدی به دست می‌آید که مکان هندسی نقطهٔ واقع بر دایره‌ای بوده که بر روی خطی مستقیم غلت می‌خورد. در شکل ۱۰ـ۹ الف، منحنی BDE منحنی تغییر مکان حرکت سیکلوئیدی بوده که به ازای β درجه گردش بادامک جمعاً به اندازه h تغییر مکان دارد. در سمت راست، دایره‌ای با محیط h در نظر گرفته شده که بر روی خط مستقیم FE غلت می‌خورد. نقطه‌ای واقع بر روی این دایره منحنی FHE را طی کرده که به یک سیکلوئید موسوم است. اگر دایره به اندازهٔ ϕ دوران نماید بادامک به اندازهٔ θ گردش خواهد نمود. با توجه به شکل ملاحظه می‌کنیم تغییرمکان s که مختصهٔ نقطهٔ P بر روی منحنی می‌باشد برابر است با

$$s = R\phi - R\sin\phi$$
$$= R(\phi - \sin\phi)$$

از آنجا که به ازای صعود کلی h دایره فقط یک دور می‌زند

$$\phi = ۲\pi\frac{\theta}{\beta}$$

همچنین

$$R = \frac{h}{۲\pi}$$

با قراردادن این دو مقدار آخر در رابطهٔ s به دست می‌آوریم که

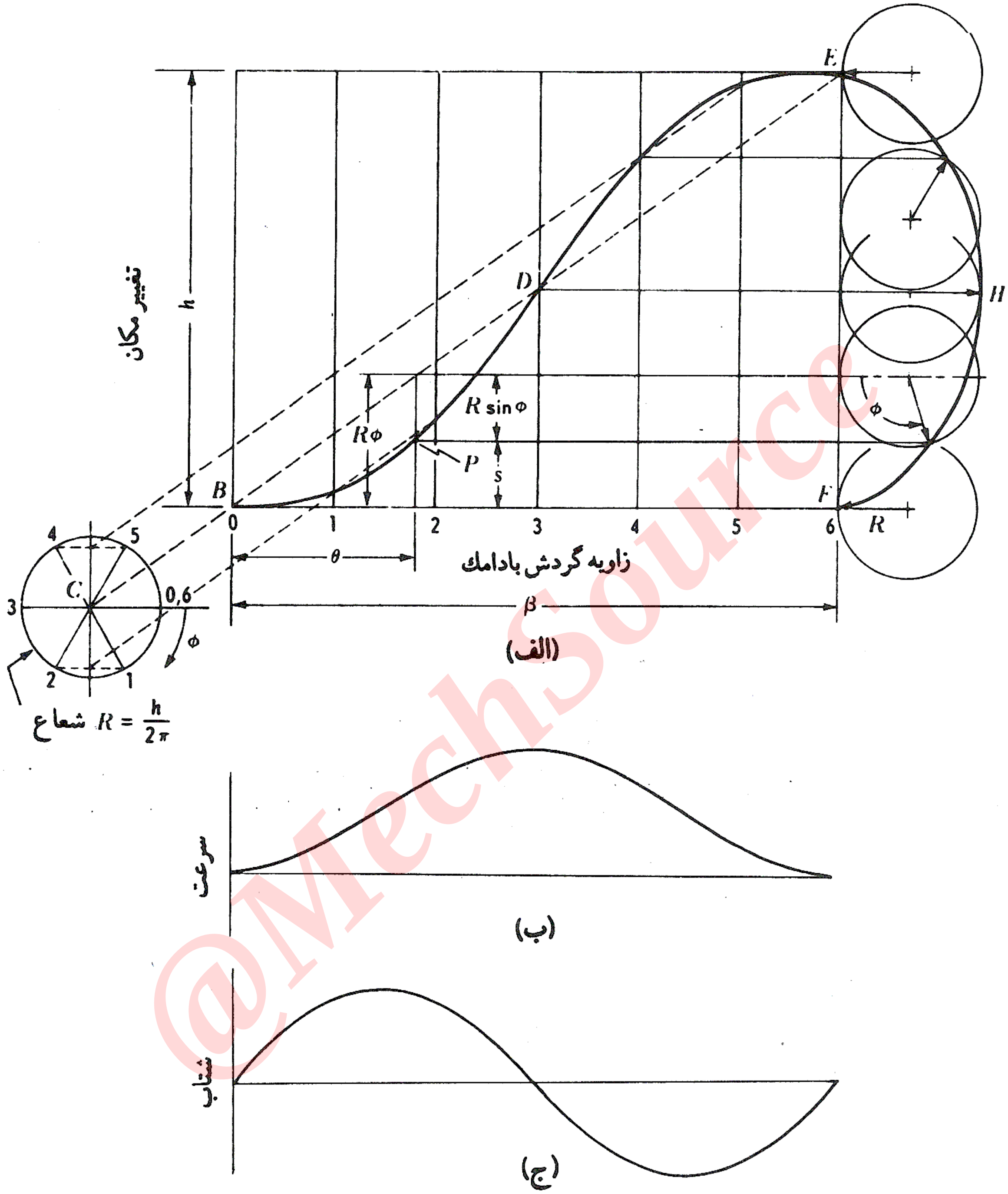
$$s = \frac{h}{۲\pi}\left(۲\pi\frac{\theta}{\beta} - \sin ۲\pi\frac{\theta}{\beta}\right)$$
$$= h\frac{\theta}{\beta} - \frac{h}{۲\pi}\sin ۲\pi\frac{\theta}{\beta} \qquad (۱۰\text{ـ}۱۱)$$

یک‌روش برای رسم‌منحنی BDE مشتمل بر رسم خط مستقیم BE می‌باشد. در فاصله‌ای مناسب در سمت چپ بر روی این خط مرکز C دایره را مشخص می‌کنیم. این دایره و محور افقی مربوط به زمان را به تعدادی مساوی (هریک به فواصل مساوی) تقسیم می‌کنیم. سپس با رسم خطوطی افقی نقاط واقع بر روی دایره را بر روی خط قائم مار بر مرکز C انتقال می‌دهیم. آنگاه از نقاط به دست آمده بر روی این خط قائم، خطوطی موازی BE رسم و برخورد آنها را با خطوط قائمی که از شماره‌های نظیر رسم شده‌اند تعیین می‌کنیم. در اینجا در روی محور افقی زمان فقط شش تقسیم انتخاب گردیده است. با انتخاب تقسیماتی بیشتر بدیهی است منحنی دقیقتری می‌توان به دست آورد.

اثبات این روش ترسیمی در مقایسه با رابطهٔ (۱۰ـ۱۱) به شرح زیر است. اولین جمله از این

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۰-۹

رابطه عرض نقاط واقع بر روی خط BE را تعیین می‌کند. دومین جمله از این رابطه طولی را که می‌بایست جهت تعیین s کسر گردد تعیین می‌کند.

چون سرعت زاویه‌ای بادامک ثابت است، با مشتق گرفتن از رابطهٔ (۱۰-۱۱) روابط مربوط به سرعت و شتاب عبارت‌اند از:

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$V = \frac{h}{\beta}\,\omega\left(1 - \cos\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) \qquad (۱۰\text{-}۱۲)$$

$$A = \frac{2\pi h}{\beta^2}\,\omega^2 \sin\frac{2\pi\theta}{\beta} \qquad (۱۰\text{-}۱۳)$$

۱۰ـ۸ معادلات خلاصه شده برای حرکت پیروهای متداول

به منظور تسهیلاتی در حل مسائل، معادلات حرکت پیروهای متداول بیشتری راکه نویسنده بررسی کرده، در جدول ۱۰ـ۲ درج شده است. در این معادلات h صعود کلی پیرو، به ازای زاویهٔ گـردش بادامک β و θ سرعت زاویه‌ای بادامک برحسب رادیان در ثانیه می‌باشد. برای هر مقدار زاویهٔ گردش بادامک مثل θ معادلات مقدار تغییر مکان، سرعت و شتاب پیرو را تعیین می‌نمایند.

۱۰ـ۹ مقایسه منحنیهای حرکت

انتخاب نوع حرکت مورد استفاده برای پیرو بستگی به سرعت بادامک، ارتعاش و صدای مجاز و عمر قابل انتظار دارد. اگر سرعتهای به کار گرفته شده پایین بوده باشد، انتخاب نوع حرکت خیلی حیاتی نمی‌باشد.

برای شتاب ثابت نشان داده شده در شکل ۱۰ـ۳، به طوری که ملاحظه می‌کنیم تغییرات آنی منحنی شتاب (به صورت پله) موجب جرک بینهایت شده که این امر سبب غیرمناسب بودن حرکت در سرعتهای زیاد می‌گردد. اما حرکت با شتاب ثابت دارای این مزیت می‌باشد که بـرای صـعودی معین در زمانی معلوم، شتاب کمترین مقدار خود را پیدا می‌کند.

شتاب بینهایت حاصله از حرکت با سرعت ثابت در شکل ۱۰ـ۵، سبب می‌شود که این حرکت در سرعتهای زیاد مورد دلخواه نبوده باشد. سرعت ثابت ترمیم شـده در شکـل ۱۰ـ۶، بـه عـلت

@MechSource

جدول ۱۰ ـ ۲

شتاب	سرعت	تغییر مکان	نوع حرکت
$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{4h\omega^2}{\beta^2}$	$\frac{ds}{dt} = \frac{4h\omega\theta}{\beta^2}$	$\frac{\theta}{\beta} \le 0.5,\ s = 2h\frac{\theta^2}{\beta^2}$	شتاب ثابت
$\frac{d^2s}{dt^2} = -\frac{4h\omega^2}{\beta^2}$	$\frac{ds}{dt} = \frac{4h\omega}{\beta}\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)$	$\frac{\theta}{\beta} \ge 0.5,\ s = h\left[1 - 2\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^2\right]$	
$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{\pi^2 h\omega^2}{2\beta^2}\cos\frac{\pi\theta}{\beta}$	$\frac{ds}{dt} = \frac{\pi h\omega}{2\beta}\sin\frac{\pi\theta}{\beta}$	$s = \frac{h}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi\theta}{\beta}\right)$	هارمونیک ساده
$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{2\pi h\omega^2}{\beta^2}\sin\frac{2\pi\theta}{\beta}$	$\frac{ds}{dt} = \frac{h\omega}{\beta}\left(1 - \cos\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$	$s = h\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi}\sin\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$	سیکلوئیدی

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

محدودشدن شتابها بهتر از سرعت‌ثابت‌بوده ولی‌تغییر ناگهانی‌شتاب موجب جرک بینهایت می‌گردد.

شکل ۱۰ـ۸ نشان می‌دهد که منحنی شتاب در حرکت هارمونیک ساده فقط در صورتی که زمانهای صعود و نزول هر دو برابر ۱۸۰ درجه بوده باشند پیوسته است. اگر این زمانها نامساوی بوده، و یا با یک توقف قبل و بعد از آن همراه بوده باشد، آنگاه منحنی شتاب پله پیدا کرده و در نتیجه جرک بینهایت حاصل خواهد شد.

حرکت سیکلوئیدی در مقایسه با سایر حرکتها که مورد مطالعه قرار گرفت برای صعودی معین دارای بزرگترین ماکزیمم شتاب است. اما با توجه به شکل ۱۰ـ۹ ملاحظه می‌کنیم که بدون ایجاد پله‌ای در منحنی شتاب که موجب جرک بینهایت گردد قابل ربط به منحنی سیکلوئید دیگر بوده و همین‌طور می‌تواند با یک توقف شروع و یا تعقیب گردد. بنابراین بین حرکتهایی که مورد مطالعه قرار گرفت، برای سرعتهای زیاد حرکت سیکلوئیدی بهترین است.

منحنی حرکت دیگری که ثابت شده برای سرعتهای زیاد مناسب و مفید است، منحنی نمایی از درجهٔ هشتم است. این منحنی توسط (Kloomok & Muffley)[1] مورد بحث قرار گرفته است.

۱۰ـ۱۰ رسم منحنی محیطی بادامک

پس از آنکه با توجه به نیازهای مورد نظر طراح از ماشین منحنی تغییرمکان و نوع پیرو انتخاب گردید می‌بایست منحنی بادامک مربوطه را که قرار است منحنی حرکت فوق را تأمین نماید رسم نمود. فرم و شکل منحنی بادامک بستگی به اندازهٔ بادامک و اندازه، شکل و مسیر پیرو دارد. در رسم منحنی بادامک از اصل برگردان که قبلاً به آن اشاره رفته استفاده می‌گردد. با ثابت نگاه داشتن بادامک، بدنه و پیرو را به دور آن طوری می‌گردانیم که برای تعداد قابل توجهی از فازهای حرکت پیرو با آن تماس حاصل نماید. آنگاه منحنی بادامک با اتصال نقطهٔ تماس وضعیتهای فوق ترسیم می‌گردد. روشهایی که در مثالهای بعدی نشان داده شده، تنها راههای رسم منحنی بادامک نمی‌باشند. هر روشی که وضعیت دقیق پیرو را نسبت به بادامک تعیین کند می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

۱۰ـ۱۱ بادامک دیسکی با پیرو رفت و آمدی لبه‌تیز

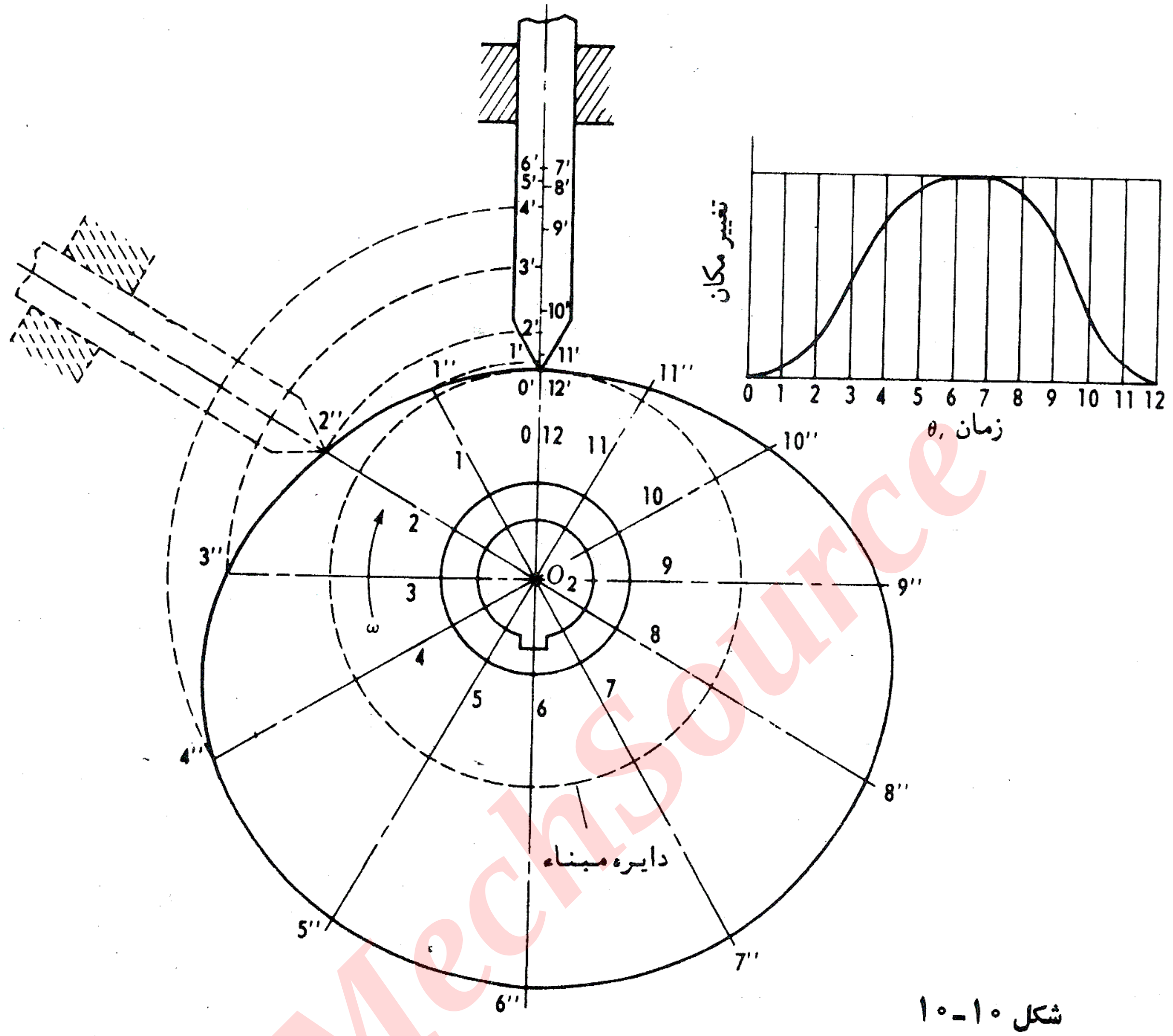
این نوع بادامک و پیرو در شکل ۱۰ـ۱۰ نشان داده شده است. در حالی که پیرو به طور شعاعی حرکت می‌کند، بادامک در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران می‌نماید. منحنی تغییرمکان برای یک دور گردش بادامک نشان داده شده است. منحنی در امتداد محور افقی به دوازده قسمت مساوی

1. M. Kloomok & R. V. Muffley "Plate Cam Design – with Emphasis on Dynamic Effects" Prod. Eng. February 1955.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۰-۱۰

و بادامک هم به همین تعداد زاویه مساوی تقسیم گردیده‌اند. فاصلهٔ نوک پیرو در پایینترین وضعیتش تا مرکز دوران شعاع دایره پایه می‌باشد. اعداد در امتداد پیرو عبارت‌اند از مختصهٔ تغییرمکان مربوط به وضعیتهای مختلف θ در امتداد محور x. هنگامی که بادامک به اندازهٔ دو فاصله در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران نماید، پیرو از ′۰ به ′۲ رانده می‌شود. اگر این حرکت نسبی را با ثابت نگاه‌داشتن بادامک و دوران بدنه به اندازهٔ دو فاصله در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت انجام دهیم، پیرو به اندازهٔ ′۲′۰ به طرف خارج حرکت خواهد کرد. نقطهٔ ″۲ با رسم دایره‌ای به مرکز O_2 از نقطهٔ ′۲ جایابی خواهد شد. به همین ترتیب نقاط ″۱، ″۳ و ″۴ و غیره در محیط بادامک تعیین خواهند شد. با رسم یک منحنی صاف و پیوسته از نقاط ′۰، ″۱، ″۲، ″۳ و غیره، منحنی دلخواه بادامک به دست خواهد آمد.

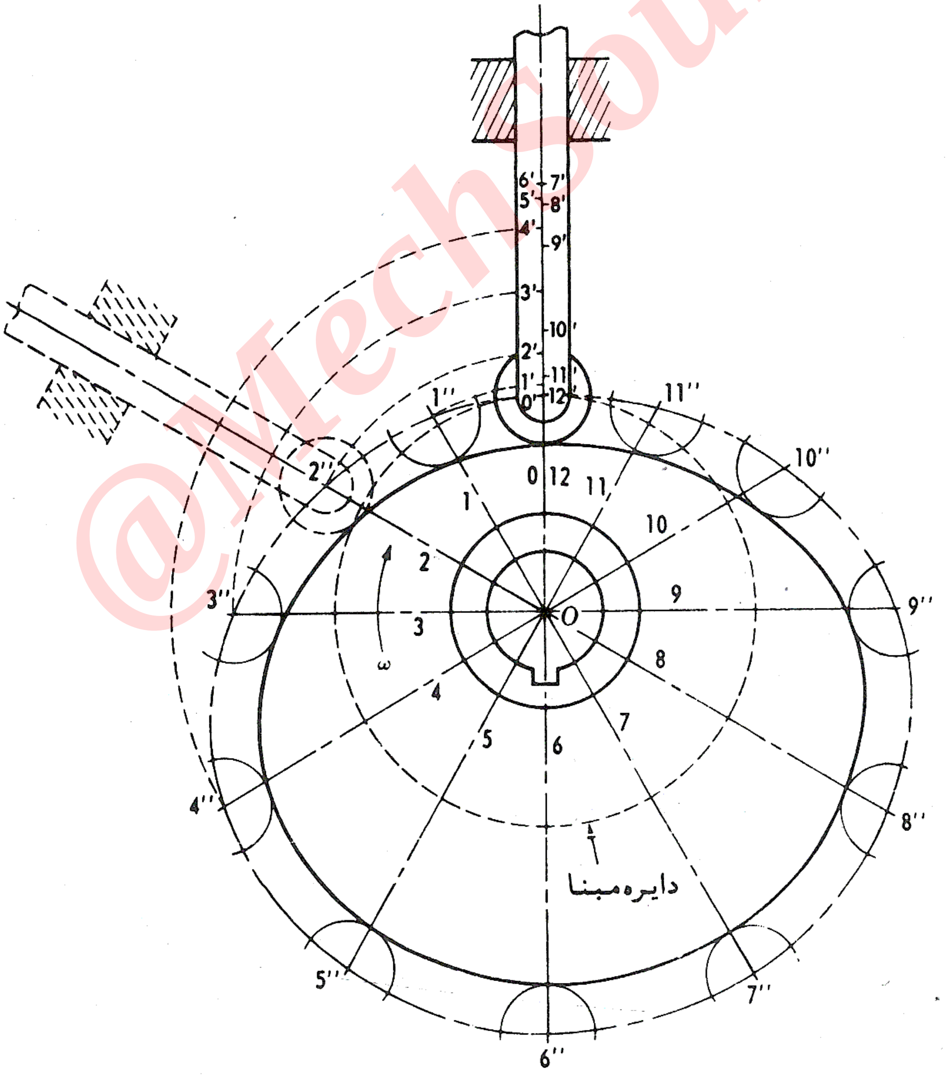
در عمل به علت کم بودن سطح تماس که موجب خوردگی بیش از حد خواهد شد کمتر از پیرو لبه‌تیز استفاده می‌گردد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۰ـ۱۲ بادامک دیسکی با پیرو رفت و آمدی غلتکی

این‌نوع بادامک در شکل ۱۰ـ۱۱ نشان داده شده است. در حالی که پیرو بسته به مقیاس در امتداد خط محور حرکت‌می‌کند، بادامک در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران می‌نماید. هنگامی که پیرو در پایینترین وضعیت خود قرار دارد دایرهٔ پایهٔ بادامک از محور غلتک عبور می‌کند. موقعیتهای ″۱، ″۲، ″۳ و غیره محور غلتک‌با روشی نظیر آنچه که در مسئله قبل توضیح داده شد، مشخص می‌گردند. یک منحنی صاف و پیوسته رسم شده از این نقاط منحنی گام را مشخص می‌کند. سپس با استفاده از این نقاط قوسهایی‌با شعاع‌برابر شعاع‌غلتک رسم‌می‌کنیم. یک‌منحنی صاف‌وپیوسته مماس بر این قوسها منحنی بادامک را مشخص می‌کند. چون بجز در مواردی که پیرو متوقف است، نقطهٔ تماس غلتک و بادامک بر روی خط شعاعی مار بر مرکز غلتک قرار نمی‌گیرد ابتدا لازم است منحنی گام را تعیین کنیم. با دوران بادامک نقطهٔ تماس از طرفی از خط شعاعی فوق به طرف دیگر انتقال خواهد یافت.



شکل ۱۰ـ۱۱

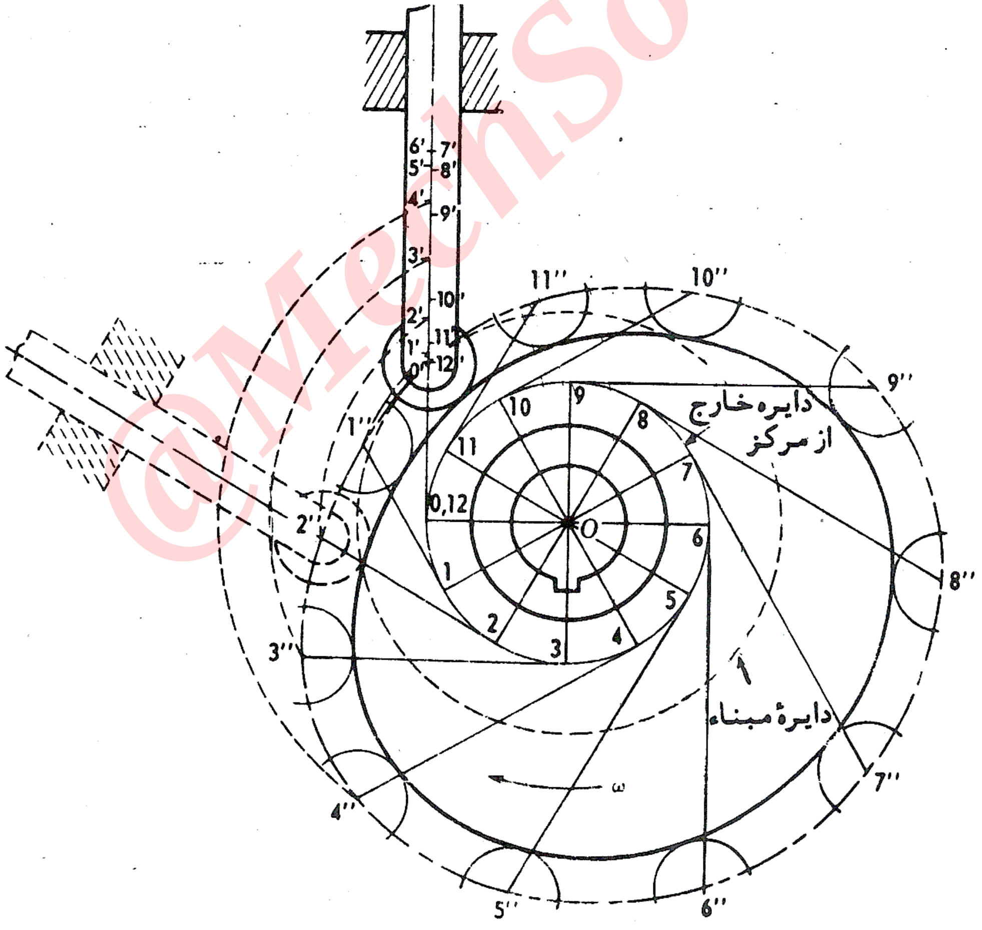
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۰ـ۱۳ بادامک دیسکی با پیرو غلتکی خارج از مرکز[1]

این بادامک در شکل ۱۰ـ۱۰ نشان داده شده است. عاملی که این بادامک را از سایر بادامکها متمایز می‌کند، آن است که خط محور پیرو از مرکز بادامک نمی‌گذرد. خارج از مرکز قرارگرفتن پیرو گاهی به دلیل حذف سایر قطعات ماشین صورت می‌گیرد. ولی دلیل اصلی خارج از مرکز قرارگرفتن پیرو آن است که بدین ترتیب فشار جنبی روی پیرو کاهش می‌یابد. فشار جنبی در قسمت بعد مورد بحث قرار خواهد گرفت. وقتی خارج از مرکز به طرف راست باشد، بادامک می‌بایست در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت دوران نموده و وقتی خارج از مرکز به طرف چپ باشد بادامک می‌بایست در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران نماید. برای صعودی معین در زاویهٔ گردشی معین از بادامک چنین شرایط موجب فشار جنبی کمتری بر روی پیرو می‌گردد.

در حالی که پیرو بسته به مقیاس در امتداد خط محور خود حرکت می‌کند، بادامک نشان داده شده در شکل ۱۰ـ۱۲، می‌بایست در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران نماید. شعاع دایره پایه



شکل ۱۰ـ۱۲

---

1. disk cam with offset roller folower

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

برابر است با فاصلهٔ محور دوران بادامک تا محور غلتک وقتی که پیرو در پایینترین وضعیت خود قرار دارد.فاصلهٔ عمودی بین مرکز بادامک تا امتداد خط محور پیرو شعاع دایره خارج از مرکز را تعیین می‌کند. این فاصله نیز به مقدار خارج از مرکز هم موسوم می‌باشد. دایره خارج از مرکز به دوازده زاویهٔ مساوی یعنی به همان تعداد فاصلهٔ مساوی که در روی محور افقی زمان در منحنی تغییر مکان جدا گردیده تقسیم می‌گردد. سپس در هر حالت با فرض آنکه بادامک ثابت نگاه داشته شده و بدنه و پیرو در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت حول بادامک می‌گردند، برای نشان دادن موقعیت خط محور پیرو مماسهایی بر دایره انحراف می‌کشیم. حال با انتخاب O به عنوان مرکز از نقاط ′۱، ′۲، ′۳ و غیره قوسهای دایره‌ای رسم می‌کنیم که محل برخورد آنها با مماسهای فوق موقعیت نقاط ″۱، ″۲، ″۳ و غیره را مشخص می‌کند. یک منحنی صاف رسم شده از نقاط ″۱، ″۲، ″۳ و غیره منحنی گام را مشخص می‌کند. حال با مرکز قراردادن این نقاط، دوایری با شعاع برابر شعاع غلتک رسم می‌کنیم. رسم یک منحنی صاف و پیوسته مماس بر این دوایر منحنی بادامک را مشخص خواهد کرد.

۱۰ـ۱۴ زاویهٔ فشار

زاویه‌ای که قائم مشترک بادامک و پیرو با مسیر پیرو می‌سازد، زاویهٔ فشار نامیده شده که در شکل ۱۰ـ۱۳ با ϕ نشان داده شده است. نیروی F که بادامک به پیرو وارد می‌کند مطابق شکل دارای دو مؤلفهٔ F_t و F_n بوده که به ترتیب مماس و قائم بر مسیر حرکت پیرو می‌باشند. مؤلفهٔ قائم یک فشار جنبی ناخواسته وارد بر پیرو بوده که سبب انحراف پیرو در مسیرش می‌گردد. بدیهی است که با کم کردن زاویهٔ فشار این فشار جنبی قابل کاستن بوده و به طور کلی توصیه شده برای یک عملکرد خوب زاویهٔ فشار نبایستی از ۳۰ درجه تجاوز نماید. اما در حالتهای خاص که نیروها کوچک بوده و یاتاقانها دقت کافی دارند می‌توان از مقادیر بزرگتر استفاده نمود.

یک افزایش اندازه در دایرهٔ پایه زاویهٔ فشار را کاهش خواهد داد. در شکل ۱۰ـ۱۴ صعود از A به B برابر است با صعود از C به D. برای دایرهٔ پایهٔ کوچکتر، زاویهٔ فشار برابر ϕ_1 می‌باشد. برای دایرهٔ پایهٔ بزرگتر، زاویهٔ فشار برابر ϕ_2 می‌باشد. واضح است که ϕ_2 کوچکتر از ϕ_1 می‌باشد.

برای یک منحنی تغییرمکان معلوم زاویهٔ فشار را می‌توان با استفاده از یک یا چند روش زیر کاهش داد.

۱. ازدیاد قطر دایرهٔ پایه.

۲. کاهش صعود کلی پیرو.

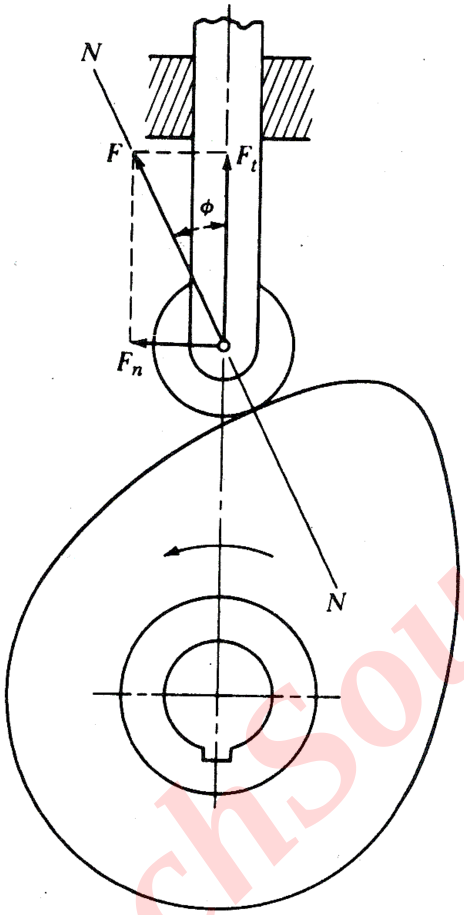
۳. ازدیاد دوران بادامک برای یک جابه‌جایی و تغییرمکان معلوم پیرو.

۴. تغییر نوع حرکت پیرو مثلاً سرعت ثابت، شتاب ثابت، نوسانی و غیره.

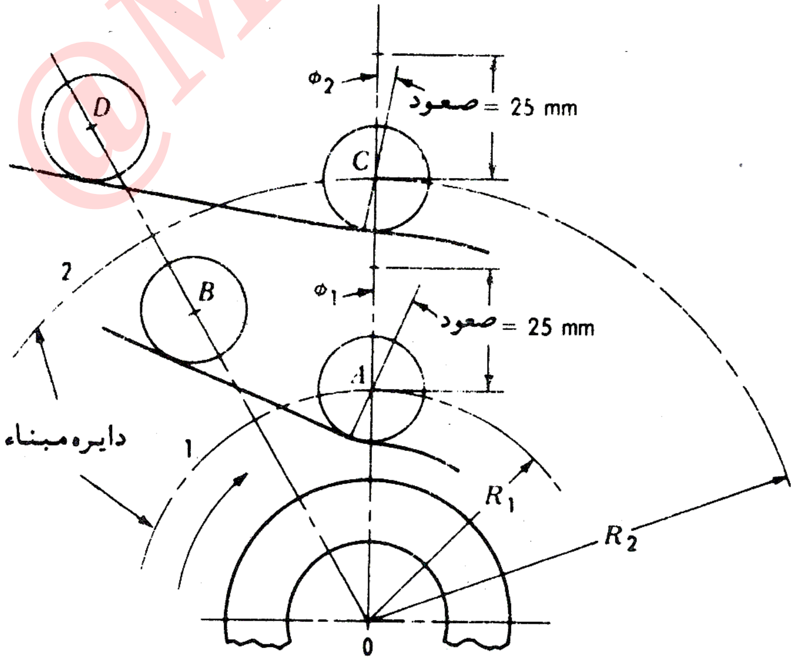
۵. تغییر مقدار انحراف پیرو.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۰ـ۱۳



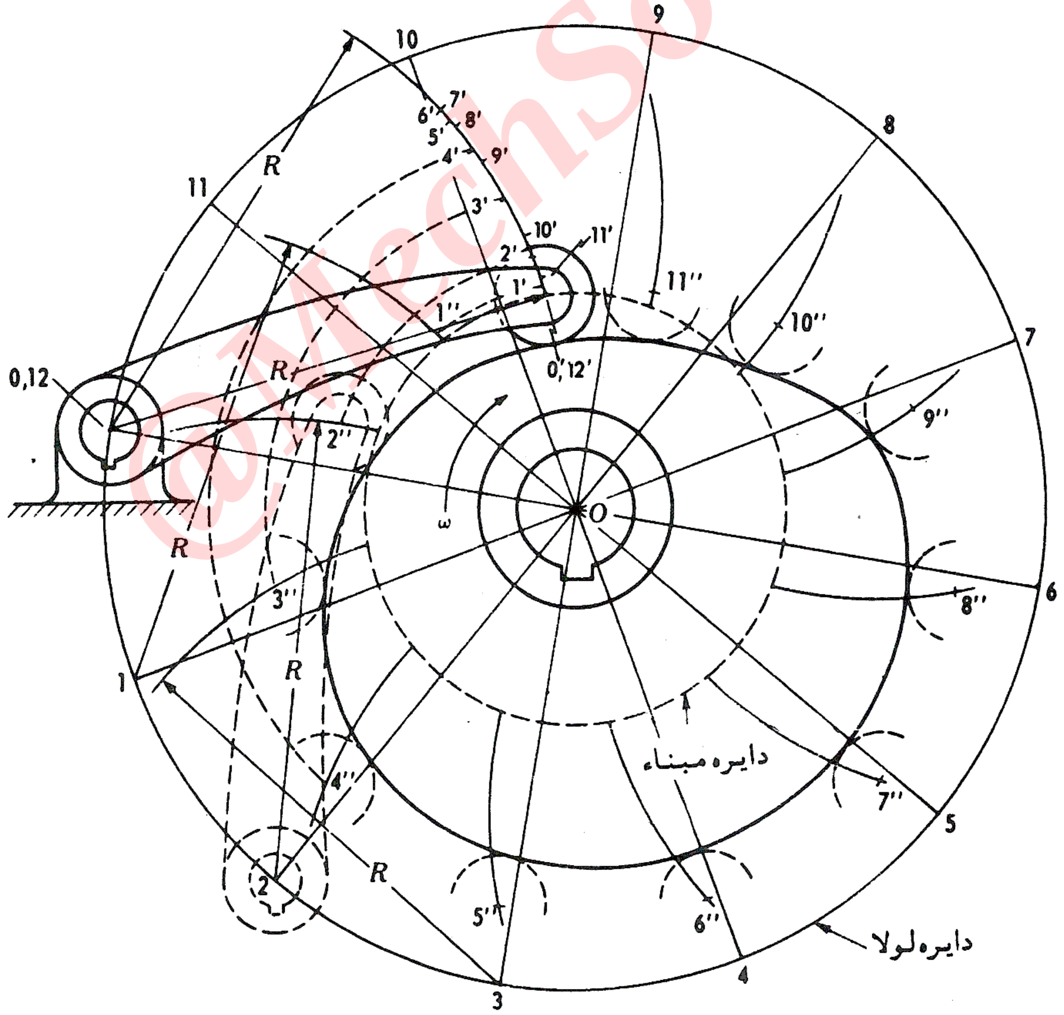
شکل ۱۰ـ۱۴

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۰ـ۱۵ بادامک دیسکی با پیرو غلتکی نوسانی

یک مکانیزم از این نوع در شکل ۱۰ـ۱۵ نشان داده شده است. در حالی که بادامک در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران می‌کند، پیرو می‌بایست بر طبق تغییرمکانهای نشان داده شده نوسان کند. تغییر مکان پیرو را می‌توان با زاویه نشان داد ولی معمولاً مناسبتر است با طول قوسهای مربوط به مقادیر زوایا کار کنیم. نقطهٔ O مرکز بادامک بوده و فاصلهٔ این نقطه تا محور غلتک را موقعی که غلتک در پایینترین وضعیت خود قرار دارد شعاع دایرهٔ پایه می‌نامند. با استفاده از نقطهٔ O به عنوان مرکز و فاصلهٔ O تا لولا به عنوان شعاع دایره لولا را رسم می‌نماییم. دایرهٔ لولا را به دوازده قسمت مساوی یعنی درست به همان تعداد فاصلهٔ مساوی که روی محور افقی منحنی تغییرمکان انتخاب شده تقسیم می‌نماییم. سپس به هنگام دوران پیرو حول بادامک وضعیتهای مختلف لولا را با شماره‌های ۰، ۱، ۲، ۳ و غیره علامت می‌گذاریم. آنگاه با انتخاب این نقاط به عنوان مرکز با شعاع



شکل ۱۰ـ۱۵

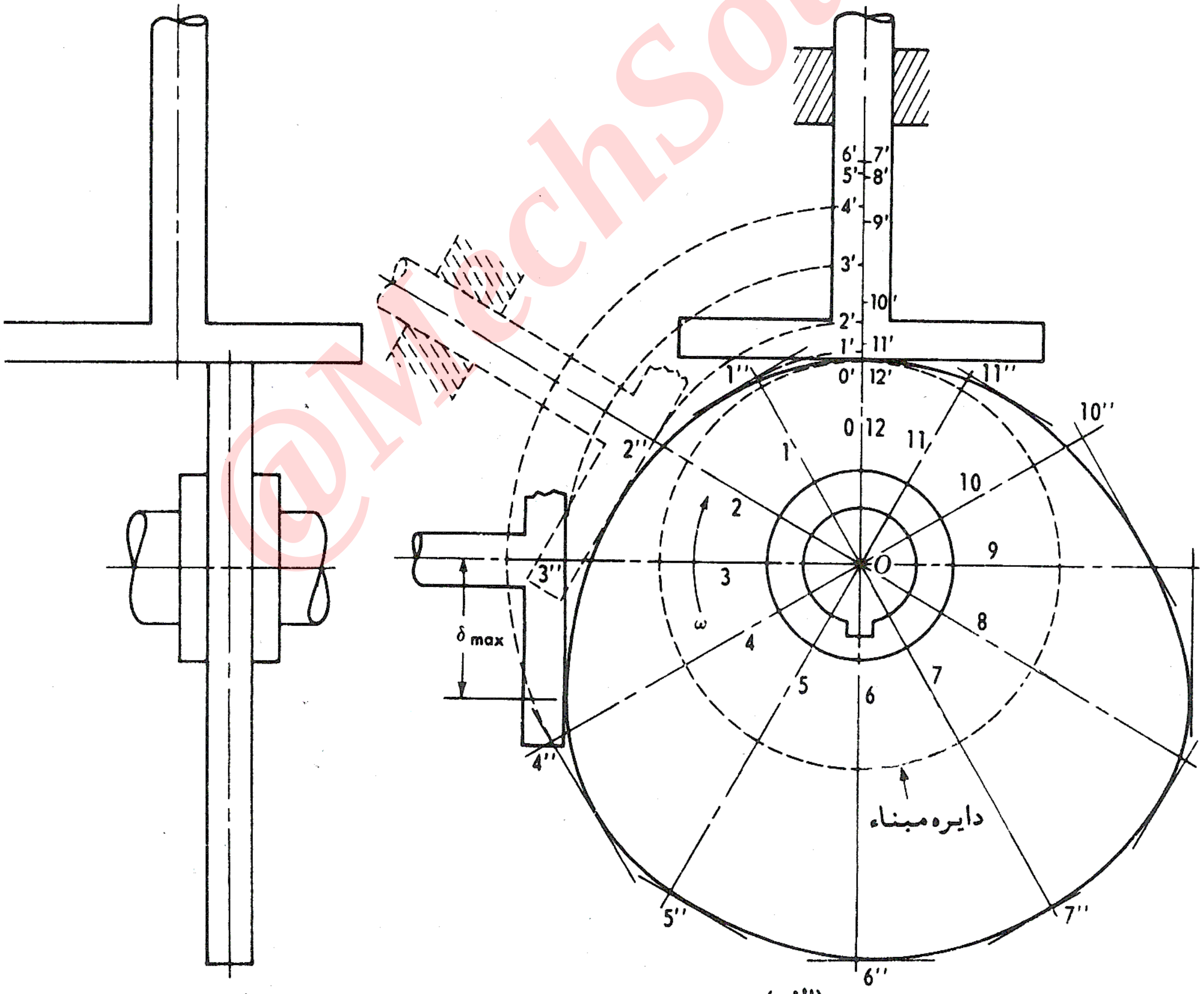
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

برابر R قوسهایی رسم می‌کنیم. سپس با مرکز قراردادن O قوسهایی از نقاط ′۱، ′۲، ′۳ و غیره رسم کرده که بدین ترتیب محل برخورد آنها با قوسهای قبلی موقعیت نقاط ″۱، ″۲، ″۳ و غیره را مشخص می‌کند. حال با استفاده از این نقاط به عنوان مرکز و شعاعی برابر شعاع غلتک دوایری رسم می‌کنیم که این دوایر موقعیتهای غلتک را نسبت به بادامک نشان می‌دهد. با رسم یک منحنی صاف و پیوسته مماس بر این دوایر، منحنی بادامک مشخص خواهد شد.

۱۰ـ۱۶ بادامک دیسکی با پیرو کف تخت رفت و آمدی

این بادامک در شکل ۱۰ـ۱۶ نشان داده شده است. بادامک در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران نموده و پیرو بر طبق تغییرمکانهای نشان داده شده می‌بایست در امتداد خط محور حرکت نماید. نقاط ″۱، ″۲، ″۳ و غیره مطابق مسئلهٔ قبل تعیین گردیده‌اند. از هریک از این نقاط عمودی بر خط شعاعی بادامک ترسیم می‌نماییم. این عمودها سطح تخت پیرو را با فرض آنکه بـه دور بـادامک



شکل ۱۰ـ۱۶

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

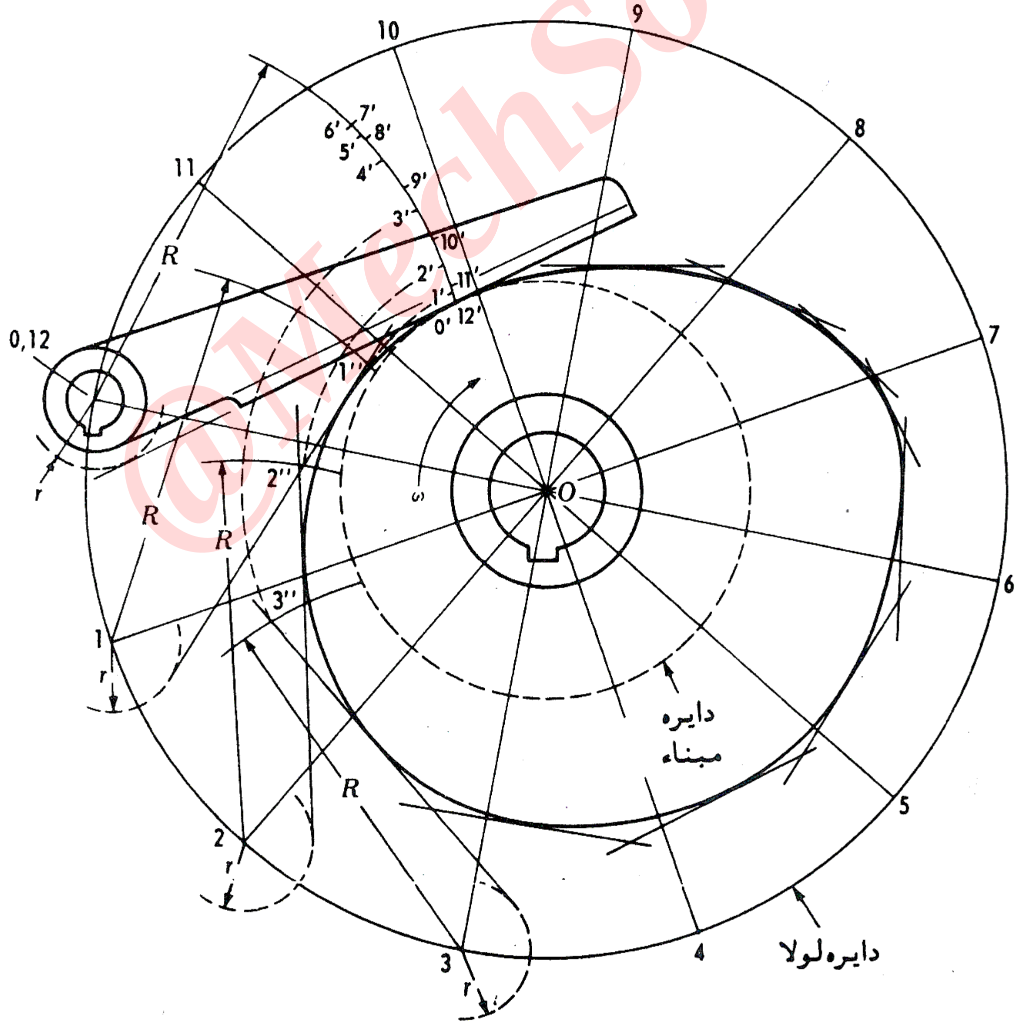
دوران نموده باشد نشان می‌دهند. منحنی مماس بر این خطوط فرم بادامک را مشخص می‌نماید.

به طوری که از روی شکل ملاحظه می‌گردد محل مماس در سطح تخت پیرو تغییر یافته و جابه‌جا می‌گردد. با یک بررسی درمی‌یابیم که ماکزیمم انحراف این نقطهٔ تماس نسبت به خط محور پیرو در وضعیت ۳ پدید می‌آید. این انحراف با δ_{max} نشان داده شده است. شعاع سطح دایره‌ای پیرو به طور واقعی کمی بزرگتر از آنچه که برای تطبیق δ_{max} لازم است می‌باشد.

در شکل ۱۰ـ۱۶ ب، تصویر جانبی بادامک نشان داده شده است. چون دسته و یا دنبالهٔ پیرو، دارای گردش دورانی خواهد بود بادامک نسبت به خط محور پیرو اغلب دارای کمی انحراف می‌باشد. این عمل موجب زیادشدن سطح تماس و در نتیجه موجب خوردگی کمتر می‌گردد.

۱۰ـ۱۷ بادامک دیسکی با پیرو کف تخت نوسانی

این نوع مکانیزم بادامکی در شکل ۱۰ـ۱۷ نشان داده شده است. بادامک در جهت گردش



شکل ۱۰ـ۱۷

https://t.me/MechSource

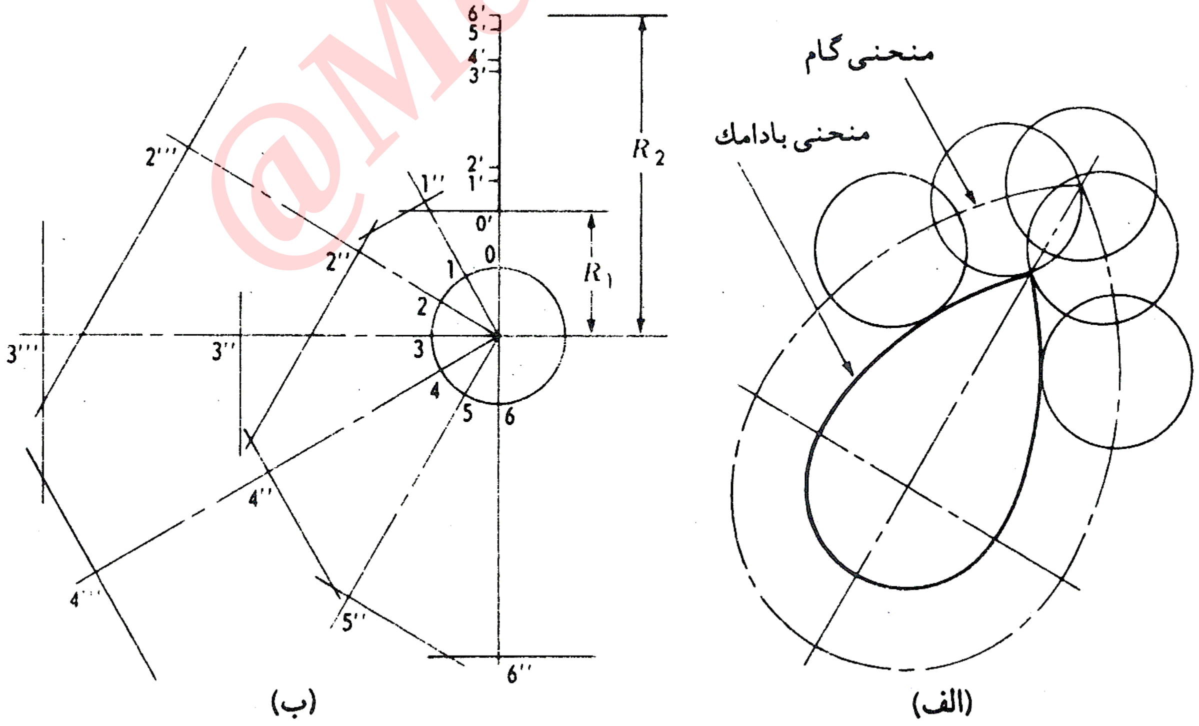
https://t.me/MechSource

عقربه‌های ساعت دوران نموده و پیرو بر طبق تغییر مکانهای نشان داده شده می‌بایست نوسان نماید. نقطهٔ O مرکز شفت بادامک بوده و نقطهٔ $'$۰ پایینترین وضعیت سطح تخت پیرو را نشان می‌دهد. شعاع دایرهٔ پایه برابر فاصلهٔ O تا $'$۰ می‌باشد. دایرهٔ قطب و یا لوله با استفاده از شعاعی برابر فاصلهٔ O تا لولای پیرو ترسیم می‌گردد. آنگاه وضعیتهای مختلف لولای پیرو را با فرض آنکه پیرو به دور بادامک دوران می‌نماید تعیین و با اعداد ۱، ۲، ۳ و غیره شماره‌گذاری می‌کنیم. سپس با استفاده از این نقاط به عنوان مرکز و شعاعی برابر R کمانهایی از دایره را رسم می‌نماییم. سپس با مرکز قراردادن O قوسهایی از نقاط $'$۱، $'$۲، $'$۳ و غیره رسم و بدین ترتیب نقاط $''$۱، $''$۲، $''$۳ و غیره را تعیین می‌کنیم. به طوری‌که نشان‌داده‌شده در وضعیتی که‌لولای پیرو در نقطهٔ ۰ قرار دارد، امتداد سطح تخت پیرو مماس بر دایره‌ای به شعاع r می‌باشد. با گردش پیرو حول بادامک سطح تخت بادامک می‌بایست به این دایره با شعاع r مماس بوده و به طوری که نشان داده شده از نقاط $''$۱، $''$۲، $''$۳ و غیره مرور کند. یک منحنی صاف و پیوسته مماس بر وضعیتهای مختلف سطح تخت پیرو فرم بادامک را مشخص خواهد نمود.

۱۰ـ۱۸ محدودهٔ طرح

در طراحی یک بادامک منحنی تغییرمکان، فرم پیرو و اندازهٔ دایرهٔ پایه معمولاً به طور فرضی انتخاب می‌گردند. این فرضیات همیشه عملی نمی‌باشند.

در شکل ۱۰ـ۱۸ الف، حاصل این فرضیات بادامکی است که در تمام وضعیتهای غلتک تماس



شکل ۱۰ـ۱۸

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

صورت نمی‌گیرد. بنابراین در نزدیکی نوک بادامک صعود به وضعیتهای دلخواه که می‌بایست تحت تأثیر فشار بادامک به پیرو صورت گیرد حاصل نمی‌گردد. این نقیصه می‌تواند یا با زیادنمودن اندازهٔ دایره پایه و یا با کم نمودن شعاع غلتک برطرف گردد. کم‌نمودن شعاع انحنای بادامک و یا غلتک موجب خواهد شد که تنشهای تماسی در آنها بالا رود. بنابراین می‌بایست از کاربرد غلتکی با شعاع خیلی کم اجتناب گردد. به علاوه اگر در بعضی نواحی شعاع انحنای بادامک خیلی کم گردد، به طوری که بادامک به یک نقطه میل نماید مگر در مواردی که سرعت خیلی پایین باشد کیفیت حرکت مطلوب نخواهد بود.

در شکل ۱۰-۱۸ ب، بادامکی با یک پیروکف تخت رفت و آمدی نشان داده شده است. هنگامی که یک دایرهٔ پایه با شعاع R_1 مورد استفاده قرار گرفته، موقعیتهای مختلف پیرو با نقاط ″۱، ″۲، ″۳ و غیره مشخص گردیده که چون نقطهٔ ″۳ خارج از نقطهٔ ″۲ و ″۴ واقع شده یک منحنی صاف و پیوسته را نمی‌توان بر این نقاط مرور داد. اگر شعاع دایرهٔ پایه از R_1 به R_2 افزایش داده شود، نقاط جدید ‴۲، ‴۳ و ‴۴ نقاطی مطلوب خواهند بود.

۱۰-۱۹ ساخت بادامک

روش ترسیمی برای به دست آوردن منحنی محیطی بادامک محدود به بادامکهای با سرعت کم بوده که دقت زیادی در ساخت آنها مورد نظر نمی‌باشد. در این روش از برش گسترده استفاده می‌شود. به طوری که از این واژه برمی‌آید، ماشینکار منحنی بادامک را بر روی ورق خط‌کشی می‌کند. سپس، ماشینکار ممکن است از یک ارهٔ نواری برای برش استفاده کرده و سپس با استفاده از سوهان محل برش را صاف کند و یا از ماشین فرز و یا صفحهٔ تراش استفاده کرده و با دقت ممکنه خط‌کشی را تعقیب کند. گاهی اوقات برای دسترسی به دقت بیشتر از ذره‌بین استفاده می‌گردد.

در سرعتهای بالا، بادامکهای با منحنی دقیق مورد نیاز بوده و برای دستیابی به معلومات لازم جهت قراردادن ابزار برش در موقعیت صحیح نسبت به بادامک نیاز به تجزیه و تحلیل ریاضی می‌باشد. بادامکهای دقیق یا به وسیلهٔ چرخاندن بادامک در جلوی ابزار برش و یا وسیله‌ای که ابزار برش راکنترل نماید ساخته و تولید می‌گردند.

روش چرخاندن بادامک در جلوی ابزار بدین ترتیب است که تیغهٔ فرز و یا چرخ سنباده را تا فاصلهٔ معین به داخل بادامک پیش برده و سپس ابزار را به عقب کشیده و بادامک را به مقدار لازم چرخانده و دوباره ابزار را تا فاصلهٔ معین پیش می‌برند. این عمل آن قدر تکرار می‌شود تا بادامک ساخته شود. در این روش پس از ساخته‌شدن بادامک، به تعداد جلو و عقب بردن ابزار گوشه‌ها و سطوحی در محیط بادامک ایجاد می‌شود. از این روش برای ساختن بادامکهای نمونه و یا تولیدات با تعداد کم استفاده می‌گردد. روش کند بوده ولی بادامک از دقت بالا برخوردار است.

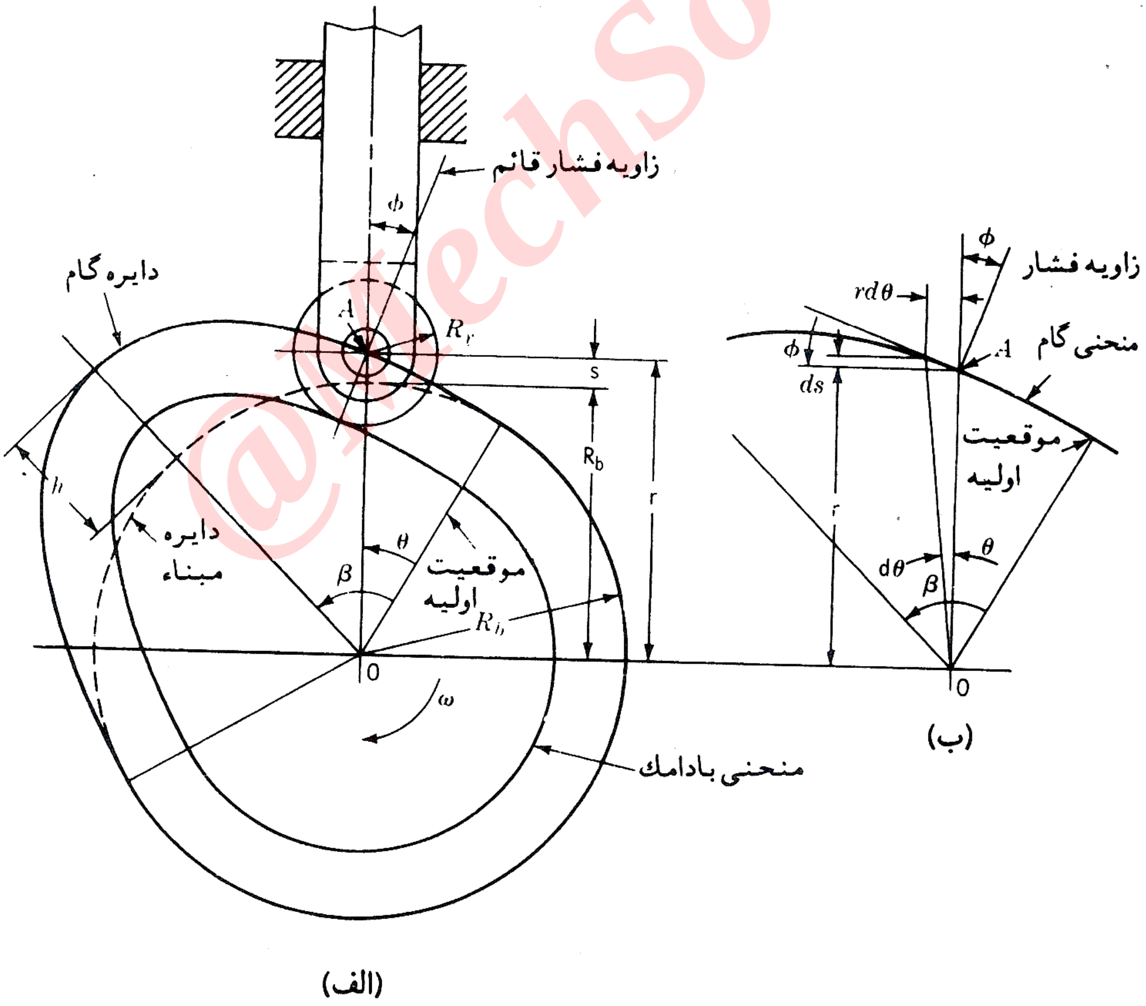
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

روش استفاده از وسیله جهت کنترل ابزار برش بدین ترتیب است که پیش روی تیغهٔ فرز، رندهٔ صفحهٔ تراش و یا سنگ سنباده با یک وسیلهٔ اطلاعاتی مثل الگو (بادامک نمونه که اغلب چند برابر بادامک واقعی ساخته می‌شود) و یا نوار پانچ شده به طور پیوسته کنترل می‌گردد. از این روش، در ساخت و تولید انبوه بادامکهای با منحنی دقیق استفاده می‌گردد. ماشینهای فرز *N.C.* که از نوار پانچ شده استفاده می‌کنند، آن قدر پیشرفت کرده‌اند که قادر می‌باشند بادامک و ابزار برش را تا یکهزارم میلیمتر گردانده و یا جلو ببرند.

۱۰ـ۲۰ بادامک دیسکی ـ محاسبه منحنی گام و زاویهٔ فشار

شکل ۱۰ـ۱۹ یک بادامک دیسکی با پیرو شعاعی رفت و برگشتی را نشان می‌دهد. با استفاده از معادلات ریاضی معلوم بین تغییر مکان پیرو (s) و زاویهٔ گردش بادامک (θ)، می‌توانیم مقدار فاصلهٔ



شکل ۱۰ـ۱۹

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

شعاعی r تا نقاط واقع بر روی منحنی گام را محاسبه کنیم. همچنین می‌توانیم زاویهٔ فشار ϕ (قسمت ۱۰ـ۱۴ را ملاحظه کنید) را برای هر وضعیت زاویه‌ای بادامک تعیین کنیم.

از شکل ۱۰ـ۱۹ ب

$$\tan\phi = \frac{ds}{r d\theta} \qquad (۱۰\text{ـ}۱۴)$$

که در آن r مطابق شکل ۱۰ـ۱۹ الف، فاصلهٔ مرکز بادامک O تا نقاط واقع بر روی منحنی گام می‌باشد.

$$r = R_b + s \qquad (۱۰\text{ـ}۱۵)$$

R_b شعاع دایرهٔ پایه می‌باشد.

مثال ۱۰ـ۴ یک بادامک سیکلوئیدی با پیرو غلتکی رفت و برگشتی دارای صعود h با مقدار ۲۰ میلیمتر در زاویه β مساوی ۷۵° می‌باشد. شعاع دایرهٔ پایه R_b برابر ۸۰ میلیمتر بوده و شعاع غلتک پیرو R_r برابر ۱۶ میلیمتر می‌باشد.

فاصلهٔ r نقاط واقع بر منحنی گام و نیز مقادیر مربوط به زاویه فشار در فواصل $\theta/\beta = ۰٫۱$ را محاسبه کنید. ماکزیمم شتاب پیرو را تعیین کنید. سرعت بادامک ۵۰۰ دور در دقیقه می‌باشد.

حل: تغییر مکان s بادامک سیکلوئیدی در جدول ۱۰ـ۲ داده شده است.

$$s = h\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{۱}{۲\pi}\sin ۲\pi\,\frac{\theta}{\beta}\right)$$

جدول ۱۰ـ۳

$\frac{\theta}{\beta}$	$۲\pi\theta/\beta$, deg	$\sin\frac{۲\pi\theta}{\beta}$	$\cos\frac{۲\pi\theta}{\beta}$	$\frac{\sin(۲\pi\theta/\beta)}{۲\pi}$	s	$r=R_b+s$	$\frac{ds}{d\theta}$	$\tan\phi=\frac{ds}{rd\theta}$	ϕ.deg
۰	۰	۰	۱	۰	۰	۸۰	۰	۰	۰
۰٫۱	۳۶	۰٫۵۸۷۸	۰٫۸۰۹۰	۰٫۰۹۳۶	۰٫۱۲۸	۸۰٫۱۲۸	۲٫۹۱۸	۰٫۰۳۶۴	۲٫۰۹
۰٫۲	۷۲	۰٫۹۵۱۱	۰٫۳۰۹۰	۰٫۱۵۱۴	۰٫۹۷۲	۸۰٫۹۷۲	۱۰٫۵۵۸	۰٫۱۳۰۵	۷٫۴۴
۰٫۳	۱۰۸	۰٫۹۵۱۱	−۰٫۳۰۹۰	۰٫۱۵۱۴	۲٫۹۲۷	۸۲٫۹۲۷	۲۰	۰٫۲۴۱۲	۱۳٫۵۶
۰٫۴	۱۴۴	۰٫۵۸۷۸	−۰٫۸۰۹۰	۰٫۰۹۳۶	۶٫۱۲۸	۸۶٫۱۲۸	۲۷٫۶۳۹	۰٫۳۲۰۹	۱۷٫۷۹
۰٫۵	۱۸۰	۰	−۱	۰	۱۰	۹۰	۳۰٫۵۵۸	۰٫۳۳۹۵	۱۸٫۷۵
۰٫۶	۲۱۶	−۰٫۵۸۷۸	−۰٫۸۰۹۰	−۰٫۰۹۳۶	۱۳٫۸۷۲	۹۳٫۸۷۲	۲۷٫۶۳۹	۰٫۲۹۴۴	۱۶٫۴۰
۰٫۷	۲۵۲	−۰٫۹۵۱۱	−۰٫۳۰۹۰	−۰٫۱۵۱۴	۱۷٫۰۲۸	۹۷٫۰۲۸	۲۰	۰٫۲۰۶۱	۱۱٫۶۵
۰٫۸	۲۸۸	−۰٫۹۵۱۱	۰٫۳۰۹۰	−۰٫۱۵۱۴	۱۹٫۰۲۸	۹۹٫۰۲۸	۱۰٫۵۵۸	۰٫۱۰۶۶	۶٫۰۸
۰٫۹	۳۲۴	−۰٫۵۸۷۸	۰٫۸۰۹۰	−۰٫۰۹۳۶	۱۹٫۸۷۲	۹۹٫۸۷۲	۲٫۹۱۸	۰٫۰۲۹۲	۱٫۶۷
۱٫۰	۳۶۰	۰	۱	۰	۲۰	۱۰۰	۰	۰	۰

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

برای تعیین زاویهٔ فشار نیاز به مشتق $ds/d\theta$ جهت استفاده از رابطهٔ (۱۰-۱۴) می‌باشد.

$$\frac{ds}{d\theta} = \frac{h}{\beta}\left(1 - \cos\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$$

$$\beta = 75^\circ = 1{,}3090 \text{ rad}$$

$$\frac{h}{\beta} = 15{,}2788$$

به طوری که در جدول ۱۰-۳ نشان داده شده، محاسبات می‌تواند به صورتِ جدولی انجام پذیرد.

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi(500)}{60} = 52{,}36 \text{ rad/s}$$

با توجه به جدول ۱۰-۲، ماکزیمم شتاب پیرو برابر است با

$$A_{max} = \frac{2\pi h\omega^2}{\beta^2} = \frac{2\pi\,(0{,}020)\,(52{,}36)^2}{(1{,}309)^2} = 201 \text{ m/s}^2$$

۱۰-۲۱ بادامک دیسکی با پیرو غلتکی ـ موقعیت ابزار برش و سنگ سنباده

موقعیت تیغهٔ فرز و یا چرخ سنگ سنباده نسبت به یک بادامک با پیرو شعاعی رفت و برگشتی برحسب فاصلهٔ r_g و زاویهٔ ψ_g در شکل ۱۰-۲۰ نشان داده شده است. در موقع ساخت مرکز بادامک ثابت بوده و در حالی که نسبت به موقعیت اولیهٔ خود به اندازهٔ زاویهٔ ψ_g دوران می‌کند، مرکز B چرخ سنباده در امتداد قائم OB به بالا و پایین حرکت می‌کند. روش محاسبهٔ این مقادیر توسط ربرت[1] به شرح زیر بیان شده است.

اگر شعاع ابزار برش برابر شعاع غلتک پیرو بوده باشد، مرکز ابزار برش مطابق شکل ۱۰-۱۹ بر روی منحنی گام قرار داده خواهد شد. آنگاه موقعیت ابزار نسبت به بادامک برحسب r و θ بیان خواهد شد. محاسبهٔ مقادیر r مربوط به مقادیر θ در قسمت ۱۰-۲۰ تشریح گردید.

در حالت کلی، شعاع R_g ابزار برش برابر شعاع غلتک R_r نمی‌باشد. موقعیت ابزار برش نسبت به بادامک مطابق آنچه که در شکل ۱۰-۲۰ نشان داده شده می‌باشد. به طوری که ملاحظه می‌شود این شکل با چرخاندن شکل ۱۰-۱۹ به گونه‌ای که مرکز بادامک O و مرکز ابزار برش B در امتداد خط قائم قرار گیرند به دست آمده است. برای به دست آوردن فاصلهٔ بین مراکز ابزار برش و بادامک یعنی r_g می‌توان در مثلث OAB از قانون کسینوسها استفاده کرد.

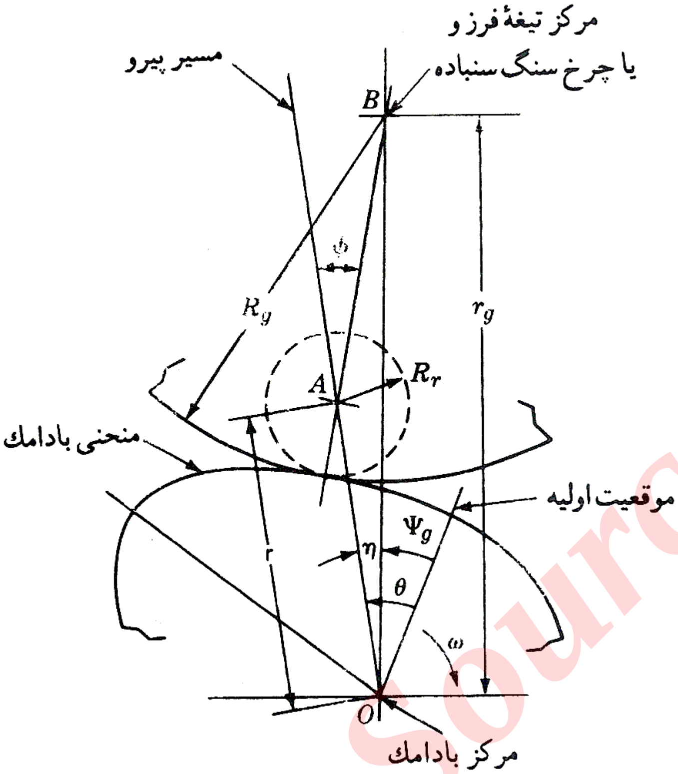
$$r_g^2 = r^2 + (R_g - R_r)^2 + 2r\,(R_g - R_r)\cos\phi \qquad (۱۰-۱۶)$$

---

1. H. A. Rothbart, *cams*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1956.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۰ـ۲۰

@MechSource

همین‌طور از شکل ۱۰ـ۲۰

$$\psi_g = \theta - \eta \text{ (در زمان صعود پیرو)} \quad (۱۰\text{ـ}۱۷)$$

$$= \theta + \eta \text{ (در زمان فرود پیرو)} \quad (۱۰\text{ـ}۱۸)$$

جدول ۱۰ـ۴

ψ_g,deg	η,deg	$\sin\eta$	r_g	r_g^2	$2r(R_g-R_r)\cos\phi$	$\cos\phi$	$\sin\phi$	r^2	θ,deg
۰	۰	۰	۱۱۴	۱۲۹۹۶	۵۴۴۰	۱	۰	۶۴۰۰	۰
۶٫۸۷۷	۰٫۶۲۳	۰٫۰۱۰۸۷	۱۱۴٫۱	۱۳۰۲۲	۵۴۴۵	۰٫۹۹۹۳	۰٫۰۳۶۵	۶۴۲۰٫۵	۷٫۵
۱۲٫۸۰۲	۲٫۱۹۸	۰٫۰۳۸۳۵	۱۱۴٫۸	۱۳۱۷۳	۵۴۶۰	۰٫۹۹۱۶	۰٫۱۲۹۵	۶۵۵۶٫۵	۱۵
۱۸٫۵۶۹	۳٫۹۳۱	۰٫۰۶۸۵۶	۱۱۶٫۳	۱۳۵۱۵	۵۴۸۲	۰٫۹۷۲۱	۰٫۲۳۴۵	۶۸۷۶٫۹	۲۲٫۵
۲۴٫۹۹۲	۵٫۰۰۸	۰٫۰۸۷۲۹	۱۱۹٫۰	۱۴۱۵۱	۵۵۷۷	۰٫۹۵۲۲	۰٫۳۰۵۵	۷۴۱۸٫۰	۳۰
۳۲٫۳۹۰	۵٫۱۱۰	۰٫۰۸۹۰۶	۱۲۲٫۷	۱۵۰۵۱	۵۷۹۵	۰٫۹۴۶۹	۰٫۳۲۱۴	۸۱۰۰٫۰	۳۷٫۵
۴۰٫۶۶۳	۴٫۳۳۷	۰٫۰۷۵۶۳	۱۲۶٫۹	۱۶۰۹۱	۶۱۲۳	۰٫۹۵۹۳	۰٫۲۸۲۳	۸۸۱۲٫۰	۴۵
۴۹٫۴۸۵	۳٫۰۱۵	۰٫۰۵۲۶۰	۱۳۰٫۵	۱۷۰۳۲	۶۴۶۲	۰٫۹۷۹۴	۰٫۲۰۱۹	۹۴۱۴٫۴	۵۲٫۵
۵۸٫۴۴۸	۱٫۵۵۲	۰٫۰۲۷۰۹	۱۳۲٫۹	۱۷۶۵۹	۶۶۹۶	۰٫۹۹۴۴	۰٫۱۰۵۹	۹۸۰۶٫۵	۶۰
۶۷٫۰۷۷	۰٫۴۲۳	۰٫۰۰۷۳۹	۱۳۳٫۸	۱۷۹۱۰	۶۷۸۹	۰٫۹۹۹۶	۰٫۰۲۹۱	۹۹۶۵٫۴	۶۷٫۵
۷۵	۰	۰	۱۳۴	۱۷۹۵۶	۶۸۰۰	۱	۰	۱۰۰۰۰	۷۵

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

وقتی که موقعیت اولیهٔ بادامک، نسبت به خط OB به اندازهٔ زاویهٔ ψ_g دوران کند ابزار برش می‌بایست آن قدر به بادامک نزدیک شود که فاصلهٔ بین محورهای O و B برابر r_g شود.

زاویهٔ η را می‌توان با استفاده از قانون کسینوسها در مثلث OAB به دست آورد.

$$\sin\eta = \frac{R_g - R_r}{r_g}\sin\phi \qquad (۱۰\text{-}۱۹)$$

مثال ۱۰ـ۵ مقادیر r_g و ψ_g را برای بادامک دیسکی مثال ۱۰ـ۴ با همان مقدار θ/β حساب کنید. شعاع ابزار برش R_g برابر ۵۰ میلیمتر می‌باشد.

حل: $R_g - R_r = ۵۰ - ۱۶ = ۳۴\text{mm}$. حل مسئله مطابق جدول ۱۰ ـ ۴ پی‌گیری می‌شود.

۱۰ـ۲۲ بادامک دیسکی با پیرو کف تخت ـ موقعیت ابزار برش و یا سنگ سنباده

شکل ۱۰ـ۲۱، یک بادامک با پیرو کف تخت رفت و برگشتی را نشان می‌دهد. در این شکل موقعیت تیغهٔ فرز و یا چرخ سنباده نسبت به بادامک با r_g و ψ_g مشخص شده است. هنگام ساخت بادامک مرکز بادامک ثابت نگاه داشته شده و در حالی که بادامک نسبت به وضعیت اولیهٔ خود به اندازهٔ زاویه مربوطه ψ_g گردش می‌نماید، مرکز B متعلق به چرخ سنباده در راستای ثابت OB به مقدار دلخواه r_g به داخل و یا خارج برده می‌شود. با استفاده از معادلات معلوم بین تغییرمکان پیرو s و زاویهٔ گردش بادامک θ، می‌توان این مقادیر را محاسبه کرد. همچنین می‌توان فاصلهٔ مرکز بادامک تا منحنی محیطی بادامک یعنی r_c و مقادیر مربوط به ψ_c را محاسبه کرد. روش تشریح شده توسط ربرت در کتاب بادامک خود او که قبلاً در قسمت ۱۰ـ۲۱ به آن اشاره رفت به شرح زیر است.

ابتدا r_c و ψ_c را محاسبه می‌کنیم. در شکل ۱۰ـ۲۱، $r_c\omega$ سرعت نقطه‌ای مانند C بر روی بادامک و ds/dt سرعت پیرو می‌باشد. با توجه به مثلثهای متشابه

$$\frac{ds/dt}{r_c\omega} = \frac{q}{r_c}$$

یا

$$q = \frac{۱}{\omega}\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\theta} \qquad (۱۰\text{-}۲۰)$$

شعاع دایرهٔ پایه R_b بوده و از روی شکل

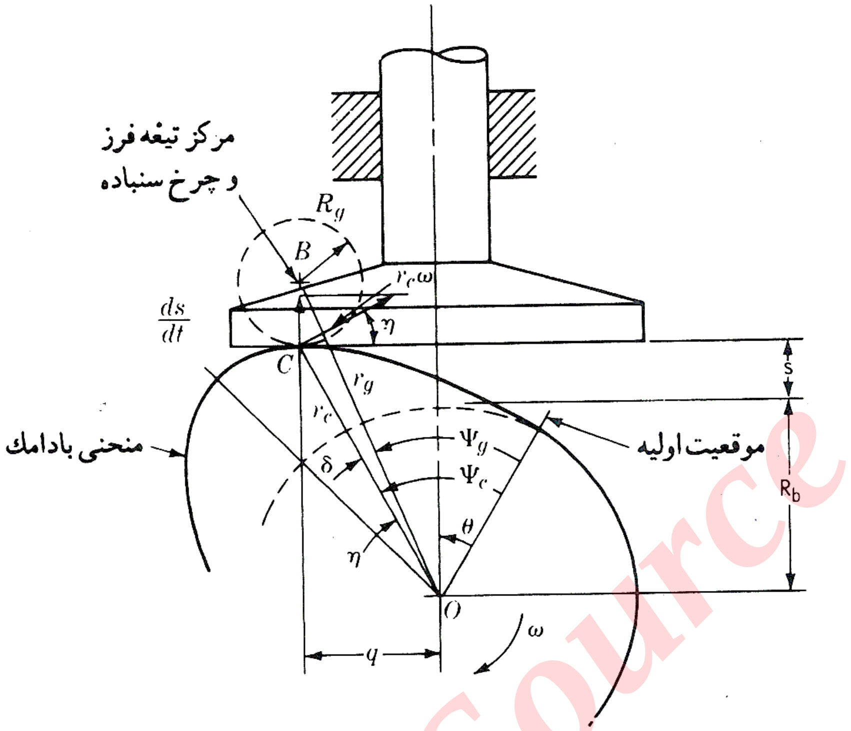
$$r_c = [(R_b + s)^۲ + q^۲]^{۱/۲} \qquad (۱۰\text{-}۲۱)$$

$$\tan\eta = \frac{q}{R_b + s} \qquad (۱۰\text{-}۲۲)$$

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۰ـ۲۱

@MechSource

آنگاه

$$\psi_c = \theta + \eta \text{ (در موقع صعود پیرو)} \tag{۱۰-۲۳}$$

$$\psi_c = \theta - \eta \text{ (در موقع فرود پیرو)} \tag{۱۰-۲۴}$$

برای محاسبهٔ r_g و ψ_g توجه داشته باشید که

$$r_g = [(R_b + s + R_g)^2 + q^2]^{1/2} \tag{۱۰-۲۵}$$

با استفاده از قانون کسینوسها در مثلث OBC داریم

$$R_g^2 = r_c^2 + r_g^2 - 2\, r_c r_g \cos\delta$$

یا

$$\cos\delta = \frac{r_c^2 + r_g^2 - R_g^2}{2\, r_c r_g} \tag{۱۰-۲۶}$$

با توجه به شکل ملاحظه می‌کنیم که

$$\psi_g = \psi_c - \delta \text{ (در موقع صعود پیرو)} \tag{۱۰-۲۷}$$

$$\psi_g = \psi_c + \delta \text{ (در موقع فرود پیرو)} \tag{۱۰-۲۸}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

مثال ۱۰ـ٦ یک بادامک سیکلوئیدی با پیرو کف تخت دارای صعود ۲۰ میلیمتر در زاویهٔ $\beta = ۷۵°$ می‌باشد. شعاع دایرهٔ پایهٔ R_b برابر ۸۰ میلیمتر می‌باشد. شعاع دایرهٔ ابزار برش R_g برابر ۵۰ میلیمتر است. برای مقادیر ۰، ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰، ۷۵ درجه مربوط به θ منحنی محیطی بادامک یعنی مقادیر r_c و ψ_c را محاسبه کنید. همچنین موقعیت ابزار برش جهت ساخت بادامک یعنی r_g و ψ_g را تعیین کنید.

حل: تغییرمکان بادامک سیکلوئیدی در جدول ۱۰ ـ ۲ داده شده است.

$$s = h\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{۱}{۲\pi}\sin ۲\pi\frac{\theta}{\beta}\right)$$

از معادلهٔ (۱۰ـ۲۰)

$$q = \frac{ds}{d\theta} = \frac{h}{\beta}\left(۱ - \cos\frac{۲\pi\theta}{\beta}\right) = \frac{۲۰}{۱٫۳۰۹۰}\left(۱ - \cos\frac{۲\pi\theta}{\beta}\right)$$

پیشرفت محاسبات به شرح مندرج در جدول ۱۰ـ۵ می‌باشد.

یک برنامهٔ کامپیوتری که قادر به محاسبهٔ فاصلهٔ r_c (فاصلهٔ مرکز بادامک تا نقاط واقع بر روی منحنی محیطی بادامک) و مقادیر مربوطه ψ_c برای یک بادامک دیسکی با پیرو کف تخت می‌باشد در ضمیمهٔ ج آمده است. این برنامه همچنین مقادیر r_g و ψ_g که موقعیت ابزار برش، جهت ساخت بادامک را مشخص می‌کنند را تعیین می‌کند. برنامه تمام این مقادیر را برای پیروی با حرکت شتاب ثابت، هارمونیک ساده و یا سیکلوئیدی محاسبه کرده و به علاوه مثالهایی نیز ضمیمه شده است.

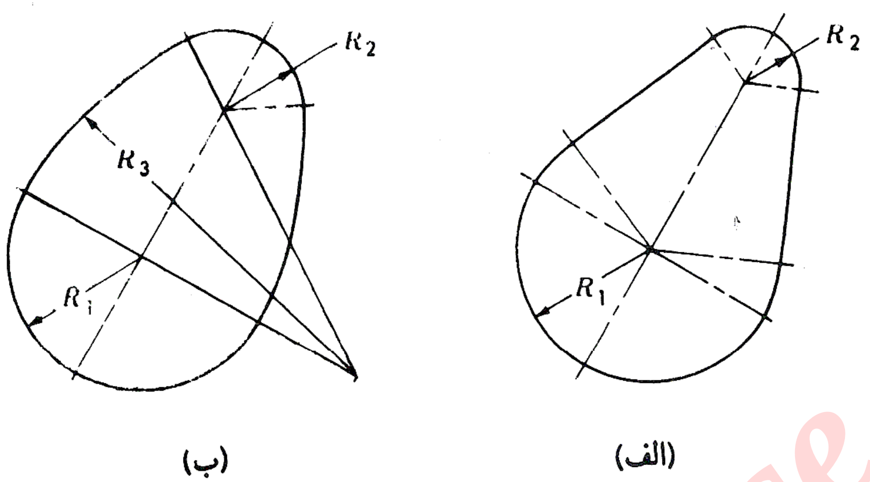
جدول ۱۰ـ۵

r_c	q	s	$\cos ۲\pi\frac{\theta}{\beta}$	$\sin ۲\pi\frac{\theta}{\beta}$	$۲\pi\frac{\theta}{\beta}$, deg	$\frac{\theta}{\beta}$	θ,deg
۸۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰
۸۱٫۶۵۴	۱۰٫۵۵۸	۰٫۹۷۲	۰٫۳۰۹۰	۰٫۹۵۱۱	۷۲	۰٫۲	۱۵
۹۰٫۴۵۴	۲۷٫۶۳۹	۶٫۱۲۸	−۰٫۸۰۹۰	۰٫۵۸۷۸	۱۴۴	۰٫۴	۳۰
۹۷٫۸۵۷	۲۷٫۶۳۹	۱۳٫۸۷۲	−۰٫۸۰۹۰	−۰٫۵۸۷۸	۲۱۶	۰٫۶	۴۵
۹۹٫۵۸۹	۱۰٫۵۵۸	۱۹٫۰۲۸	۰٫۳۰۹۰	−۰٫۹۵۱۱	۲۸۸	۰٫۸	۶۰
۱۰۰	۰	۲۰	۱	۰	۳۶۰	۱٫۰	۷۵

ψ_g,deg	δ,deg	$\cos\delta$	r_g	ψ_c,deg	η,deg	$\tan\eta$	θ,deg
۰	۰	۰	۱۳۰	۰	۰	۰	۰
۱۹٫۶۲۲	۲٫۸۰۷	۰٫۹۹۸۸	۱۳۱٫۳۹۸	۲۲٫۴۲۹	۷٫۴۲۹	۰٫۱۳۰۴	۱۵
۴۱٫۴۵۹	۶٫۳۳۲	۰٫۹۹۳۹	۱۳۸٫۹۰۶	۴۷٫۷۹۱	۱۷٫۷۹۱	۰٫۳۲۰۹	۳۰
۵۵٫۸۴۷	۵٫۵۵۷	۰٫۹۹۵۳	۱۴۶٫۵۰۳	۶۱٫۴۰۴	۱۶٫۴۰۴	۰٫۲۹۴۴	۴۵
۶۴٫۱۰۰	۱٫۹۸۵	۰٫۹۹۹۴	۱۴۹٫۴۰۱	۶۶٫۰۸۵	۶٫۰۸۵	۰٫۱۰۶۶	۶۰
۷۵	۰	۱	۱۵۰	۷۵	۰	۰	۷۵

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۰-۲۲

۱۰-۲۳ بادامک دیسکی با قوس دایره

بعضی از بادامکها به گونه‌ای طراحی می‌گردند که فرم آنها مطابق شکل ۱۰-۲۲ الف، مرکب از قوسهای دوایری بوده که به وسیلهٔ خطوطی مماس به یکدیگر متصل گردیده و یا کل بادامک مطابق شکل ۱۰-۲۲ ب، مرکب از قوسهای دوایر مماس برهم می‌باشد. در طراحی این گونه بادامکها، منحنی تغییرمکان یک فرض اولیه نبوده که به ازای آن فرم بادامک تعیین گردد. بلکه برعکس منحنی تغییر مکان پیرو بر اساس بادامک طراحی شده تعیین می‌گردد. از محاسن این نوع بادامک می‌توان به سادگی بادامک، ارزانی ساخت و سهولت کنترل و تعیین دقت اشاره کرد.

سرعتها و شتابهای پیرو به کار رفته با این بادامکها را می‌توان با روشهایی که قبلاً برای تعیین سرعتها و شتابها نشان داده شده تعیین نمود.

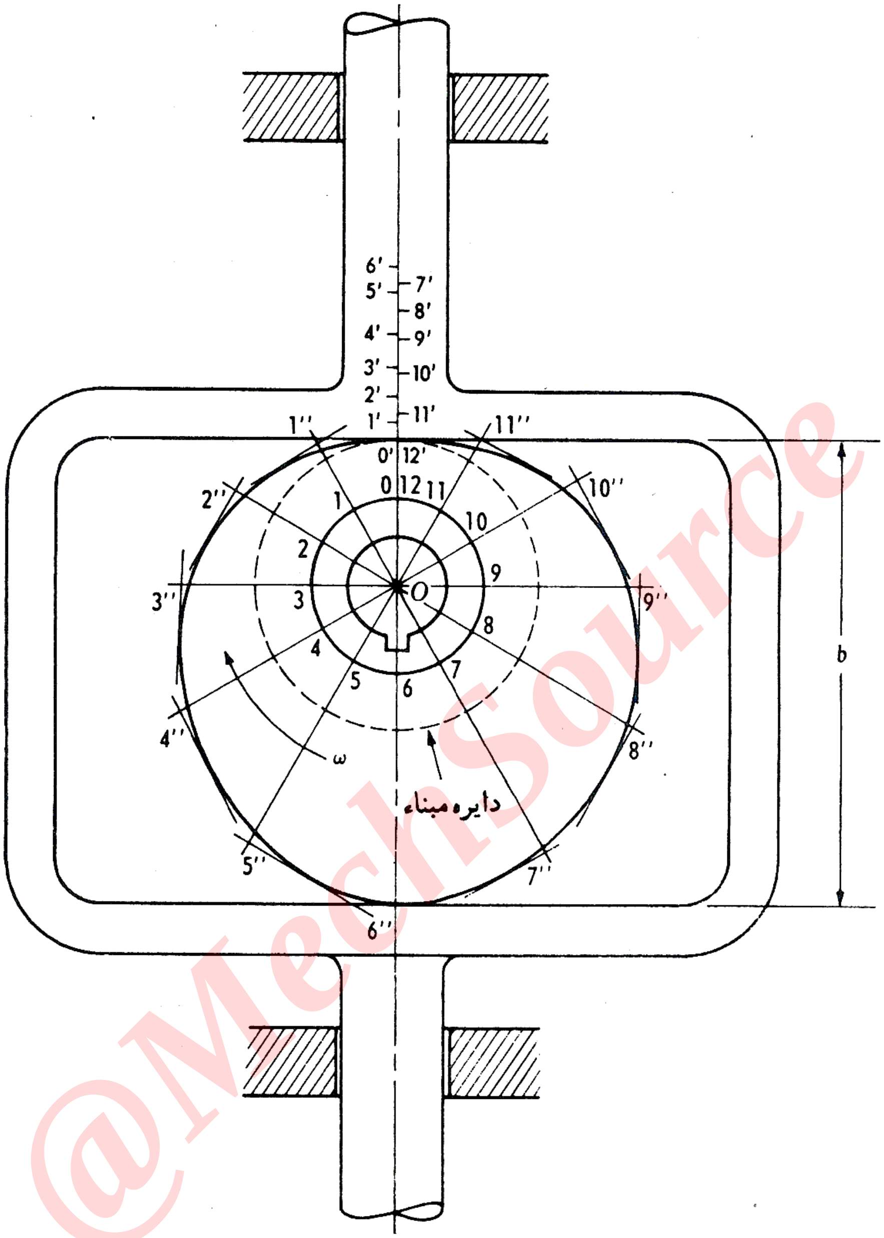
یکی از ویژگیهای ناخواسته این نوع بادامکها تغییر ناگهانی شتاب در نقاط اتصال قوسهای با شعاع مختلف می‌باشد. این نقیصه معمولاً موجب جرک بینهایت گردیده که به همین جهت نباید از آنها در دورهای زیاد استفاده نمود.

۱۰-۲۴ بادامک با برگشت مثبت

اغلب برای برگشت پیرو در بادامکهای دیسکی و پیروهای شعاعی وسیله‌ای غیر از اتکا به اثر وزن و یا فنر مورد نیاز می‌باشد. در شکل ۱۰-۲۳، بادامکی نشان داده شد که نه تنها به هنگام بالابردن پیرو کنترل آن را دارد، بلکه به طور مثبت حین پایین آمدن هم آن راکنترل می‌نماید. تغییرمکان درکورس برگشت می‌بایست عیناً حرکت به طرف خارج ولی در جهت مخالف بوده باشد. حرکت به طرف خارج مطابق مقیاس تغییرمکان نقاط ′۰ تا ′۶ می‌باشد. فرم بادامک این حرکت مطابق معمول تعیین می‌گردد، فاصلهٔ b برابر مجموع صعودکلی پیرو و قطر دایره پایه می‌باشد. نقاط ″۷، ″۸، ″۹ و غیره با

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



@MechSource

شکل ۱۰ـ۲۳

رعایت رابطهٔ b = "۹"۳ = "۸"۲ = "۷"۱ و غیره جایابی می‌گردند. بدین ترتیب حرکت برگشت پیرو مشابه حرکت آن به طرف خارج خواهد بود. این بادامک را گاهی بادامک با عرض ثابت می‌گویند.

اگر دیسک نشان داده شده در شکل ۱۰ـ۲۳، دایره بوده و اگر نقطهٔ O مرکز شفت بادامک در جایی غیر از مرکز دایره واقع باشد، نتیجه به بادامک خارج از محور معروف است. چنین بادامکی حرکت نوسانی ساده مقید را ایجاد می‌کند.

بادامک نشان داده شده در شکل ۱۰ـ۲۳ نیز ممکن است طوری طراحی گردد که به جای

https://t.me/MechSource

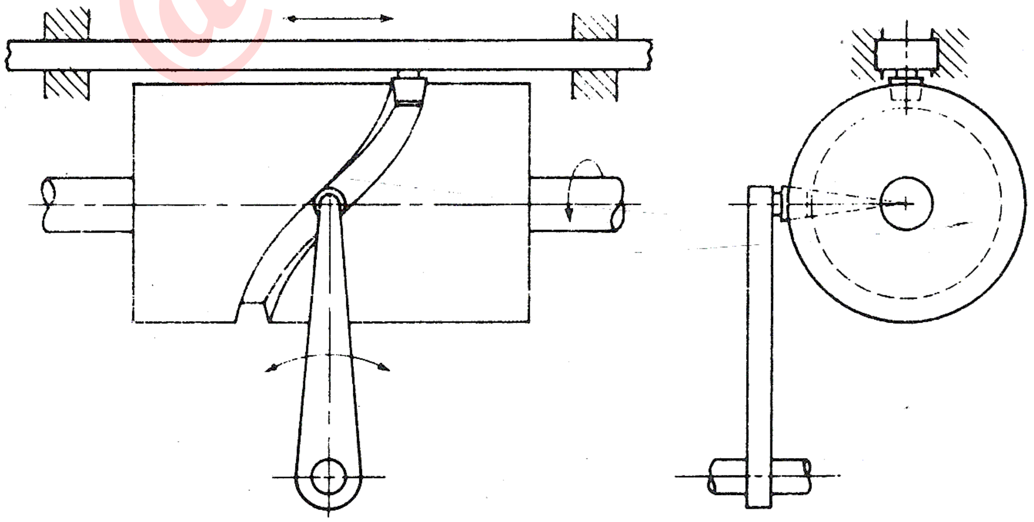
https://t.me/MechSource

پیرو با دو سطح تخت از پیروی با دو غلتک استفاده کند. در این صورت نقاط "۱، "۲، "۳ و غیره موقعیتهای محور غلتک را نشان می‌دهد. طولهای "۷"۱، "۸"۲، "۹"۳ و غیره برابر فاصلهٔ بین دو محور غلتکها که مقداری ثابت می‌باشد انتخاب می‌گردند. اگر حرکت برگشتی مستقل از حرکت به طرف خارج مورد نیاز بوده باشد می‌بایست از دو بادامک واقع بر روی شفت استفاده نمود. در این حال یکی از بادامکها با غلتک شمارهٔ ۱ در تماس بوده و حرکت به طرف خارج پیرو را تأمین می‌نماید. بادامک دیگر با غلتک شمارهٔ ۲ در تماس بوده و موجب برگرداندن پیرو می‌گردد. این بادامک دیسکی دوتایی نیز ممکن است با پیروی که دارای سطوح تخت است استفاده گردد.

۱۰ـ۲۵ بادامک استوانه‌ای

گاهی در یک ماشین، لازم است که محور دوران بادامک موازی امتداد حرکت پیرو بوده باشد. آنگاه به منظور اجتناب از سیستمهای پیچیده دنده‌ها و غیره که در صورت استفاده از بادامک دیسکی لازم می‌گردند، از بادامک سیلندری استفاده گردد. این نمونه بادامک در شکل ۱۰ـ۲۴ نشان داده شده است. بادامک از سیلندری تشکیل شده که دارای حرکت دورانی کامل بوده و حرکت را به پیروی که در داخل شیار تعبیه شده بر روی استوانه هدایت می‌شود انتقال می‌دهد. پیرو ممکن است مطابق نمونهٔ نشان داده شده در بالای شکل از انواع پیروهای رفت و آمدی و یا مطابق نمونهٔ نشان داده شده در پایین شکل از انواع پیروهای نوسانی بوده باشد.

بادامکهای استوانه‌ای کاربردهای نسبتاً زیادی را مخصوصاً در ماشینهای ابزار پیدا کرده‌اند. یک مورد استعمال متداول آنها در مکانیزم قرقره‌های ماهیگیری می‌باشد.

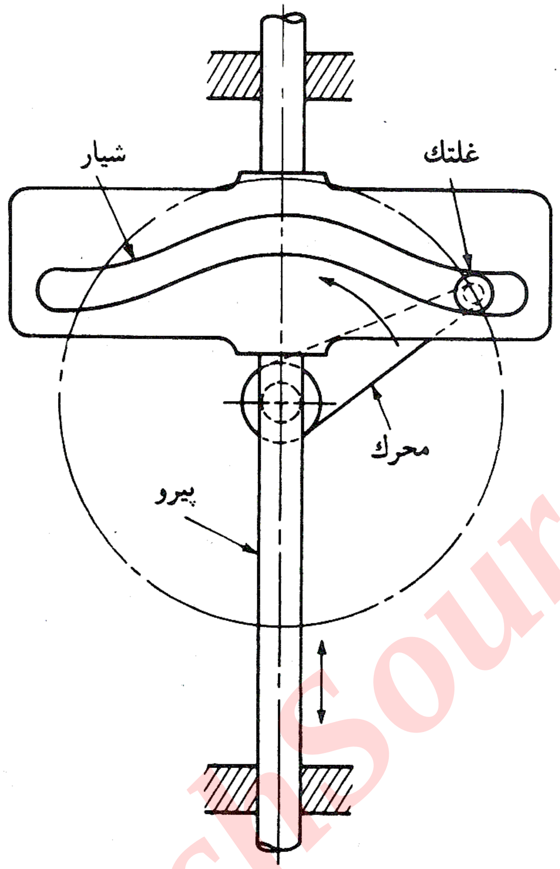


شکل ۱۰ـ۲۴

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۰ـ۲۵

۱۰ـ۲۶ بادامک معکوس

یک مکانیزم بادامکی دیگر، بادامک معکوس می‌باشد که در شکل ۱۰ـ۲۵ نشان داده شده است. در این وسیله اعمال قطعات مختلف معکوس بوده به طوری که غلتک محرک و قطعهٔ شیاردار متحرک می‌باشد. لنگ محرک ممکن است نوسان نموده و یا دور کامل بزند. شیار راهنمای غلتک ممکن است دارای شکلی بوده که به ازای ۱۸۰ درجه گردش محرک هر حرکت دلخواهی را تأمین نماید. این مکانیزم می‌تواند در چرخ‌خیاطی و یا هر جای دیگر که بار کم بوده باشد مورد استفاده قرار گیرد. مراحل و روش ایجاد شیاری که حرکت مورد نظر را برای پیرو تأمین نماید مطابق معمول می‌باشد. تعدادی از موقعیتهای محرک را در زمانهای مختلف به طور فرضی انتخاب می‌نماییم. موقعیتهای مربوط به پیرو را برای نوع حرکت مورد نظر تعیین می‌کنیم. آنگاه نقاط به گونه‌ای تصویر می‌گردند که خط محور شیار را مشخص کنند.

تمرینها

مسائل ۱۰ـ۱ تا ۱۰ـ۴، شامل رسم منحنیهای تغییرمکان حرکتهای موردنظر و داده شده می‌باشد.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

در هریک از حالات طول دیاگرام را برابر ۱۲۰ میلیمتر منظور نموده و بجز در مواردی که چیز دیگری گفته شده باشد، فواصل در امتداد محور θ را برابر ۳۰ درجه بگیرید در این صورت $30° = 10mm$. ارتفاع را با مقیاس حقیقی برابر ماکزیمم تغییرمکان پیرو بگیرید.

۱۰ـ۱ الف) در خلال ۹۰ درجه با شتاب ثابت تندشونده ۳/۴ اینچ صعود کرده و متعاقباً در خلال ۹۰ درجهٔ دیگر با شتاب ثابت کندشونده ۳/۴ اینچ صعود نمایید.

ب) در خلال ۳۰ درجه پیرو بدون حرکت بوده.

ج) در خلال ۶۰ درجه با شتاب ثابت تندشونده به اندازهٔ ۳/۴ و متعاقباً در خلال ۶۰ درجه بعد با شتاب کندشونده ثابت به اندازهٔ ۳/۴ دیگر نزول نمایید.

د) در خلال آخرین ۳۰ درجه پیرو مجدداً بدون حرکت می‌باشد.

۱۰ـ۲ الف) صعودی معادل ۳۸ میلیمتر با سرعت ثابت ترمیم یافته در خلال ۱۸۰ درجه. ابتدا در خلال ۶۰ درجه با شتاب ثابت تندشونده (فواصل در امتداد محور θ را برابر ۱۵ درجه بگیرید)، سپس در خلال ۶۰ درجه با سرعت ثابت و متعاقب آن در آخرین ۶۰ درجه با شتاب کندشونده ثابت.

ب) برای ۳۰ درجه پیرو بدون حرکت.

ج) در خلال ۱۵۰ درجه ۳۸ میلیمتر نزول با سرعت ثابت ترمیم یافته. ابتدا در خلال ۳۰ درجه با شتاب ثابت تندشونده (فواصل در امتداد محور θ را برابر ۱۵ درجه بگیرید) سپس برای ۹۰ درجه با سرعت ثابت که متعاقب آن ۳۰ درجه باقیمانده را با شتاب کندشونده ثابت.

۱۰ـ۳ الف) صعود ۳۸ میلیمتر در خلال ۱۸۰ درجه با حرکت نوسانی.

ب) ۶۰ درجه ساکن.

ج) نزول ۳۸ میلیمتر در خلال ۱۲۰ درجه با حرکت نوسانی ساده. فواصل در امتداد محور θ را برابر ۱۵ درجه بگیرید.

۱۰ـ۴ الف) صعود ۳۸ میلیمتر در خلال ۱۸۰ درجه با حرکت سیکلوئیدی.

ب) نزول ۳۸ میلیمتر در خلال ۱۲۰ درجه با حرکت سیکلوئیدی. (فواصل در امتداد محور θ را برابر ۱۵ درجه بگیرید).

ج) ۶۰ درجه ساکن.

در مسائل زیر سرعت و شتاب ماکزیمم پیرو را در خلال صعود و نزول به ترتیب برحسب متر بر ثانیه و متر بر مجذور ثانیه تعیین کنید.

۱۰ـ۵ مسئلهٔ ۱۰ـ۱ را با فرض اینکه سرعت بادامک ۳۰۰ دور در دقیقه بوده باشد.

۱۰ـ٦ مسئلهٔ ۱۰ـ۲ را با فرض اینکه سرعت بادامک ۴۵۰ دور در دقیقه بوده باشد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

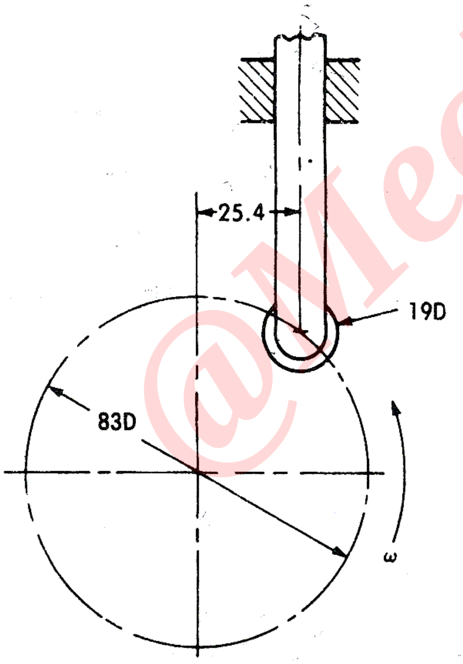
۱۰ـ۷ مسئلهٔ ۱۰ـ۳ را با فرض اینکه سرعت بادامک ۲۰۰ دور در دقیقه بوده باشد.

۱۰ـ۸ مسئلهٔ ۱۰ـ۴ را با فرض اینکه سرعت بادامک ۲۴۰ دور در دقیقه بوده باشد.

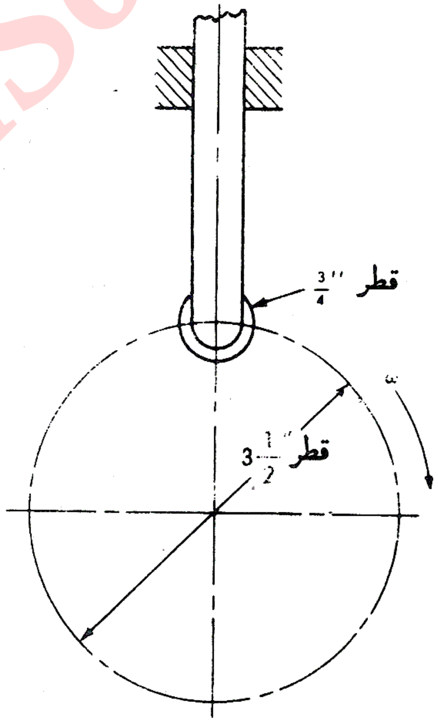
مسائل زیر طوری طرح گردیده‌اند که با انتخاب طول ۲۱۶ میلیمتر در امتداد افق در کاغذی به ابعاد ۲۷۹ × ۲۱۶ میلیمتر جا خواهند گرفت. مرکز بادامک می‌بایست در مرکز کاغذ قرار داده شود.

۱۰ـ۹ فرم بادامک مربوط به شکل P۹ـ۱۰ را ترسیم نمایید. منحنی تغییرمکان مسئلهٔ ۱۰ـ۱ را مورد استفاده قرار دهید. ماکزیمم زاویهٔ فشار را اندازه‌گیری نموده و با ϕ_{max} نشان دهید. ضمناً مقدار زاویه فشار را ثبت نمایید.

۱۰ـ۱۰ فرم بادامک مربوط به شکل P ۱۰ـ۱۰ را ترسیم نمایید. منحنی تغییرمکان مسئلهٔ ۱۰ـ۲ را مورد استفاده قرار دهید. ضمن اندازه‌گیری ماکزیمم مقدار زاویه فشار آن را با ϕ_{max} نشان داده و مقدارش را ثبت نمایید.



شکل P ۱۰ـ۱۰

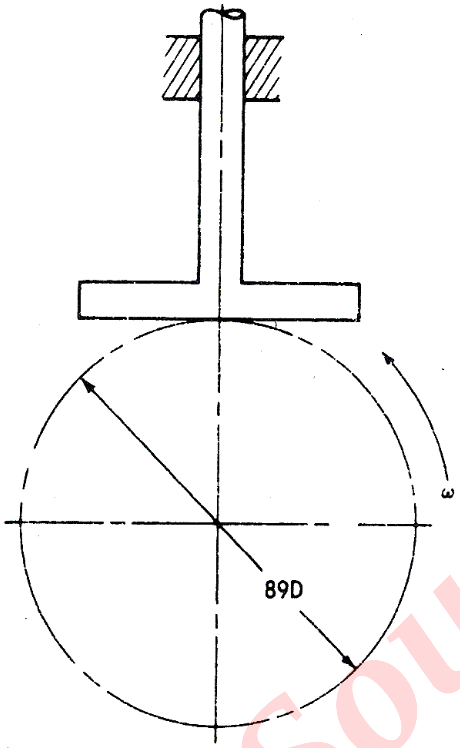


شکل P۹ـ۱۰

۱۰ـ۱۱ فرم بادامک مربوط به شکل P ۱۱ـ۱۰ را ترسیم نمایید. منحنی تغییرمکان مسئله ۱۰ـ۳ را مورد استفاده قرار دهید. ضمن اندازه‌گیری فاصلهٔ خارج از مرکز نقطهٔ تماس به راست و یا چپ خط محور پیرو آن را با δ_{max} نشان داده و مقدارش را ثبت کنید.

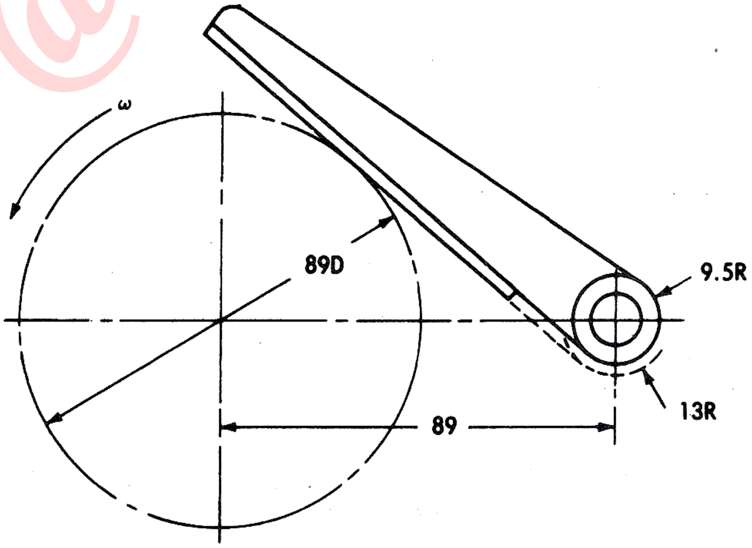
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۰ـ۱۱ P

۱۰ـ۱۲ فرم بادامک مربوط به شکل ۱۰ـ۱۲ P را ترسیم نمایید. منحنی تغییرمکان مسئلهٔ ۱۰ـ۲ را مورد استفاده قرار دهید. ضمن اندازه‌گیری ماکزیمم خارج از مرکز نقطهٔ تماس به سمت راست و چپ نقطه‌ای که پیرو به دایرهٔ پایه مماس می‌شود آن را با δ_{max} نشان داده و مقدارش را ثبت نمایید. اندیسهای مربوطه جهت نشان دادن δ_{max} راست و یا چپ را ذکر کنید.



شکل ۱۰ـ۱۲ P

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۰ـ۱۳ یک بادامک سیکلوئیدی با پیرو غلتکی و شعاعی رفت و برگشتی با مشخصات $\beta = ۹۵°$، $h = ۲۵mm$، $R_b = ۱۰۰mm$ و $R_r = ۱۵mm$ مفروض است. سرعت بادامک برابـر ۶۰۰ دور در دقیقه می‌باشد. به ازای مقادیر °۰، °۱۹، °۳۸، °۵۷، °۷۶ و °۹۵ برای θ با روش جدول مقادیر r و زاویهٔ فشار ϕ را تعیین کنید.

۱۰ـ۱۴ یک بادامک هارمونیکی با پیرو غلتکی و شعاعی رفت و برگشتی مفروض است. صعود کلی پیرو ۲۵ میلیمتر بوده که در °۹۵ درجه گردش بادامک انجام می‌گیرد. R_b برابر ۱۰۰ میلیمتر و R_r برابر ۱۵ میلیمتر می‌باشد. سرعت بادامک برابر ۶۰۰ دور در دقیقه است. به ازای مقادیر °۰، °۱۹، °۳۸، °۵۷، °۷۶ و °۹۵ برای θ مقادیر r و زاویهٔ فشار ϕ را به روش جدولی محاسبه کنید. همچنین ماکزیمم شتاب پیرو را محاسبه کنید.

۱۰ـ۱۵ به ازای مقادیر یکسان برای θ مقدار r_g و ψ_g مربوط به مسئلهٔ ۱۰ـ۱۳ را محاسبه کنید. شعاع ابزار برش یعنی R_g برابر ۶۲ میلیمتر می‌باشد.

۱۰ـ۱۶ یک بادامک با پیرو کف تخت رفت و برگشتی مفروض است. برای این مکانیزم $\beta = ۹۵°$، $h = ۲۵mm$، $R_b = ۱۰۰mm$ و $R_g = ۶۲mm$. به ازای مقادیر °۰، °۱۹، °۳۸، °۵۷، °۷۶ و °۹۵ برای θ منحنی محیطی بادامک یعنی مقادیر r_c و ψ_c را محاسبه کنید. همچنین موقعیت ابزار برش به کار رفته در ساخت بادامک یعنی r_g و ψ_g را محاسبه کنید.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource
@MechSource
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۱

تماس غلتشی

۱۱ـ۱ مقدمه

مطالعهٔ اجزایی که دارای تماس غلتشی می‌باشند، از اهمیت خاص برخوردار بوده چرا که چنین اجزایی می‌توانند در انتقال قدرت مفید بوده و حرکات مورد دلخواه را ایجاد نمایند و همین‌طور به دلیل استفاده از آنها در بالبرینگها و رول‌برینگها. به علاوه مطالعهٔ تماس غلتشی پایه‌ای است برای گسترش تئوری چرخدنده‌ها.

۱۱ـ۲ شرایط غلتش

در قسمت ۲ـ۱۵ نشان داده شد که در یک مکانیزم با تماس مستقیم فقط موقعی غلتش صورت می‌گیرد که سرعت خطی قطعات در نقطهٔ تماس مساوی بوده باشد. لازمهٔ این امر آن است که نقطهٔ تماس آنها روی خط‌المرکزین واقع شود. در قسمت ۴ـ۶ همچنین نشان داده شد که مرکز آنی قطعات منطبق بر نقطهٔ تماس آنها خواهد بود.

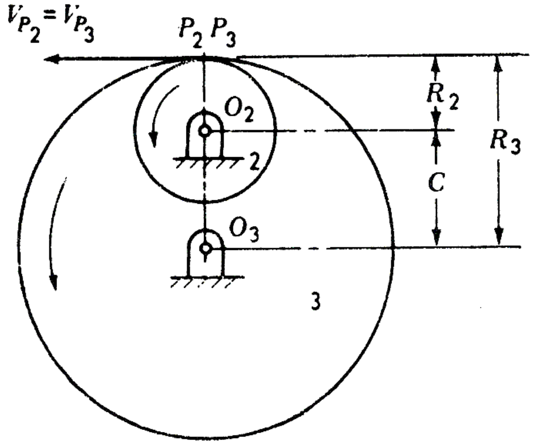
۱۱ـ۳ استوانه‌های غلتان

در شکل ۱۱ـ۱ دو استوانه با غلتش خارجی و در شکل ۱۱ـ۲ دو استوانه با غلتش داخل و خارج نشان داده شده است. در این شکلها هریک از دو استوانه می‌تواند محرک باشد.

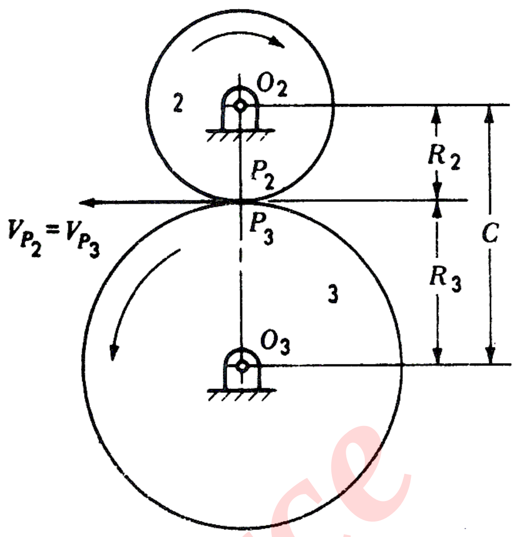
اگر حرکت میله و یا عضو محرک اجباراً سبب حرکت میلهٔ متحرک گردد، رانش مثبت حاصل خواهد شد. در قسمت ۲ـ۱۶ دیدیم برای داشتن رانش مثبت قائم مشترک مار بر نقطهٔ تماس نبایستی از یک و یا هر دو مرکز دوران عبور نماید. در شکلهای ۱۱ـ۱ و ۱۱ـ۲ چون قائم مشترک مار بر نقطهٔ مماس از مراکز دوران O_2 و O_3 عبور کرده است رانش مثبت حاصل نخواهد شد. در این

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۱ـ۲



شکل ۱۱ـ۱

شکلها حرکت فقط در صورتی از یک عضو به عضو دیگر منتقل خواهد شد، که در سطح تماس اصطکاک کافی وجود داشته باشد. بنابراین این مکانیزمها به مکانیزمهای اصطکاکی موسوم می‌باشند. این مکانیزمهای اصطکاکی در بعضی از ماشینها مناسب و مفید بوده، حال آنکه در بعضی دیگر مورد دلخواه نمی‌باشند. در یک موتور اتومبیل برای به حرکت درآوردن میل‌لنگ نمی‌توان از یک مکانیزم اصطکاکی استفاده کرد. در بعضی موارد مکانیزمهای اصطکاکی بسیار مفید بوده چراکه اگر بار وارده بر شفت متحرک از حدی تجاوز نماید، قطعات می‌توانند بر روی همدیگر لغزیده و از آسیب رسیدن به قطعات جلوگیری نمایند. معمولاً از این نوع مکانیزمها برای انتقال نیروهای خطی زیاد استفاده می‌گردد. زیرا لازمهٔ این امر تحمل نیروهای زیاد می‌باشد.

در قسمت ۲ـ۱۵ نشان داده شد، که برای قطعات با تماس غلتشی نسبت سرعت زاویه‌ای عکس شعاعهای نقطهٔ تماس می‌باشد.

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۳} = \frac{R_۳}{R_۲} \qquad (۱۱-۱)$$

اگر فاصله مراکز یعنی مقدار C و نسبت سرعتهای زاویه‌ای معلوم بوده باشد، شعاع استوانه‌ها را می‌توان به شرح زیر تعیین نمود. اگر قرار باشد استوانه‌ها در جهت خلاف یکدیگر دوران نمایند می‌بایست از استوانه‌های با غلتش خارجی نشان داده شده در شکل ۱۱ ـ ۱ استفاده کرد.

$$C = R_۲ + R_۳ \quad \text{یا} \quad R_۳ = C - R_۲$$

با قراردادن این رابطه در رابطهٔ (۱۱ ـ ۱)

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۳} = \frac{C - R_۲}{R_۲} = \frac{C}{R_۲} - ۱$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

پس

$$\frac{C}{R_۲} = \frac{\omega_۲}{\omega_۳} + ۱ \cdot$$

و

$$R_۲ = \frac{C}{(\omega_۲/\omega_۳) + ۱} \qquad (۱۱\text{-}۲)$$

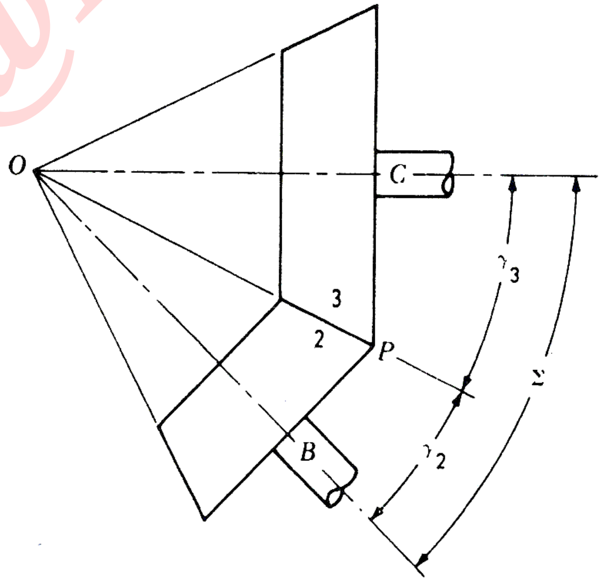
اگر قرار باشد استوانه‌ها در جهت موافق یکدیگر دوران نمایند از استوانه‌های با غلتش داخل و خارج نشان داده شده در شکل ۱۱-۲ می‌بایست استفاده کرد. با استفاده از روشی که برای استوانه‌های با غلتش خارج استفاده گردیده به دست می‌آوریم که

$$R_۲ = \frac{C}{(\omega_۲/\omega_۳) - ۱}$$

۱۱-۴ مخروطهای غلتان

برای انتقال حرکت بین شفتهایی که دارای محورهای متقاطع می‌باشند، می‌توان از مخروطها استفاده کرد. اگر قرار باشد شفتها در جهتهای مخالف یکدیگر حرکت نمایند می‌بایست از مخروطهای با غلتش خارجی نشان داده شده در شکل ۱۱-۳ استفاده نمود. فرض می‌کنیم BP و CP به ترتیب شعاعهای طرف بزرگ مخروطها بوده باشند. آنگاه برای تماس غلتشی داریم

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۳} = \frac{CP}{BP}$$



شکل ۱۱-۳

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

برای تماس غلتشی در تمام نقاط واقع بر امتداد خط PO، نسبت شعاعها در این نقاط بایستی برابر نسبت شعاعها در انتهای بزرگتر مخروطها باشند. بنابراین، مخروطها می‌بایست دارای یک رأس در نقطهٔ O بوده باشند.

با معلوم بودن زاویهٔ بین دو شفت یعنی Σ و نسبت سرعتهای زاویه‌ای، مسئله قابل طرح معمولاً تعیین زوایای مخروطها یعنی $\gamma_۲$ و $\gamma_۳$ می‌باشد.

زوایای مخروطها را می‌توان به صورت زیر بیان نمود

$$\sin\gamma_۲ = \frac{BP}{OP} \quad \text{و} \quad \sin\gamma_۳ = \frac{CP}{OP}$$

بنابراین

$$\frac{\sin\gamma_۲}{\sin\gamma_۳} = \frac{BP}{CP} = \frac{\omega_۳}{\omega_۲} = \frac{\sin(\Sigma - \gamma_۳)}{\sin\gamma_۳}$$

این رابطه را ممکن است به صورت زیر نوشت

$$\frac{\sin\Sigma \cos\gamma_۳ - \cos\Sigma \sin\gamma_۳}{\sin\gamma_۳} = \frac{\omega_۳}{\omega_۲}$$

با تقسیم صورت و مخرج به $\cos\gamma_۳$ و حل آن برای $\tan\gamma_۳$ داریم

$$\tan\gamma_۳ = \frac{\sin\Sigma}{(\omega_۳/\omega_۲) + \cos\Sigma} \qquad (۱۱\text{-}۳)$$

اگر قرار باشد دو شفت در یک جهت دوران نمایند، باید از مخروطهای با غلتش داخل و خارج نشان داده شده در شکل ۱۱ـ۴ استفاده گردد. برای این حالت رابطه به صورت زیر می‌باشد.

$$\tan\gamma_۳ = \frac{\sin\Sigma}{(\omega_۳/\omega_۲) - \cos\Sigma} \qquad (۱۱\text{-}۴)$$

زوایای مخروطها را همچنین می‌توان به روش ترسیمی تعیین نمود. در شکل ۱۱ـ۵ دو مخروط با غلتش خارج که شفتهای آنها نسبت به یکدیگر زاویهٔ Σ را می‌سازند باید طوری رسم گردند که

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۳} = \frac{۵}{۳}$$

از آنجا که

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۳} = \frac{R_۳}{R_۲}$$

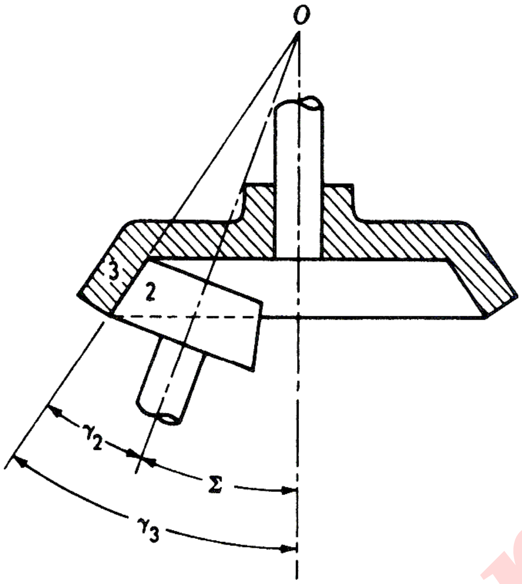
بنابراین

$$\frac{R_۳}{R_۲} = \frac{۵}{۳}$$

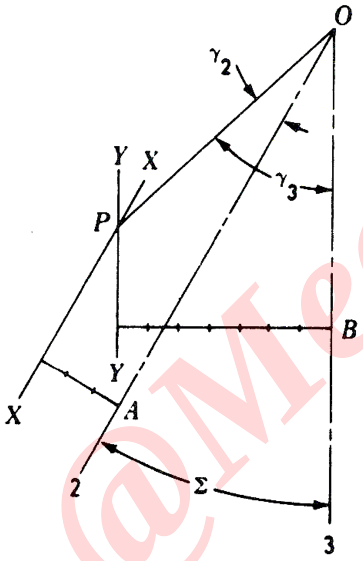
@MechSource

https://t.me/MechSource

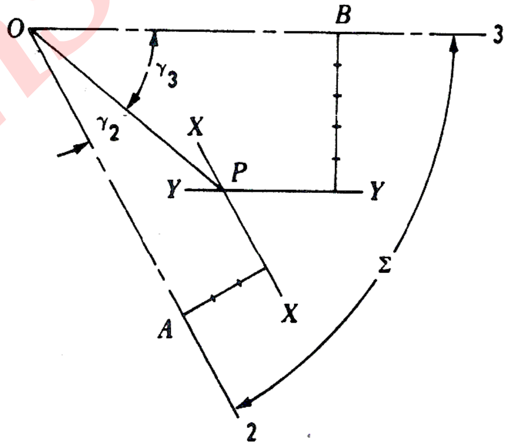
https://t.me/MechSource



شکل ۱۱ـ۴



شکل ۱۱ـ٦



شکل ۱۱ـ۵

@MechSource

در دو نقطهٔ مناسب A و B عمودهای وارد بر شفتها را رسم می‌کنیم. عمود بر شفت ۳ را به پنج قسمت مساوی و عمود بر شفت ۲ را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و علامت‌گذاری می‌کنیم. آنگاه خطوط $X-X$ و $Y-Y$ را به ترتیب موازی با خطوط O۲ و O۳ می‌کشیم. این دو خط همدیگر را در نقطهٔ P قطع کرده و زاویهٔ مخروطها را تعیین می‌کند.

در شکل ۱۱ـ٦ ترسیم برای مخروطهای با غلتش داخل و خارج که نسبت سرعتشان برابر

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۳} = \frac{۷}{۳}$$

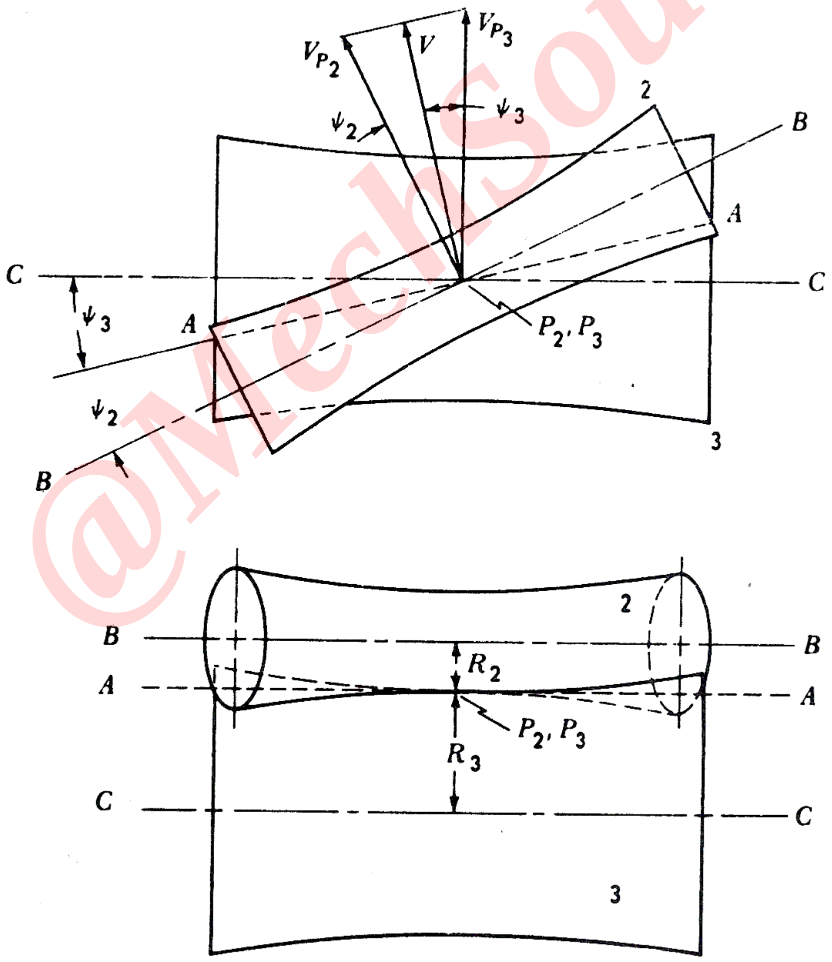
می‌باشد صورت گرفته است.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۱ـ۵ هذلولی وشهای غلتان[1]

سطوح مماس برهم نشان داده‌شده‌در شکل ۱۱ـ۷ هذلولی‌می‌باشند.یک هذلولی وش از دوران خطی مستقیم حول محوری که نه با آن متقاطع بوده و نه موازی ایجاد می‌گردد. در شکل بعد خط مستقیم AـA با ثابت باقی ماندن R_2 و ψ_2 حول محور BـB دوران نموده و هذلولی ۲ را پدید می‌آورد. با دوران‌خط AـA حول‌محور CـC ضمن ثابت‌باقی‌ماندن R_3 و ψ_3 هذلولی شماره۳ پدید آمده است. بنابراین خط AـA در سطح هر دو هذلولی وش قرار داشته و جزء مشترک این دو سطح می‌باشد. کوچکترین دایره‌های به شعاع R_2 و R_3 به دوایر جرج[2] موسوم می‌باشند. هنگامی که دو هذلولی وش مطابق شکل حول محورشان دوران می‌نمایند، دارای تماس غلتشی در امتدادی عمود بر جزء مشترک سطحشان خواهند بود، ولی در امتداد این جزء دارای لغزش خواهد بود. در چرخدنده‌های موسوم به (hypoid gears) قسمتی از این هذلولی و شعاعهای غلتان مورد استفاده قرار می‌گیرد.



شکل ۱۱ـ۷

---

1. rolling hyperboloids

2. gorge circles

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

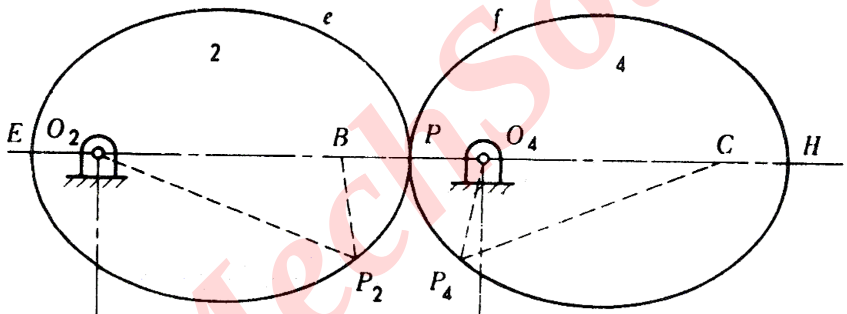
۱۱ـ٦ بیضیهای غلتان

بیضیهای e و f در شکل ۱۱ـ۸ الف، دو بیضی مشابه می‌باشند. نقاط $O_۲$، B، $O_۴$ و C کانونها می‌باشند. محورهای اصلی EP و PH برابر فاصلهٔ بین مراکز $O_۲$ و $O_۴$ منظور گردیده‌اند. یکی از ویژگیهای بیضی در آن است که مجموع فواصل کانونها تا نقطه‌ای واقع بر روی آن برابر محور اصلی می‌باشد. بنابراین

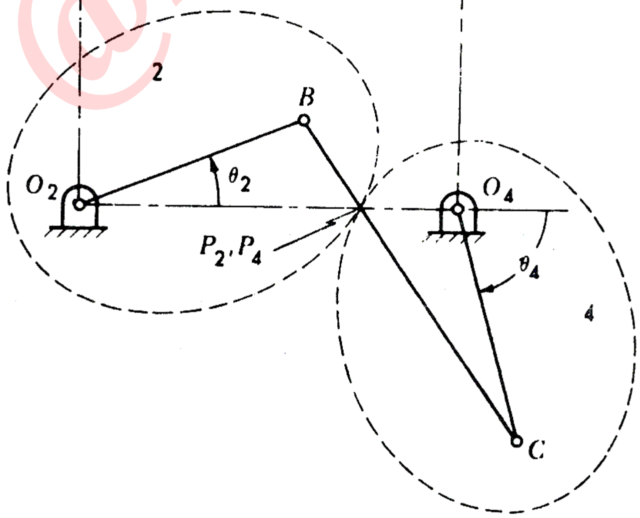
$$O_۲P_۲ + BP_۲ = O_۴P_۴ + CP_۴ = \text{محور اصلی} = O_۲O_۴$$

اگر بیضیها طوری انتخاب گردند که قوس $PP_۲$ برابر $PP_۴$ باشد، آنگاه از آنجا که بیضیها مشابه می‌باشند $O_۲P_۲ = CP_۴$ و $BP_۲ = O_۴P_۴$. بنابراین

$$O_۲P_۲ + O_۴P_۴ = O_۲O_۴$$



(الف)



(ب)

شکل ۱۱ـ۸

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

و برای هر نقطهٔ واقع بر روی بیضی نقطهٔ P بر روی خطالمرکزین O_2O_4 قرار خواهد گرفت. بنابراین دو بیضی بر روی یکدیگر غلت خواهند خورد.

در شکل ۱۱ـ۸ ب، بیضیهایی نشان داده شده است که بیضی شماره ۲ آن به اندازهٔ θ_2 دوران نموده است. پس بیضی شمارهٔ ۴ به اندازهٔ θ_4 دوران خواهد نمود. اگر یکی از بیضیها با سرعت زاویه‌ای ثابت دوران نماید، دیگری دارای سرعت زاویه‌ای متغیر خواهد بود.

اگر مطابق شکل ۱۱ـ۸ ب بیضیها با مکانیزم چهارمیله‌ای O_2BCO_4 تعویض گردند، آنگاه لنگهای O_2B و O_4C به ترتیب دارای حرکت نسبی مشابه بیضیهای ۲ و ۴ خواهند بود. این به آن دلیل است که $BP_2 + P_4C$ مقداری ثابت بوده و میلهٔ BC همواره خطالمرکزین O_2O_4 را جایی قطع می‌کند که بیضیها در تماس می‌باشند. بنابراین نقطهٔ P_2P_4 در شکل ۱۱ـ۸ ب مرکز آنی ۲۴ هم برای بیضیهای غلتان و هم برای مکانیزم چهارمیله‌ای می‌باشد.

بیضیهای غلتان تنها برای ۱۸۰ درجه گردش رانش مثبت می‌دهند. بنابراین اگر میلهٔ ۴ در شکل ۱۱ـ۸ الف محرک‌بوده و در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران نماید، آنگاه میلهٔ شمارهٔ ۲ فقط برای اولین ۱۸۰ درجه گردش مجبور به گردش خواهد بود. برای تضمین رانش مثبت در اوضاع مختلف بیضیها را می‌توان دندانه‌دار ساخت. در این صورت آنها را چرخدنده‌های بیضی شکل می‌نامند. از چرخدنده‌های بیضی شکل در مکانیزمهای با برگشت سریع استفاده می‌گردد.

۱۱ـ۷ حالت کلی منحنیهای غلتشی

منحنیهای غلتشی می‌توانند با دارا بودن شکلهای مختلف طوری طراحی گردند که یک رابطهٔ دلخواه بین تغییر مکان محرک و پیرو برقرار سازند. چگونگی و روش این کار در فصل چهاردهم که با مولدهای تابعی سروکار دارد، مورد بحث قرار خواهد گرفت.

تمرینها

۱۱ـ۱ قدرت می‌بایست از شفتی به شفت دیگر، که موازی آن است انتقال یابد. شفتها به فاصلهٔ ۱۲ اینچ از یکدیگر قرار داشته و قرار است با نسبت سرعتی معادل ۱٫۵ در جهت خلاف یکدیگر گردش نمایند. قطر سیلندرهای غلتشی مربوطه را تعیین کنید.

۱۱ـ۲ اگر در تمرین فوق شفتها در جهت موافق یکدیگر گردش نمایند، قطر سیلندرهای غلتشی مربوطه را تعیین کنید.

۱۱ـ۳ قدرت می‌بایست توسط دو مخروط که محورهای آنها با زاویهٔ °۴۵ همدیگر را قطع نموده‌اند انتقال پیدا کند. شفتها با نسبت سرعتی معادل ۱٫۵ در خلاف جهت یکدیگر گردش نموده و ماکزیمم قطر مخروط بزرگتر برابر ۱۰۰ میلیمتر است. با استفاده از روش ترسیمی، زوایای مخروطها را تعیین

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

نموده و حساب کنید بزرگترین قطر مخروط کوچکتر چقدر می‌باشد.

۱۱ـ۴ تمرین فوق را در شرایطی که شفتها در جهت موافق یکدیگر گردش نمایند حل کنید.

۱۱ـ۵ تمرین ۱۱ـ۳ را با روش تحلیلی حل کنید.

۱۱ـ٦ تمرین ۱۱ـ۴ را با استفاده از روش تحلیلی حل کنید.

۱۱ـ۷ قدرت می‌بایست توسط دو بیضی مشابه که بر روی یکدیگر می‌غلتند انتقال پیدا کند. محور اصلی برابر ۱۰۰ میلیمتر بوده و محور کوچکتر (قطر اقصر) برابر ۶۴ میلیمتر می‌باشد.

الف) فاصلهٔ بین مرکز و کانون بیضی را تعیین کنید.

ب) ماکزیمم و مینیمم نسبت سرعت زاویه‌ای را تعیین کنید.

۱۱ـ۸ در انتقال قدرت بین دو شفت موازی به فاصلهٔ ۲۵۴ میلیمتر از یکدیگر دو بیضی مشابه مورد استفاده قرار می‌گیرند. اگر ماکزیمم و مینیمم نسبت سرعت زاویه‌ای به ترتیب برابر ۷ و ۱۴۳ر۰ بوده باشد، اندازهٔ قطرهای بزرگتر (قطر اطول) و کوچکتر (قطر اقصر) را حساب کنید.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۲

دندانه‌ها

۱۲ـ۱ مقدمه

در فصل قبل مکانیزمهای شامل دو عضو با تماس غلتشی مورد بحث قرار گرفتند. قدرت قابل انتقال توسط اعضای غلتشی محدود به اصطکاک بین سطوح در تماس می‌باشد. اگر بار از حد تجاوز کند، لغزش اتفاق افتاده و برای فراهم نمودن رانش مثبت در روی سطوح تماس دندانه تعبیه می‌شود. اعضای حاصله موسوم به چرخدنده‌ها می‌باشند.

از چرخدنده‌ها برای انتقال حرکت دورانی یک شفت به شفت دیگری که می‌بایست دوران کند و یا انتقال حرکت دورانی یک شفت به عضوی که دارای حرکت انتقالی بوده که در واقع حول محوری در فاصلهٔ بینهایت دوران می‌کند استفاده می‌گردد.

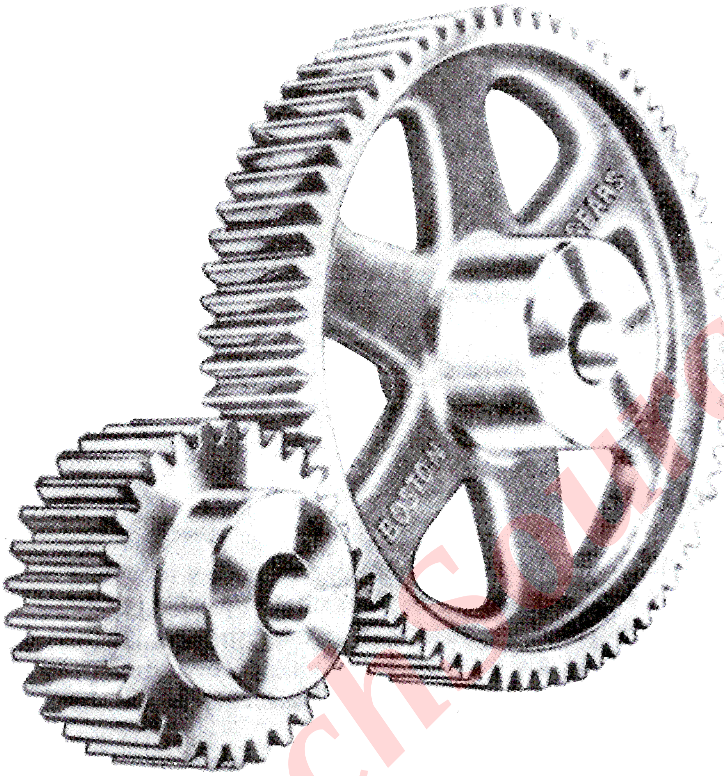
در این فصل فقط آن چرخدنده‌هایی مورد توجه قرار خواهند گرفت که نسبت سرعت زاویه‌ای ثابت را فراهم می‌کنند. بجز چرخدنده‌های حلزونی چرخدنده‌های مورد بحث معادل با اعضای غلتشی می‌باشند. مثلاً چرخدنده‌های ساده نشان داده شده در شکل ۱۲ـ۱ برای انتقال قدرت بین دو شفت موازی مورد استفاده قرار می‌گیرند. یک جفت چرخدندهٔ ساده مجدداً در شکل ۱۲ـ۲ نشان داده شده‌اند. چرخدنده‌های شکل ۱۲ـ۲ الف همان حرکتی را به شفتها می‌دهند که استوانه‌های غلتشی معادل در شکل ۱۲ـ۲ ب خواهند داد.

۱۲ـ۲ قوانین اصلی و اساسی چرخدنده‌ها

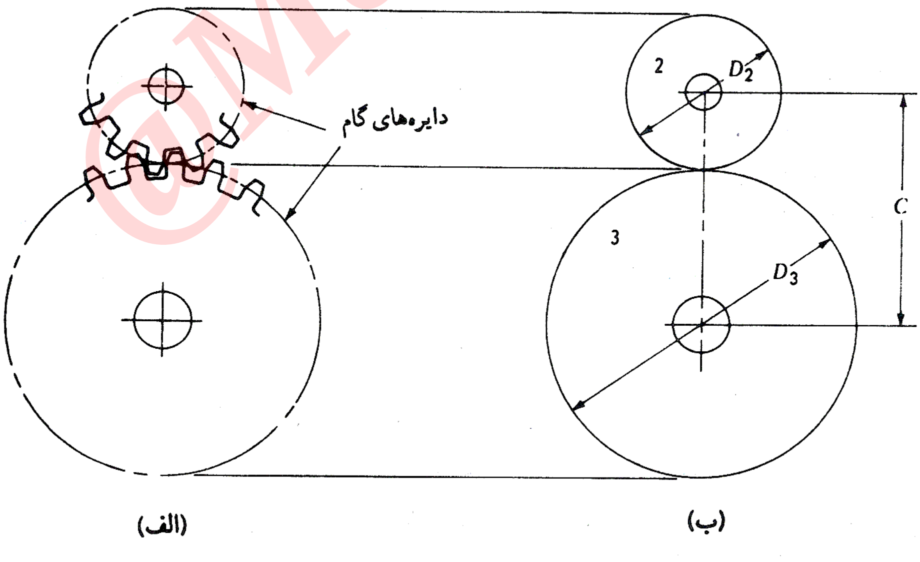
در شکل ۱۲ـ۳ یک مکانیزم با تماس مستقیم نشان داده شده که خط NـN یعنی قائم مشترک در سطوح تماس خط‌المرکزین O_2O_3 را در نقطهٔ P قطع کرده است. در قسمت ۱۲ـ۲ نشان داده شد، که نسبت سرعت زاویه‌ای اعضای ۲ و ۳ نسبت عکس با پاره‌خطهای خط‌المرکزین که توسط قائم

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



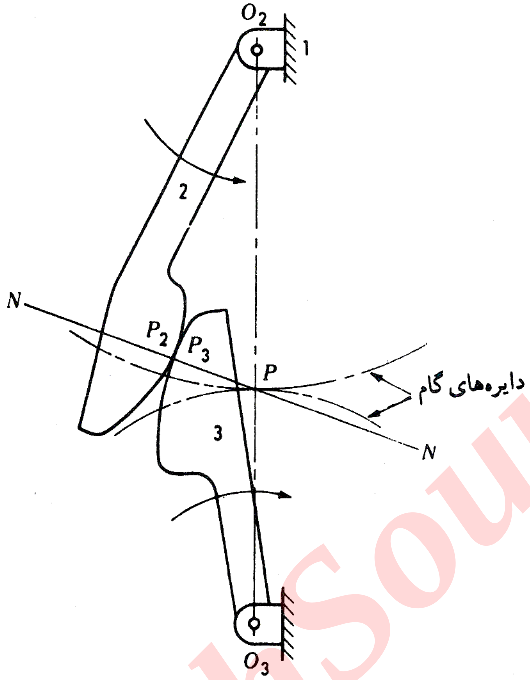
شکل ۱۲ـ۱



شکل ۱۲ـ۲

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۳

مشترک قطع شده دارد. یعنی

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۳} = \frac{O_۳P}{O_۲P}$$

بنابراین اگر قرار است نسبت سرعت زاویه‌ای ثابت باشد موقعیت نقطهٔ P می‌بایست برای فازهای مختلف مکانیزم ثابت باشد. بدین ترتیب حرکت اعضای ۲ و ۳ معادل با حرکت دو دایرهٔ غلتان مجازی که در نقطهٔ P با هم در تماس هستند می‌باشد. این دو دایره به دوایر گام یا دایرهٔ تقسیم[1] موسوم می‌باشند. قانون اساسی درگیری دندانه‌ها برای دو چرخدندهٔ دایره‌ای بیان می‌کند، برای آنکه یک جفت چرخدنده یک نسبت سرعت زاویه‌ای ثابت را انتقال دهند، شکل منحنی محیطی آنها می‌بایست به گونه‌ای باشد که قائم مشترک آنها از نقطه‌ای ثابت واقع بر روی خط‌المرکزین آنها بگذرد. این نقطه موسوم به نقطهٔ گام می‌باشد.

۱۲ـ۳ اصطلاحات

چرخدنده‌های ساده[2] دارای سطوح گام که به شکل استوانه می‌باشند، برای انتقال قدرت بین دو

1. pitch circles
2. Spur gears

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

شفت موازی مورد استفاده قرار می‌گیرند. دندانه‌های آنها صاف و موازی محور می‌باشند. چرخدنده‌های ساده از ساده‌ترین انواع چرخدنده‌ها بوده و از این رو ابتدا آنها را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. بیشتر تعاریف و اصطلاحات چرخدنده‌های ساده که در شکل ۱۲ـ۴ آمده‌اند اساس همهٔ انواع چرخدنده‌ها می‌باشند.

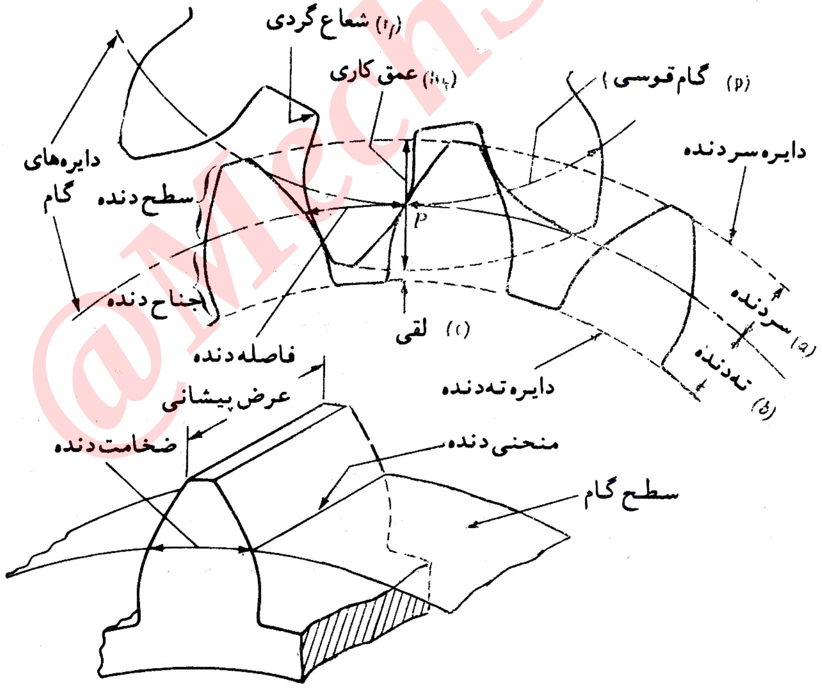
قطر گام D[1] قطر دایره گام می‌باشد. دایرهٔ گام یک دایرهٔ فرضی بوده که تمام محاسبات روی آن انجام می‌شود.

سطح گام[2] عبارت از سیلندری می‌باشد که قطر آن قطر گام می‌باشد.

گام قوسی p[3] فاصلهٔ نقطه‌ای واقع بر روی یک دنده تا نقطهٔ نظیر بر روی دندهٔ بعدی بوده که در امتداد دایره گام اندازه‌گیری می‌شود.

قطر گام P[4] با سیستم واحدهای انگلیسی مورد استفاده قرار گرفته و عبارت از نسبت تعداد دندانه‌های یک چرخ بر قطر دایرهٔ گام برحسب اینچ می‌باشد. بنابراین

$$P = \frac{N}{D}$$



شکل ۱۲ـ۴

---

1. pitch diameter 2. pitch surface 3. circular pitch 4. diametral pitch

https://t.me/MechSource
@MechSource

https://t.me/MechSource

مدول m[1] با سیستم واحدهای SI مورد استفاده قرار گرفته و عبارت از نسبت قطر دایرهٔ گام یک چرخدنده برحسب میلیمتر بر تعداد دندانه‌های چرخ می‌باشد. بنابراین

$$m = \frac{D}{N} \quad (۱\text{-}۱۲)$$

از آنجا که گام قوسی برابر است با

$$p = \frac{\pi D}{N} \quad (۲\text{-}۱۲)$$

پس با استفاده از سه رابطهٔ آخر

$$pP = \pi$$

و

$$p = \pi m \quad (۳\text{-}۱۲)$$

دو رابطهٔ آخر می‌توانند با معلوم بودن P و یا m برای محاسبهٔ p مورد استفاده قرار گیرند. هرکدام از مقادیر گام قوسی، مدول و یا گام قطری معیاری برای سنجش اندازهٔ دنده می‌باشند.

ارتفاع سردنده a[2] فاصلهٔ شعاعی دایرهٔ گام تا دایرهٔ خارجی می‌باشد.

ارتفاع پایه دنده b[3] فاصلهٔ شعاعی دایرهٔ گام تا دایرهٔ پای دنده می‌باشد.

عمق کاری h_k[4] عمق درگیری یک جفت چرخدنده یعنی برابر مجموع ارتفاع سردنده‌های آنها می‌باشد.

عمق کلی h_t[5] گودی دنده یعنی برابر مجموع ارتفاع سردنده و ارتفاع پای دنده می‌باشد.

لقی c[6] اضافه مقدار ارتفاع پای دنده نسبت به ارتفاع سردندهٔ چرخدندهٔ درگیر با آن است.

گردی[7] قوس مقعری است که دندانه را به دایرهٔ پای دنده وصل می‌کند.

شعاع گردی r_f[8] در موقعی که دندانه رسم می‌شود برابر لقی انتخاب می‌شود. معهذا شکل واقعی منحنی گردی در روی دندانه بستگی به روش برش و ساخت دندانه‌ها دارد.

ضخامت دندانه[9] ضخامت دندانه در امتداد دایرهٔ گام می‌باشد.

فاصلهٔ دو دندانه[10] فاصلهٔ بین دو دندانه مجاور در امتداد دایرهٔ گام می‌باشد.

فاصلهٔ خط‌المرکزین C[11] فاصلهٔ بین مراکز دو چرخ درگیر می‌باشد (شکل ۱۲-۲ را ملاحظه کنید). بنابراین

$$C = \frac{D_۲ + D_۳}{۲} \quad (۴\text{-}۱۲)$$

---

1. module
2. addendum
3. dedendum
4. working depth
5. whole depth
6. clearance
7. fillet
8. fillet radius
9. tooth thichness
10. width of tooth space
11. center distance

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

لقی عرضی[1] اضافه مقدار فاصلهٔ دو دنده نسبت به ضخامت دندانهٔ چرخدندانهٔ درگیر با آن است، که در امتداد دایرهٔ گام اندازه‌گیری می‌شود. به طور تئوری این لقی می‌بایست صفر باشد. ولی به منظور ممانعت ازگیرکردن دندانه‌ها در اثر خطاهای ساخت و انبساطهای حرارتی این لقی می‌بایست رعایت شود. در خلال این بحث مگر در مواردی که ذکر شده باشد، این لقی صفر فرض شده است. برای یک سری دندانه‌های درگیر لقی عرضی می‌تواند یا با سوارکردن دندانه‌ها در یک فاصله محوری بزرگتر از تئوری و یا با جلو بردن ابزار برش در امتداد عمق به مقداری بیش از استاندارد تأمین گردد.

پینیون[2] کوچکترین چرخدنده از دو چرخ درگیر می‌باشد.

چرخدنده[3] بزرگترین چرخدنده از دو چرخ درگیر است.

نسبت سرعت زاویه‌ای[4] یک جفت چرخدنده ساده برابر نسبت عکس قطر دایره‌های آنها و یا نسبت عکس تعداد دندانه‌های آنها می‌باشد (شکل ۱۲ـ۲ را ملاحظه کنید). بنابراین

$$\frac{\omega_2}{\omega_3}=\frac{D_3}{D_2}=\frac{N_3}{N_2} \qquad (۱۲\text{-}۵)$$

نسبت چرخدندهٔ[5] m_G برای‌دو چرخدنده برابر نسبت‌دندانه‌های چرخ بزرگتر به کوچکتر می‌باشد.

۱۲ـ۴ دندانه‌های اینولوت[6]

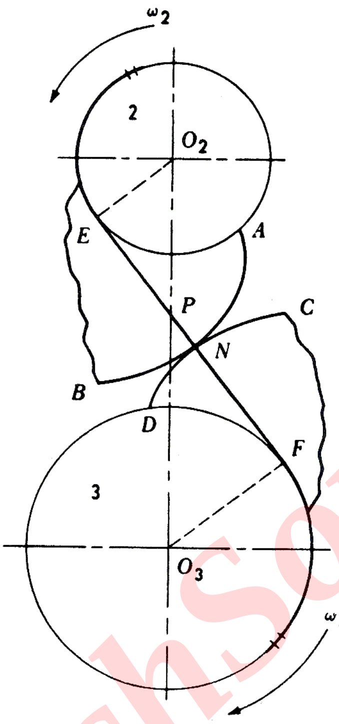
هر دو منحنی محیطی دندانه‌دار درگیر که قوانین مشروح در قسمت ۱۲ـ۲ در مورد آنها صادق باشد را منحنیهای مزدوج می‌نامند. تقریباً هر منحنی معقولی می‌تواند برای یک چرخدنده انتخاب شده و آنگاه با در نظر گرفتن این شرط که قائم مشترک می‌بایست از یک نقطهٔ ثابت واقع بر خط‌المرکزین در چرخدنده بگذرد منحنیهای مزدوج در منحنی تعیین می‌گردند. اگرچه شکلهای زیادی ممکن است مورد استفاده قرار گیرند، ولی سیکلوئید و اینولوت استاندارد شده‌اند. اولین بار سیکلوئید مورد استفاده قرار گرفت و هنوز از آنها در ساعتهای بزرگ و مچی استفاده می‌شود. اینولوت دارای مزیتهایی می‌باشد که مهمترین آن سادگی ساخت و نیز این واقعیت است که فاصلهٔ خط‌المرکزین می‌تواند تغییر کند بدون آنکه نسبت سرعت دو چرخدنده تغییر کند. عملیات جامع مربوط به دندانه‌های اینولوت اینجا مطرح نخواهد شد، ولی مبانی مورد لزوم در مسائل اولیه که معمولاً در طراحی ماشین پیش خواهد آمد بیان خواهد شد. به علاوه به منظور قادرنمودن دانشجویان جهت مطالعهٔ کارهای پیشرفته در مورد چرخدنده‌ها معلومات کافی فراهم خواهد شد.

اینکه چگونه قوانین دندانه‌ها در دندانه‌های اینولوت صادق می‌باشد را می‌توان از شکل ۱۲ـ۵

1. Backlash
2. pinion
3. gear
4. angular–velocity ratio
5. gear ratio
6. Involute gear teeth

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

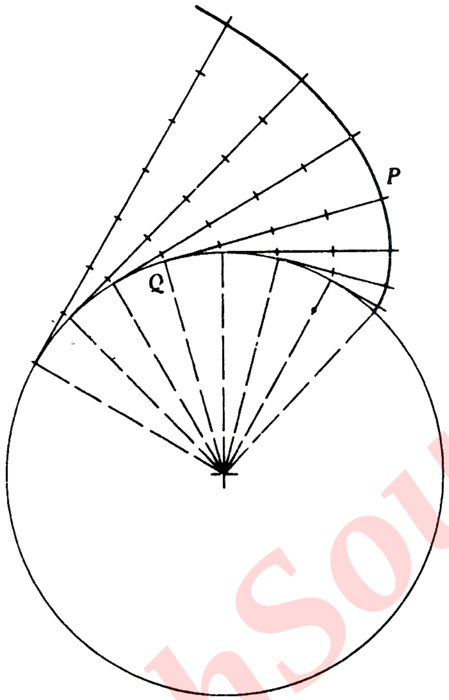


شکل ۱۲-۵

فهمید. به طوری که در شکل نشان داده شده دو انتهای یک نخ به دو استوانهٔ در حال دوران متصل گردیده است. فرض می‌کنیم N گره‌ای ثابت بر روی نخ بوده باشد. حال اگر به هنگام چرخش دو دیسک نخ کشیده نگاه داشته شود نقطهٔ N در روی دیسک بالایی منحنی AB و در روی دیسک پایینی منحنی CD را طی خواهد کرد. این دو منحنی به منحنیهای اینولوت مربوطه موسوم می‌باشند. دوایر به دایره‌های پایهٔ معروف بوده و نخ را خط مولد می‌نامند. فرض می‌کنیم نقطهٔ E نقطهٔ تماس نخ با دیسک ۲ باشد. از آنجا که دیسک در روی نخ غلت می‌خورد، نقطهٔ E مرکز آنی مشترک آنها بوده و خط EN شعاع دوران نقطهٔ N در خلال طی مسیر AB می‌باشد. چون حرکت نقطهٔ N همیشه عمود بر شعاع دورانش می‌باشد، نخ برای تمام حالات که گره در امتداد منحنی حرکت می‌کند قائم بر منحنی AB خواهد بود. این یکی از ویژگیهای مهم اینولوت است که خط مولد برای تمام حالات عمود بر منحنی اینولوت است. تمام این نکات می‌تواند برای نخ و منحنی اینولوت CD به کار گرفته شود. بنابراین اگر منحنیهای اینولوت AB و CD به عنوان منحنیهای دندانه‌دار مورد استفاده قرار گیرند، قائم مشترک EF از نقطهٔ ثابت P واقع بر خط‌المرکزین O_2O_3 گذشته و قوانین درگیری دندانه‌ها صادق خواهد بود.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ٦

۱۲ـ۵ تولید یک اینولوت

ما اغلب خواهان آن هستیم که منحنی اینولوت را به گونه‌ای رسم کنیم که از یک نقطهٔ معلوم بگذرد. این مطلب در شکل ۱۲ـ۶ نشان داده شده است. فرض می‌کنیم منحنی پایه معلوم بوده و می‌خواهیم منحنی اینولوت را به گونه‌ای رسم کنیم که از نقطهٔ P بگذرد. از نقطهٔ P خطی مماس بر دایره پایه می‌کشیم. این عمل موقعیت نقطهٔ Q را مشخص می‌کند. خط PQ را به تعدادی تقسیمات با فواصل مساوی تقسیم کرده و همین فواصل مساوی را در سمت چپ و راست Q بر روی دایره پایه جدا می‌کنیم. آنگاه از نقاط واقع بر روی دایره مماسهایی رسم و تقسیماتی با همان فواصل مساوی را در امتداد آنها جدا کرده تا نقاط واقع بر روی اینولوت تعیین گردند.

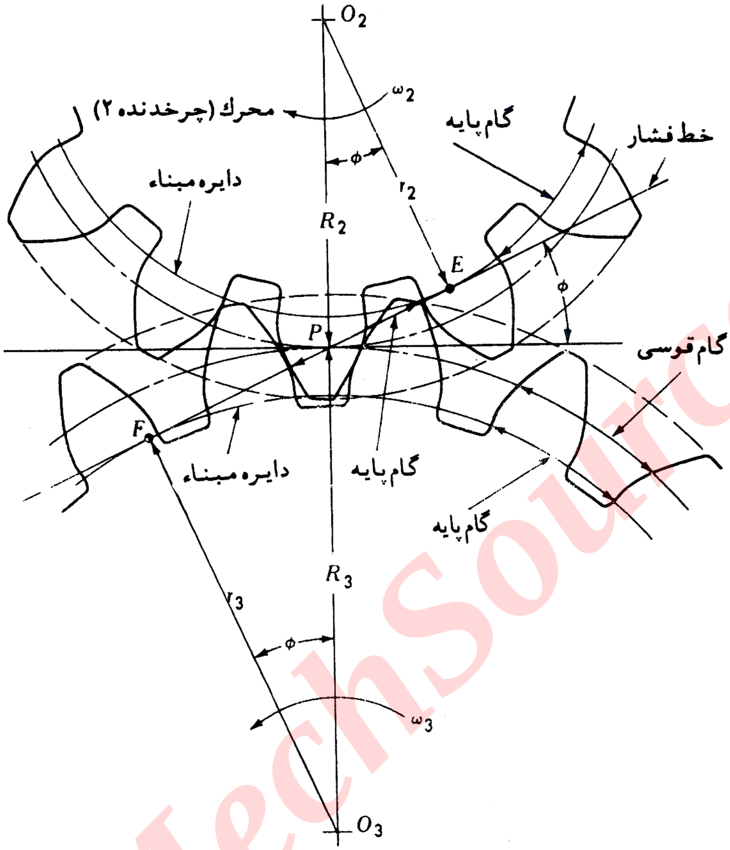
۱۲ـ٦ اصطلاحات اینولوت[1]

شکل ۱۲ـ۷ یک جفت چرخدندهٔ اینولوت را نشان می‌دهد. چرخدندهٔ بالایی (چرخدندهٔ۲) پینیون

1. Involute nomenclature

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۷

و محرک می‌باشد. پینیون در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران کرده و چرخدنده پایینی (چرخدندهٔ شمارهٔ ۳) در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت دوران می‌نماید. نقطهٔ P نقطهٔ گام و خط EF نخی که می‌بایست دور دایره پایه پیچیده شود را نشان می‌دهد. نقطهٔ تماس هریک از این دو دندانه همیشه در امتداد این خط می‌باشد. اگر قرار باشد از اصطکاک بین سطح تماس دو دندانه درگیر صرفنظر شود، نیروی وارده توسط چرخ محرک به چرخ متحرک می‌بایست در امتداد این خط یعنی خط فشار باشد. زاویه‌ای که خط فشار با عمود بر خط‌المرکزین O_2O_3 می‌سازد را زاویهٔ فشار ϕ می‌نامند. اگرچه در عمل این زاویه به زاویهٔ فشار موسوم است، ولی زاویهٔ فشار حقیقی به دلیل نیروی اصطکاک کمی نسبت به آن انحراف دارد. در چرخدنده‌های اینولوت زاویهٔ فشار ثابت بوده و با توجه به شکل ملاحظه می‌کنیم زاویه‌ای که خط‌المرکزین با خطی از مراکز هریک از چرخها به نقطهٔ تماس خط فشار با دایرهٔ پایه می‌سازد، برابر زاویهٔ فشار می‌باشد.

اگر R_2 و R_3 شعاعهای دوایر گام برای یک جفت چرخدنده معلوم بوده و نیز اگر زاویهٔ فشار

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

معلوم باشد شعاع دوایر گام با توجه به روش زیر محاسبه می‌گردد. خط O_2O_3 را می‌توان کشیده و نقطهٔ P را تعیین کرد. به خط O_2O_3 می‌توان عمودی رسم کرد که از نقطهٔ P بگذرد. زاویهٔ فشار ϕ را می‌توان نسبت به این عمود جدا کرده و خط فشار را رسم نمود. با فرودآوردن عمودهایی از مراکز هریک از چرخها به خط فشار r_2 و r_3 شعاعهای دوایر پایه تعیین می‌گردند. با توجه به شکل ملاحظه می‌گردد شعاع دایرهٔ پایهٔ هریک از چرخدنده‌ها از رابطهٔ زیر محاسبه می‌گردد.

$$r = R\cos\phi \qquad (۶\text{-}۱۲)$$

که در آن r و R به ترتیب شعاعهای دایره‌های پایه چرخدنده و دایرهٔ گام می‌باشند.

گام پایه[1] که با p_b نشان داده شده، با فاصلهٔ نقطه‌ای واقع بر روی یک دنده تا نقطهٔ نظیر بر روی دندهٔ مجاور که در امتداد دایرهٔ پایه اندازه‌گیری شده باشد مشخص می‌شود. به طوری که در وسط شکل نشان داده شده، این پارامتر برابر فاصلهٔ قائم بین پهلوهای مربوط به دو دندانهٔ مجاور نیز می‌باشد. به همین دلیل گاهی اوقات آن را گام قائم[2] می‌گویند. گام پایه را می‌توان با تقسیم دایرهٔ پایه به تعداد دندانه‌های چرخ به دست آورد. از آنجا که گام قوسی برابر حاصل تقسیم محیط دایره گام به تعداد دندانه‌ها می‌باشد، از رابطهٔ (۱۲-۲) می‌توان رابطهٔ زیر را بین گام پایه و گام قوسی نوشت

$$p_b = p\cos\phi \qquad (۷\text{-}۱۲)$$

دایرهٔ پایه و گام پایه از ویژگیهای یک چرخدنده واحد بوده و با ساخته‌شدن چرخدنده ثابت خواهند بود. معهذا قطر دوایر گام و گام قوسی به وسیلهٔ فاصلهٔ بین دو چرخدندهٔ سوار شده تعیین می‌گردند. با توجه به شکل ۱۲-۷ ملاحظه می‌شود که زاویهٔ فشار به وسیلهٔ فاصلهٔ مراکز محاسبه می‌گردد. گام پایه یکی از خصوصیات مهم دندانه‌های اینولوت بوده و برای دو چرخدنده که با هم درگیر می‌باشند می‌بایست یکی باشد.

منحنی محیطی دندانه در فاصلهٔ دایرهٔ پایه تا ته دندانه معمولاً یک خط شعاعی بوده و برای ممانعت از ایجاد تمرکز تنش معمولاً محل تقاطع آنها با دایرهٔ ته‌دندانه گرد می‌گردد.

۱۲-۷ چرخدنده اینولوت-عمل دندانه

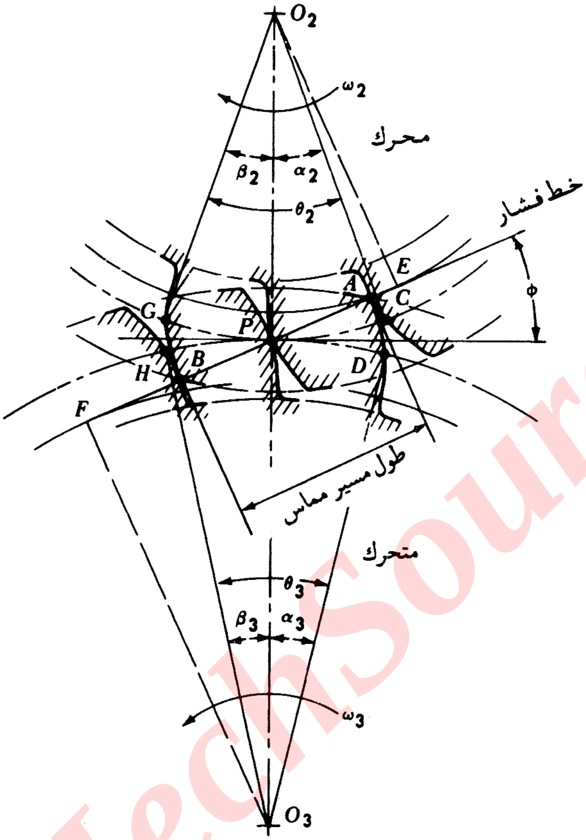
شکل ۱۲-۸ قسمتی از دو چرخدندهٔ اینولوت درگیر را نشان داده که در آن یک جفت دندانهٔ درگیر در سه وضعیت نشان داده شده است. ابتدا دندانه در نقطهٔ A یعنی جایی که دایرهٔ سردندانهٔ چرخ متحرک خط فشار را قطع می‌کند تماس حاصل می‌کند. تماس با خط فشار در نقطهٔ P تعقیب شده و تماس

---

1. base pitch   2. normal pitch

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



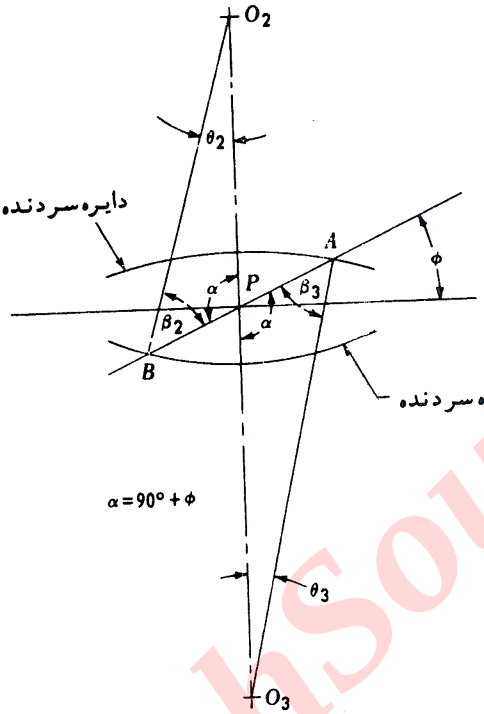
شکل ۱۲-۸

در نقطهٔ B یعنی جایی که دایرهٔ سردندانه چرخ محرک خط عمل را قطع می‌کند قطع می‌گردد. خط AB مسیر نقاط تماس نامیده شده و طول آن طول مسیر تماس می‌باشد. نقطهٔ C محل برخورد منحنی محیطی دندانهٔ چرخ ۲ با دایرهٔ گام آن به هنگام شروع تماس دنده بوده و نقطهٔ G همین نقطه بر روی منحنی محیطی دندانه به هنگام اختتام تماس دنده می‌باشد. نقاط D و H نقاط مربوطه برای چرخ ۳ می‌باشند. کمانهای CPG و DPH کمانهایی بر روی دوایر گام می‌باشند که دو چرخدنده در خلال نقاط شروع و اختتام تماس می‌پیمایند. این کمانها به کمانهای عمل[1] معروف می‌باشند. از آنجا که دو دایرهٔ گام بر روی یکدیگر می‌غلتند این دو کمان با یکدیگر مساوی می‌باشند. زوایای مقابل به این کمانها که با $\theta_۲$ و $\theta_۳$ نشان داده شده‌اند موسوم به زوایای عمل[2] می‌باشند. این دو زاویه با یکدیگر مساوی نبوده مگر آنکه قطر دوایر گام با هم مساوی باشند. زوایای عمل از دو قسمت

1. arcs of action 2. angles of action

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۹

موسوم به زاویهٔ ورود[1] و زاویهٔ خروج[2] می‌باشند. زاویهٔ ورود، عبارت است از زاویهٔ گردش یک چرخ از لحظهٔ شروع تماس دو چرخ تا لحظه‌ای که دو دندانه در نقطهٔ گام به یکدیگر مماس می‌شوند. زاویهٔ خروج عبارت است از زاویهٔ گردش یک چرخ از لحظهٔ تماس دو چرخ در نقطهٔ گام تا لحظه‌ای که تماس قطع می‌شود. در حالت کلی زاویهٔ ورود برابر زاویهٔ خروج نمی‌باشد. تجربه نشان داده در خلال زاویهٔ خروج عمل دنده‌ها به مراتب نرمتر از موقعی است که دندانه‌ها فاصلهٔ زاویهٔ ورود را طی می‌کنند. مقادیر زوایای ورود و خروج با استفاده از روش ترسیمی پس از ترسیم دندانه‌ها تعیین شده و یا می‌توانند با استفاده از روش مشروح در قسمت ۱۲ـ۹ محاسبه گردند.

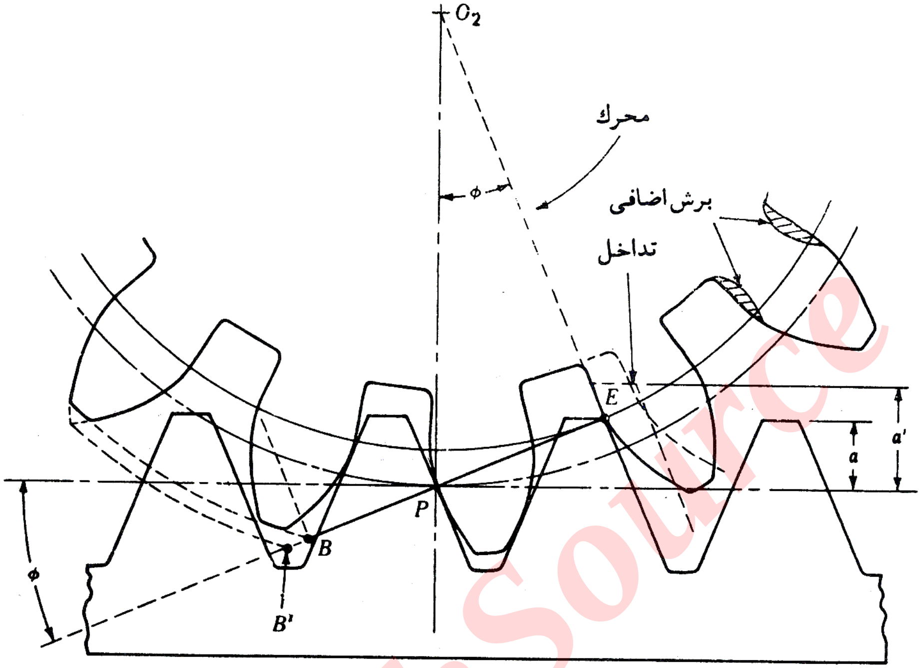
۱۲ـ۸ پینیون و شمش دندانه‌دار اینولوت[3]

شکل ۱۲ـ۱۰ یک پینیون و شمش اینولوت را نشان می‌دهد. یک شمش دندانه‌دار چرخدنده‌ای است که قطر گام آن بینهایت بوده و از این رو دایرهٔ گام یک خط مستقیم موسوم به خط گام می‌باشد.

1. angles of approach
2. angles of recess
3. Involute rack & pinion

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۱۰

خط عمل در بینهایت بر دایرهٔ پایه مماس شده و به همین جهت منحنی محیطی دندانه‌های شمش یک خط مستقیم عمود بر خط فشار می‌باشد.

۱۲ـ۹ نسبت تماس[1]

نسبت تماس با تعداد متوسط جفت دندانه‌های در تماس مشخص می‌شود. این نسبت می‌تواند با توجه به اینکه گام پایه نشان داده در امتداد خط فشار شکل ۱۲ـ۷ چند بار در طول مسیر تماس AB نشان داده شده در شکل ۱۲ـ۸ می‌گنجد تعیین‌گردد. بنابراین نسبت تماس (m_c) می‌تواند به شرح زیر تعریف گردد.

$$m_c = \frac{\text{طول مسیر تماس}}{\text{گام پایه}} = \frac{AB}{p_b} \tag{۱۲ـ۸}$$

طول AB می‌تواند با استفاده از روش ترسیمی پس از آنکه شکل ۱۲ـ۹ ترسیم گردیده و یا می‌تواند با استفاده از روابط زیر که بر اساس شکل نوشته شده‌اند محاسبه گردد.

1. contact ratio

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$\beta_3 = \sin^{-1}\left(\frac{PO_3 \sin\alpha}{AO_3}\right) \qquad (۱۲\text{-}۹)$$

$$\theta_3 = 180^\circ - (\alpha + \beta_3) \qquad (۱۲\text{-}۱۰)$$

$$AP = \frac{AO_3 \sin\theta_3}{\sin\alpha} \qquad (۱۲\text{-}۱۱)$$

$$\beta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{PO_2 \sin\alpha}{BO_2}\right) \qquad (۱۲\text{-}۱۲)$$

$$\theta_2 = 180^\circ - (\alpha + \beta_2) \qquad (۱۲\text{-}۱۳)$$

$$PB = \frac{BO_2 \sin\theta_2}{\sin\alpha} \qquad (۱۲\text{-}۱۴)$$

نسبت تماس معمولاً یک عدد کامل نیست. اگر نسبت تناسب ۱٫۶ می‌باشد، این بدان معنا نیست که ۱٫۶ جفت از دندانه‌ها درگیر می‌باشند. این بدان معنا است که تناوباً یک جفت و دو جفت از دندانه‌ها درگیر بوده و در یک زمان معین مقدار متوسط ۱٫۶ است. به طور تئوری حداقل مقدار نسبت تماس یک بوده یعنی همیشه می‌بایست به منظور عمل پیوسته حداقل یک جفت دندانه در تماس باشند. هرچه نسبت تماس بیشتر باشد چرخدنده‌ها آرامتر کار خواهند کرد. با توجه به شکل ۱۲ـ۹ ملاحظه می‌شود که طول مسیر تماس می‌تواند افزایش یافته و بدین ترتیب با اضافه کردن ارتفاع سردنده می‌توان نسبت مماس را ترقی داد. معهذا برای ازدیاد ارتفاع سردنده یک محدودیت وجود داشته که در قسمت بعد توضیح داده خواهد شد.

زوایای ورود و خروج را می‌توان به شرح زیر محاسبه کرد. شکل ۱۲ـ۸ را در نظر می‌گیریم. طول AP برابر طول کمان در امتداد دایرهٔ پایهٔ چرخدنده ۲ بوده که در فاصلهٔ بین منحنیهای محیطی این چرخدنده، که از نقاط A و P گذشته‌اند مرور داده شده است. زاویهٔ مقابل به این کمان برابر زاویهٔ ورود α_2 می‌باشد. بنابراین

$$\alpha_2 = \frac{AP}{r_2} \qquad (۱۲\text{-}۱۵)$$

که در آن r_2 شعاع دایرهٔ پایهٔ چرخ ۲ می‌باشد. طول PB برابر طول کمان در امتداد دایره پایهٔ چرخدنده ۲ بوده که در فاصلهٔ بین منحنیهای محیطی این چرخ که از نقاط P و B گذشته‌اند مرور داده شده است. زاویهٔ مقابل به این کمان برابر زاویهٔ خروج β_2 می‌باشد. بنابراین

$$\beta_2 = \frac{PB}{r_2} \qquad (۱۲\text{-}۱۶)$$

با روشی مشابه زوایای ورود و خروج چرخدنده ۳ برابرند با

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$\alpha_۳ = \frac{AP}{r_۳} \qquad (۱۷\text{-}۱۲)$$

و

$$\beta_۳ = \frac{PB}{r_۳} \qquad (۱۸\text{-}۱۲)$$

که در آنها $r_۳$ شعاع دایرهٔ پایهٔ چرخدنده ۳ می‌باشد.

۱۲ـ۱۰ تداخل و برش اضافی اینولوت[1]

ارتفاع سردنده یک شمش دنده در شکل ۱۲ـ۱۰ به‌گونه‌ای انتخاب شده که اولین نقطهٔ تماس در نقطهٔ E، یعنی در نقطهٔ تماس خط عمل با دایرهٔ پایهٔ پینیون حادث می‌گردد. منحنی محیطی پینیون نمی‌تواند در داخل دایرهٔ پایه پیشروی کند. از دایرهٔ پایه به طرف داخل پینیون منحنی یک خط شعاعی می‌باشد. پس ماکزیمم طول خط فشار برابر EP می‌باشد. ماکزیمم ارتفاع دنده که برای شمش می‌بایست مورد استفاده قرار گیرد برابر a است. برای بررسی اینکه اگر ارتفاع سردنده بیشتر باشد چه اتفاقی خواهد افتاد، این مقدار با a نشان داده شده است. حال اگر دایرهٔ گام پینیون و خط گام شمش به سمت راست غلت بخورند موقعیت دندانه‌های شمش و پینیون مطابق شکل که با خط‌چین نشان داده شده‌اند بوده و به طوری که ملاحظه می‌گردد، دندانه‌های شمش با دندانه‌های پینیون تداخل پیدا کرده و رویهم می‌روند. اگر موقعی که مطابق توضیحات قسمت ۱۲ـ۱۶ دندانه‌های پینیون توسط ابزار مخصوصی به نام هاب[2] ساخته می‌شود، تداخل حادث گردد، ابزار مطابق شکل ۱۲ـ۱۰ دندانه‌ها را برش اضافی خواهد داد. این برش اضافی از طرفی موجب ضعیف‌شدن دندانه‌ها و از طرف دیگر موجب از بین رفتن قسمتی از منحنی اینولوت و نتیجتاً کوتاه‌شدن مسیر تماس می‌گردد.

زیادبودن ارتفاع سردندهٔ پینیون موجب تداخل نشده چراکه برای شمش نقطهٔ تماس خط فشار با دایرهٔ پایه در بینهایت سمت‌چپ قرار می‌گیرد. ماکزیمم‌طول برای مسیر خروج PB بوده و این موقعی نتیجه می‌شود که ازدیاد ارتفاع سردنده پینیون آن‌قدر ادامه پیدا کند که سردنده به نقطه تبدیل شود.

اگر درگیری یک شمش با یک پینیون بدون تداخل باشد، هر چرخدندهٔ خارجی با ارتفاع سردنده مساوی شمش می‌تواند بدون تداخل با پینیون درگیر شود. این مطلب را می‌توان در شکل ۱۲ـ۱۰ مشاهده کرد. دایرهٔ سردنده هر چرخدنده خط فشار را در سمت چپ E قطع خواهد کرد.

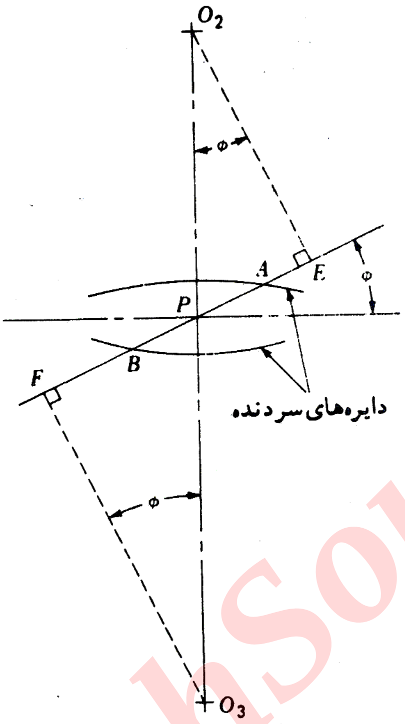
۱۲ـ۱۱ کنترل تداخل

با در نظر گرفتن شکل ۱۲ـ۱۱ می‌توان هر جفت دنده اینولوت را کنترل نمود و تعیین کرد آیا تداخل اتفاق می‌افتد یا خیر. نقاط E و F نقاط تماس خط فشار و دوایر پایه بوده که به نقاط تداخل[3] موسوم

1. Involute interference and undercutting 2. hob 3. interference points

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۱۱

می‌باشند. اگر هریک از نقاط A و B به ترتیب خارج از E و F قرار گیرند، آنگاه تداخل وجود خواهد داشت.

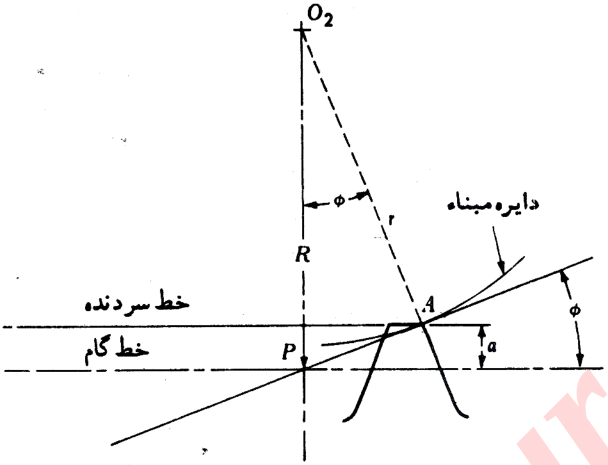
در قسمت ۱۲ـ۱۰ شرایط تداخل را برای شمش و پینیون اینولوت در نظر گرفتیم. با نگاهی به شکل ۱۲ـ۱۰ ملاحظه می‌کنیم برای یک شمش معین و معالوم احتمال تداخل برای پینیون کوچکتر بیشتر است. این بدان علت است که اگر پینیون را کوچکتر بسازیم نقطهٔ تماس اولیه یعنی نقطهٔ برخورد خط سردنده شمش با خط فشار با احتمال زیاد در سمت راست نقطهٔ تداخل E قرار خواهد گرفت.

از آنجا که پینیون و شمش می‌بایست دارای گام مساوی باشند، تعیین کوچکترین پینیونی که بتواند بدون تداخل کار کند، عیناً شبیه تعیین کمترین تعداد دندانه قابل استفاده بر روی پینیون می‌باشد. شرایط مرزی یا کوچکترین پینیون قابل استفاده در شکل ۱۲ـ۱۲ نشان داده شده است. نقطهٔ تداخل پینیون نشان داده شده در این شکل، در نقطهٔ تماس اولیهٔ A قرار دارد. ارتفاع سردندانهٔ a و زاویهٔ فشار ϕ معلوم می‌باشند. پس کمترین تعداد دندانهٔ قابل استفاده بر روی پینیون می‌تواند به شرح زیر محاسبه گردد. با توجه به شکل

$$\sin\phi = \frac{AP}{R}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۱۲

که در آن R شعاع دایره گام پینیون می‌باشد. همچنین

$$\sin\phi = \frac{a}{AP}$$

با ضرب طرفین این دو رابطه در یکدیگر به دست می‌آوریم

$$\sin^2\phi = \frac{a}{R}$$

اما به طوری که در جدول ۱۲ـ۲ نشان داده شده است، اندازهٔ ارتفاع سردنده a برابر حاصل‌ضرب یک عدد ثابت در مدول m می‌باشد. از این رو

$$\sin^2\phi = \frac{km}{R}$$

اما

$$m = \frac{D}{N} = \frac{2R}{N}$$

که در آن N تعداد دندانه‌ها می‌باشند. پس

$$\sin^2\phi = \frac{2k}{N}$$

و

$$N = \frac{2k}{\sin^2\phi} \qquad (۱۲\text{ـ}۱۹)$$

https://t.me/MechSource

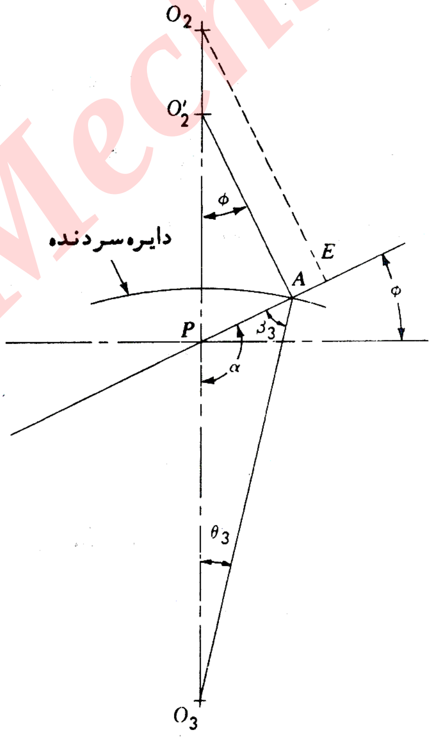
https://t.me/MechSource

از این رابطه می‌توان حداقل تعداد دندانهٔ یک پینیون را که بتواند بدون تداخل با یک شمش درگیر شود را برای هر مجموعه دنده استاندارد تعیین نمود. این عدد برای چهار سیستم متداول در جدول ۱۲ـ۱ نشان داده شده است.

وقتی که عدد به دست آمده از رابطهٔ فوق یک عدد صحیح نباشد چون چرخ نمی‌تواند کسری از یک دندانه را دارا باشد، بزرگترین عدد صحیح بعدی می‌بایست مورد استفاده قرار گیرد. گاهی اوقات لازم می‌شود، کوچکترین پینیونی که بتواند با یک چرخدنده معلوم درگیر شود را تعیین کنیم. در شکل ۱۲ـ۱۳، O_3P شعاع دایرهٔ گام، O_3A شعاع دایرهٔ سردنده و ϕ زاویهٔ فشار چرخدنده داده شده

جدول ۱۲ـ۱

	۱۴٫۵° تمام عمق	۲۰° تمام عمق	۲۵° تمام عمق	۲۰° ریشه‌دار
N	۳۲	۱۸	۱۲	۱۴



شکل ۱۲ـ۱۳

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

می‌باشند. شعاع دایرهٔ پایه کوچکترین پینیونی که بتواند بدون تداخل درگیر شود با $O'_{۲}A$ که عمود بر خط PA می‌باشد نشان داده شده است. هر پینیونی که دارای شعاع دایرهٔ پایه بزرگتر مثل $O_{۲}E$ باشد دارای تداخل نخواهد بود. با توجه به شکل می‌توان دید که شعاع گام $PO'_{۲}$ می‌تواند به شرح زیر محاسبه گردد.

$$PO'_{۲} = \frac{AP}{\sin\phi} \qquad (۱۲\text{-}۲۰)$$

که در آن AP می‌تواند از رابطهٔ ۱۲-۱۱ تعیین گردد.

۱۲-۱۲ فرمهای دنده استاندارد قابل تعویض[1]

یک سری چرخدنده موقعی قابل تعویض می‌باشند که با انتخاب و درگیر نمودن هر دوتای آنها قانون اولیهٔ چرخدنده‌ها صادق باشد. شرط قابل تعویض بودن یک مجموعه چرخدنده آن است که دارای گام قوسی، مدول، گام قطری، زاویهٔ فشار، ارتفاع سردنده و ارتفاع پای دنده یکسان بوده و ضخامت دندانه‌ها می‌بایست برابر نصف گام قوسی باشد.

فرمهای دندهٔ استاندارد به گونه‌ای تعیین شده که قابل تعویض بودن چرخدنده‌ها به راحتی امکان‌پذیر خواهد بود. چرخدنده‌های غیراستاندارد در بعضی موارد، بیشتر در صنایع هواپیمایی و خودروها مورد استفاده قرار می‌گیرند. نسبتهای چهار فرم دنده استاندارد متداول اینولوت در جدول ۱۲-۲ آمده است. ملاحظه کنید در هریک از مجموعه‌ها برای تمام چرخدنده‌ها ارتفاع سردندانه و ارتفاع پای دنده یکسان بوده و به صورت تابعی از مدول بیان شده است.

ابزار برشی مورد استفاده جهت برش دندانه‌ها برحسب مدول مشخص شده است. مدولهایی که معمولاً مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارت‌اند از ۱/۲ ، ۱ ، (۱/۲)۱ ، ۲، (۱/۲)۲ ، ۳ ، (۱/۲)۳ ، ۴ ، (۱/۲)۴ ، ۵ ، (۱/۲)۵ ، ۶ ، (۱/۲)۶ ، ۷ ، ۸ ، ۹ ، ۱۰ ، ۱۱ ، ۱۲ ، ۱۳ ، ۱۴ ، ۱۵ ، ۱۶ ، ۱۸ ، ۲۰ ، ۲۵ ،

جدول ۱۲-۲

	۱۴٫۵° تمام عمق	۲۰° تمام عمق	۲۵° تمام عمق	۲۰° ریشه‌دار
سردنده	۱٫۰۰۰m	۱٫۰۰۰m	۱٫۰۰۰m	۰٫۸۰۰m
ته‌دنده	۱٫۱۵۷m	۱٫۲۵۰m	۱٫۲۵۰m	۱٫۰۰۰m
لقی	۰٫۱۵۷m	۰٫۲۵۰m	۰٫۲۵۰m	۰٫۲۰۰m
شعاع‌گردی (شمش‌مبنا)	۰٫۲۰۹m	۰٫۳۰۰m	۰٫۳۰۰m	۰٫۳۰۰m

1. standard interchangeable tooth forms

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۳۰، ۳۵، ۴۰، ۴۵، ۵۰.

مؤسسهٔ آمریکایی تولید چرخدنده (AGMA) درکاربردهای جدید انواع °۲۰ و °۲۵ تمام عمق را به عنوان استاندارد پذیرفته. انواع (°۱/۲) ۱۴ تمام عمق و °۲۰ ریشه‌دار منسوخ شده ولی هنوز به عنوان قطعهٔ یدکی ساخته می‌شوند.

انواع °۲۰ تمام عمق در مقایسه با انواع °۲۵ تمام عمق دارای چند مزیت است. زاویهٔ فشار کمتر نسبت تماس بیشتری را ایجاد کرده که موجب آرام کارکردن و تقلیل خوردگی خواهد شد. به علاوه به دلیل زاویهٔ فشار کمتر تحت تأثیر یک کوپل معلوم فشار قائم وارد بر دنده کمتر است. این نتیجه موجب پایین آمدن عکس‌العمل در یاتاقانها می‌گردد.

انواع °۲۵ تمام عمق در مقایسه با انواع °۲۰ تمام عمق، دارای مزایای زیر می‌باشد. به ازای یک گام قوسی معلوم زاویهٔ فشار بیشتر موجب پهن‌شدن پایه دندانه‌ها و نتیجتاً مقاومتر در مقابل خمش می‌باشند. مزیت دیگر آن است که بدون هیچ برش اضافی در دندانه‌ها می‌توان از پینیون با تعداد دندانهٔ کمتر استفاده کرد.

۱۲ـ۱۳ چرخدنده‌های اینولوت داخلی[1]

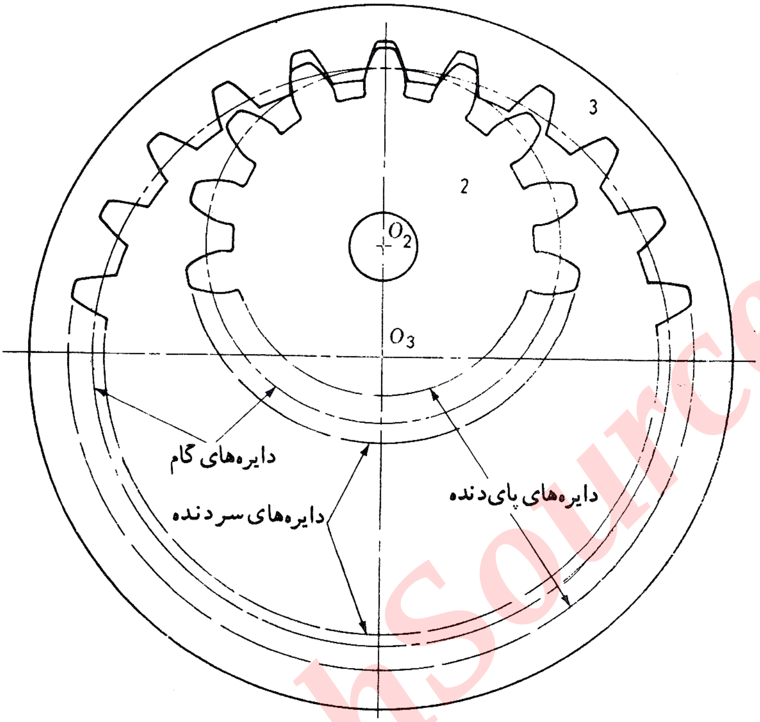
یک چرخدندهٔ داخلی به چرخدنده‌ای گفته می‌شود که دارای دندانه‌هایی در داخل حلقه باشد. شکل ۱۲ـ۱۴ یک چرخدنده اینولوت داخلی را نشان می‌دهد. پینیون معمولا محرک می‌باشد. اساس تئوریها همانند چرخدنده‌های خارجی بوده و عمل دنده در شکل ۱۲ـ۱۵ نشان داده شده است. نقطهٔ E نقطهٔ تماس خط عمل و دایره پایه پینیون بوده و نقطهٔ برخورد پینیون می‌باشد. توجه داشته باشید، سردنده چرخدندهٔ داخلی نمی‌بایست به زیر این نقطه برسد چراکه پیشانی دنده با سطح دندهٔ پینیون که از دایره پایه به پایین آن اینولوت نمی‌باشد برخورد خواهد کرد. چون ارتفاع سردندانه چرخدنده می‌بایست کوتاهتر از آنچه که در جدول ۱۲ـ۲ آمده باشد نسبتهای دنده استاندارد برای چرخدنده‌های داخلی مورد استفاده قرار نخواهد گرفت. همانند چرخدنده‌های خارجی اولین نقطهٔ تماس جایی اتفاق می‌افتد که دایرهٔ سردندهٔ چرخدندهٔ متحرک خط عمل را قطع می‌کند. در شکل سردندانه به گونه‌ای ساخته شده که این اتفاق در نقطهٔ E می‌افتد. هیچ نقطهٔ تداخلی برای چرخدنده وجود ندارد. این بدان دلیل است که تمام منحنی محیطی دندانه یک منحنی اینولوت بوده و بنابراین صرفنظر از اندازهٔ سردندانهٔ پینیون پیشانی و دندانه‌های پینیون همیشه با یک منحنی اینولوت بر روی چرخدنده تماس پیدا خواهد کرد. همانند چرخدنده‌های خارجی آخرین نقطهٔ تماس جایی قرار دارد که سردندانه محرک خط فشار را قطع کرده که این نقطهٔ B می‌باشد. طول خط فشار می‌تواند با

1. internal involute gears

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۱۴

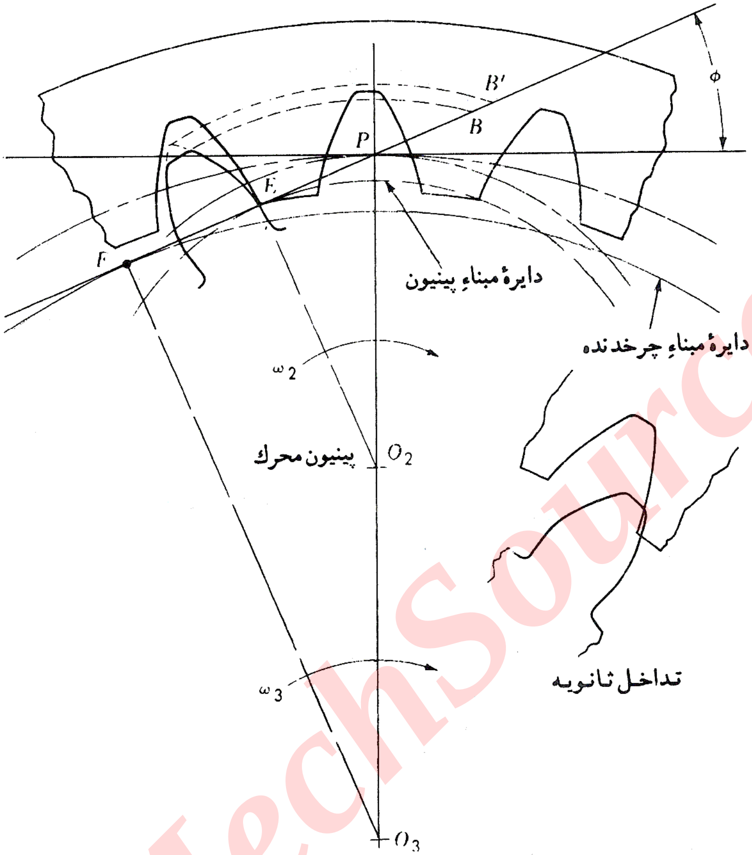
اضافه‌کردن سردندانه پینیون ازدیاد پیداکند. موقعیت حدی موقعی است که سردندانه به نقطه تبدیل گردیده و آنگاه آخرین نقطهٔ تماس در B' اتفاق می‌افتد.

وقتی که برای یک چرخدنده داخلی با اندازهٔ معلوم یک پینیون بسیار بزرگ استفاده گردد، به هنگام ورود و یا خروج دندانه پینیون از فاصلهٔ بین دو دندانه، چرخدنده با یکدیگر تصادم می‌نمایند. این وضعیت که مختص چرخدنده‌های داخلی است در شکل نشان داده شده و به تداخل ثانویه موسوم است. برای ممانعت از آن عملیات زیر صورت می‌گیرد. در موقع ساخت چرخدنده داخلی از یک ابزار برشی کمکی (قسمت ۱۲ـ۱۶ را ملاحظه کنید) که دارای تعداد دندانه‌های بیش از پینیون است استفاده می‌گردد. این عمل به طور خودکار ممانعت از تصادم نوک دندانه‌های چرخدنده داخلی خواهد کرد.

اولین مزیت یک چرخدندهٔ داخلی و پینیون اینولوت آن است که در مقایسه با چرخدندهٔ خارجی فشرده‌تر است. مزایای دیگر عبارت‌اند از ایجاد تنش تماسی کمتر به دلیل تماس یک سطح محدب با یک سطح مقعر، سرعتهای لغزشی نسبتاً کم و از آنجا که هیچ محدودیت در اینولوت چرخدنده داخلی وجود ندارد، دستیابی به طول تماس بلندتر امکان‌پذیر است. مقاومت تیرگونه

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۱۵

چرخدنده‌های داخلی به مراتب بیشتر از چرخدنده‌های خارجی نظیر می‌باشد. معهذا مگر در مواردی که پینیون و چرخدنده از مواد مختلف ساخته شده باشند، پینیون همیشه ضعیفتر بوده که این مزیت خیلی اهمیت ندارد.

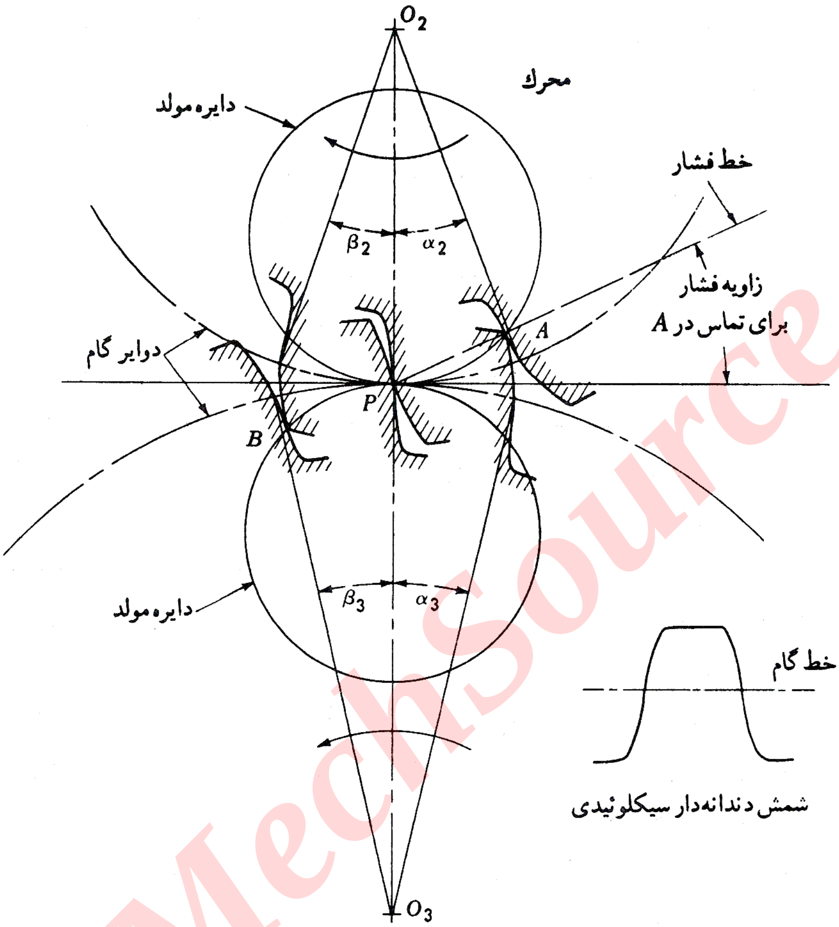
۱۲ـ۱۴ دندانه‌های سیکلوئیدی[1]

چرخدنده‌های سیکلوئیدی که درگذشته از آنها استفاده می‌شده به دلیل معایبی که در مقایسه با چرخدنده‌های اینولوت دارند، امروزه به ندرت مورد استفاده قرار می‌گیرند. ولی از آنجا که دندانه‌های سیکلوئیدی دارای مزیتهای معینی بوده که همین مزیتها در بعضی کاربردها موجب برتری آنها نسبت به دندانه‌های اینولوت می‌گردد، در اینجا مختصراً به شرح آنها پرداخته خواهد شد.

1. Cycloidal gears

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۱۶

شکل ۱۲ـ۱۶ یک جفت چرخدندهٔ سیکلوئیدی درگیر با هم را نشان می‌دهد. دوایر گام و دوایر مولد در نقطهٔ گام P در تماس می‌باشند. باید به خاطر داشت آن قسمت از منحنی محیطی دندانه که خارج از دایره گام قرار می‌گیرد سطح دنده[1] نامیده شده و قسمت داخل دایره گام جناح دنده[2] نامیده می‌شود. منحنی سیکلوئیدی از حرکت نقطه‌ای واقع بر روی یک دایره غلتان به وجود می‌آید. دایرهٔ غلتان را دایرهٔ مولد نامیده و اگر این دایرهٔ مولد بر روی سطح خارجی دایرهٔ گام غلت بخورد سطح دنده را ایجاد می‌کند. وقتی که دایرهٔ مولد بر روی سطح داخلی دایرهٔ گام غلت بخورد، جناح دنده را تولید می‌کند. مسیر تماس برای دندانه‌های درگیر در امتداد دوایر مولد قرار داشته که همان کمان AP

1. face　　2. flank

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

بوده که به وسیلهٔ کمان PB تعقیب می‌گردد. قائم مشترک منحنی محیطی دندانه‌های در تماس خط فشار بوده که در تمام اوضاع تماس دو دنده از نقطهٔ ثابت P می‌گذرد. بنابراین منحنیهای محیطی دندانه‌های سیکلوئیدی از قانون چرخدنده‌ها تبعیت می‌کنند. زاویه فشار، زاویه‌ای است که خط فشار با خط عمود بر خط‌المرکزین می‌سازد. با حرکت دندانه‌ها از نقطهٔ شروع تماس A زاویهٔ فشار تقلیل پیدا کرده و موقعی که در نقطهٔ تماس P قرار می‌گیرند مقدار آن به صفر رسیده و دوباره با حرکت از نقطهٔ P به نقطهٔ آخر تماس B ازدیاد پیدا می‌کند.

منحنی محیطی دندانه‌های یک شمش دنده سیکلوئیدی مانند شمش دندهٔ اینولوت خط مستقیم نمی‌باشد. در شکل ۱۲ـ۱۶ اگر چرخدندهٔ پایینی بینهایت ساخته شود دایرهٔ گام آن به خط تبدیل شده که آن را خط گام می‌نامند. دندهٔ یک شمش سیکلوئیدی در شکل نشان داده شده است. وقتی که دایرهٔمولد بالایی بر روی خط گام غلت‌می‌خورد سطح دندهٔشمش راکه محدب است می‌سازد. وقتی که دایرهٔ مولد پایینی بر روی خط گام غلت می‌خورد، جناح دندهٔ شمش راکه مقعر است می‌سازد.

عیب دندانه‌های سیکلوئیدی ساخت مشکل آنها بوده و در صورتی که با فاصله صحیح مرکزی رویهم سوار شوند، می‌توانند نسبت سرعت زاویه‌ای ثابت را ایجاد کنند. تداخل در چرخدنده‌های سیکلوئیدی پیش نیامده و این اولین مزیت آنها است. از این نوع چرخدنده‌ها به طور گسترده در ساعتهای دیواری، رومیزی و مچی و بعضی وسائل اندازه‌گیری معین استفاده شده و به دلیل آنکه پینیون می‌تواند دارای تعدادی دندانه‌های کم باشد (در حد ۶ یا ۷ دندانه) می‌توان از آنها بدون مشکل تداخل برای به دست آوردن نسبت تقلیل دور بزرگ استفاده کرد. به علاوه دندانه‌های سیکلوئیدی در مقایسه با دندانه‌های اینولوت لغزش کمتر داشته و به همین جهت دارای خوردگی کمتر می‌باشند.

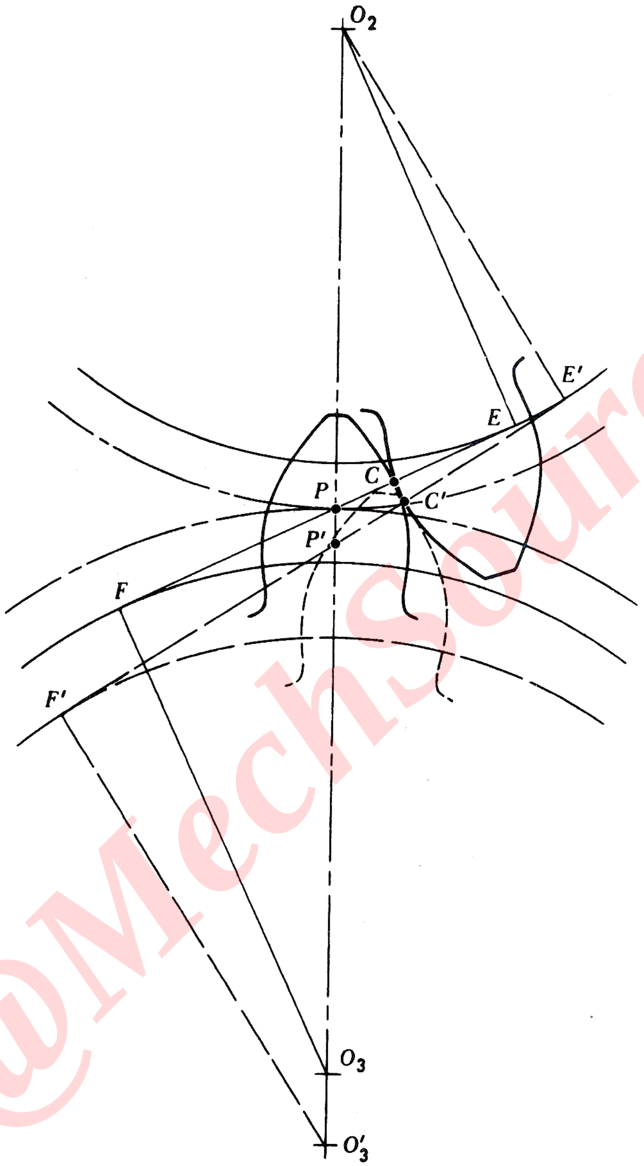
۱۲ـ۱۵ مزیتهای دندانه‌های اینولوت

در قسمت ۱۲ـ۸ تشریح گردید که منحنی محیطی یک شمش دندانه‌دار اینولوت خط مستقیم است. ابزارهای برشی و چرخهای سنبادهٔ مورد استفاده در ساخت چرخدنده‌ها مستقیم بوده و همین مطلب ساخت دندانه‌های اینولوت را نسبت به سایر دندانه‌ها اقتصادیتر می‌نماید.

مزیت دیگر دندانه‌های اینولوت آن است که با تغییر فاصله مراکز هنوز می‌توان نسبت سرعت زاویه‌ای ثابت به دست آورد، یعنی قانون اساسی دندانه‌ها صادق می‌باشد. شکل ۱۲ـ۱۷ یک جفت چرخدندهٔ اینولوت دیگر با مراکز O_2 و O_3 را نشان داده که در آن P نقطهٔ گام می‌باشد. یک جفت دندانه با تماس در نقطهٔ C نشان داده شده و نسبت سرعت زاویه‌ای برابر O_3P/O_2P می‌باشد. اگر مرکز متعلق به چرخ ۳ از O_3 به موقعیت O'_3 انتقال داده شود تماس در نقطهٔ C' خواهد بود. خط عمود بر منحنی محیطی دنده بر دوایر پایهٔ مماس بوده و خط‌المرکزین را در نقطهٔ P' قطع می‌کند. مثلثهای O_2PE و O_3PF با یکدیگر متشابه می‌باشند. همچنین مثلثهای $O_2P'E'$ و $O'_3P'F'$ با یکدیگر متشابه

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۱۷

@MechSource

می‌باشند. بنابراین

$$\frac{O_۳P}{O_۲P} = \frac{FO_۳}{EO_۲} \quad \text{و} \quad \frac{O'_۳P'}{O_۲P'} = \frac{F'O'_۳}{E'O_۲}$$

ولی

$$F'O'_۳ = FO_۳ \quad \text{و} \quad E'O_۲ = EO_۲$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

بنابراین

$$\frac{O_3P}{O_2P} = \frac{O'_3P'}{O_2P'}$$

نسبت سرعت تغییر نکرده است. ازدیاد فاصلهٔ دو مرکز زاویهٔ فشار و لقی عرضی را زیاد کرده و از طول مسیر مماس می‌کاهد. دایرهٔ پایه از ویژگیهای ثابت یک چرخدنده است. تا موقعی که چرخدنده‌ای با چرخدندهٔ دیگر درگیر نشده باشد، دایرهٔ گام وجود نخواهد داشت. وقتی یک دایرهٔ گام برای یک چرخدنده مشخص شد، زاویهٔ فشار نیز می‌بایست مشخص شود. این مشخصات آنگاه اندازهٔ دایرهٔ پایه را تعیین خواهند کرد.

۱۲ـ۱۶ روشهای ساخت چرخدنده

دندانه‌های یک چرخدنده می‌توانند بر روی ماشین فرز و با استفاده از ابزار فرمی که دارای منحنی محیطی به شکل فاصلهٔ دو دنده می‌باشد ساخته شوند. با این روش فقط اگر از یک ابزار معین برای ساختن تعداد مشخصی دندانه بر روی دیسک اولیهٔ چرخدنده استفاده شود، می‌توان دندانه‌های دقیقی ساخت. در عمل یک ابزار معین برای چرخدنده‌هائی با تعداد دندانه‌های در فاصلهٔ خاص استفاده می‌گردد. از چرخدنده‌های ساخته شده با این روش استفاده زیاد می‌شود، ولی از آنجا که منحنی محیطی دندانه‌ها دقیق نمی‌باشد فقط برای حرکتهای با دور پایین مناسب می‌باشند.

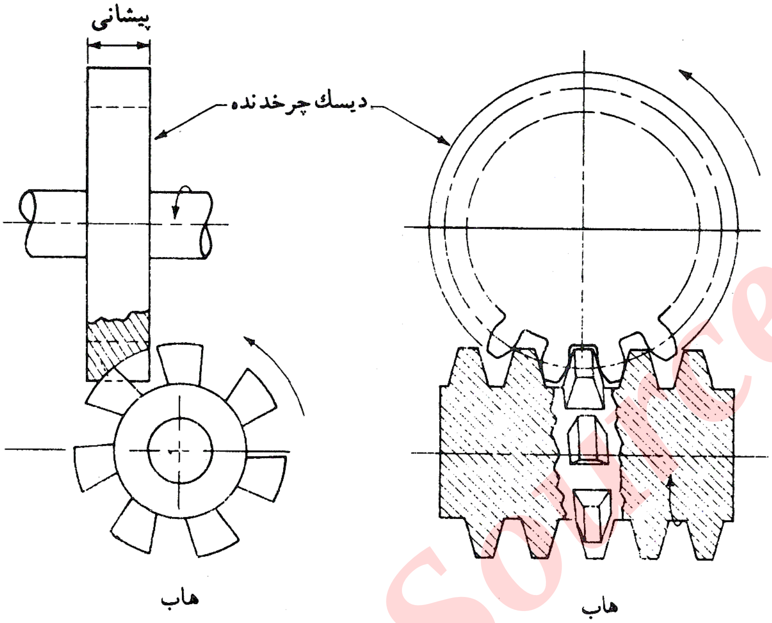
چرخدنده‌های اینولوت دقیق طی مراحل تولید ساخته می‌شوند. مراحل تولید را می‌توان به راحتی با فرض دیسک اولیهٔ چرخدنده که ازگل ساخته شده باشد و غلتاندن دایرهٔ گام آن بر روی خط گام یک شمش دندانه‌دار فولادی درک کرد. دندانه‌های دقیق که می‌توانند دارای عمل مضاعف بوده باشند بر روی دیسک گلی ایجاد خواهد شد. اگر از شمش دندانه‌دار، به عنوان ابزار برش فرم استفاده گردد می‌توان بر روی دیسکهای فولادی دندانه‌های دقیق ایجاد کرد. این ابزار در حالی که دیسک اولیهٔ چرخدنده طوری دوران کرده که دایرهٔ گام آن بر روی خط گام شمش ابزار می‌غلتد به موازات محور دیسک اولیهٔ چرخدنده رفت و برگشت می‌نماید. ابزار از این نوع به تیغهٔ شمش[1] موسوم است. لقی لازم دندانه‌ها با بیشتر گرفتن ارتفاع سردندانه‌های شمش تأمین می‌گردد. مزیت اولیهٔ این روش تولید دندانه آن است که یک تیغهٔ مشخص صرفنظر از تعداد دندانه‌هایی که می‌بایست درآورده شود، دندانه‌های با گام و زاویهٔ فشار مشخص را ایجاد خواهد کرد.

متداولترین روشهای ساخت چرخدنده روش هابینگ و فرم‌دادن[2] می‌باشد. روش هابینگ یک

1. rack−shaped cutter
2. hobbing shaping

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



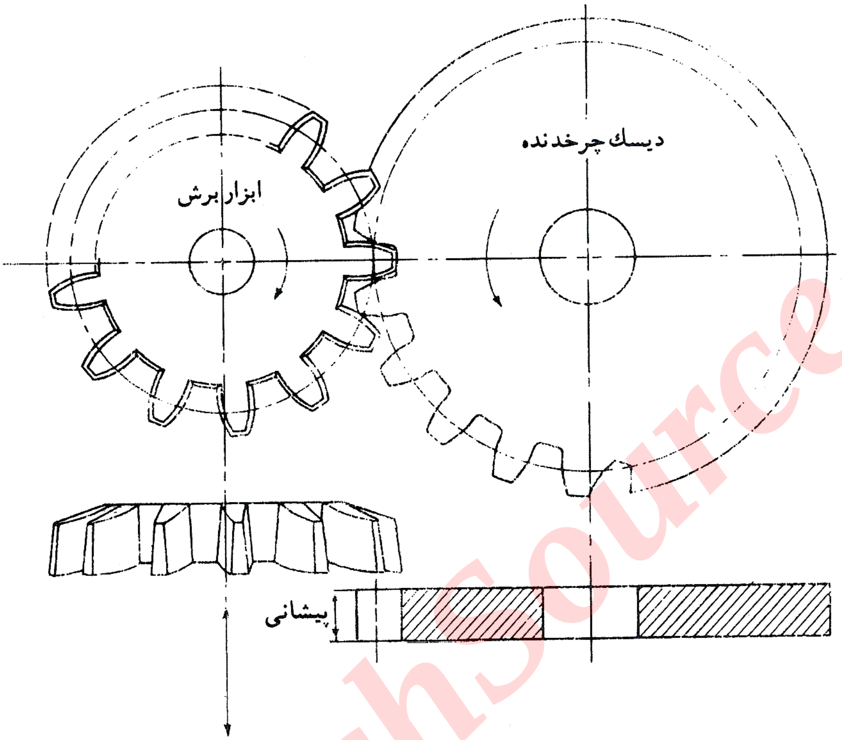
شکل ۱۲ـ۱۸

روش سریع بوده و در شکل ۱۲ـ۱۸ نشان داده شده است. ابزار مخصوص این روش که موسوم به هاب می‌باشد، شباهت به یک پیچ داشته که در امتداد محور دارای یک سربریدگی بوده که همین بریدگیها لبه‌های برش را تشکیل می‌دهند. شکل دنده‌های این پیچ در صفحهٔ دیسک مانند یک شمش بوده و همانند یک تیغهٔ شمش‌وار عمل می‌کند. در حالی که هاب و دیسک چرخدنده با نسبت سرعت زاویه‌ای مشخص دوران می‌نمایند، هاب در امتداد موازی دیسک به آرامی پیشروی می‌نماید. موقعی که هاب از عرض دیسک عبور کرد، دندانه‌ها به طور کامل بریده شده و در این موقع هاب و دیسک می‌توانند دورانهای بیشتری را مرور کنند.

یک چرخدندهٔ کمکی شکل‌دهنده مطابق شکل ۱۲ـ۱۹ که لبه برنده‌ای را مورد استفاده قرار داده، با این تفاوت که دنده‌ها شکل تیغه‌های برش را دارند شباهت به یک پینیون دارد. در ابتدا هیچ یک از ابزار و یا دیسک اولیهٔ چرخدنده گردش نکرده و ابزار ضمن جلو و عقب رفتن در امتداد عرض چرخدنده به آرامی در امتداد شعاع چرخدنده پیش رفته تا دایرهٔ گام آن مماس بر خط گام چرخدنده گردد. آنگاه حرکت شعاعی متوقف می‌گردد. در حین آنکه ابزار به جلو و عقب حرکت می‌کند ابزار و دیسک اولیهٔ چرخدنده به گونه‌ای حرکت کرده که دایره‌های گام آنها بر روی یکدیگر غلت می‌خورند. هنگامی که دیسک یک دور کامل زد تمام دندانه‌ها بریده خواهند شد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



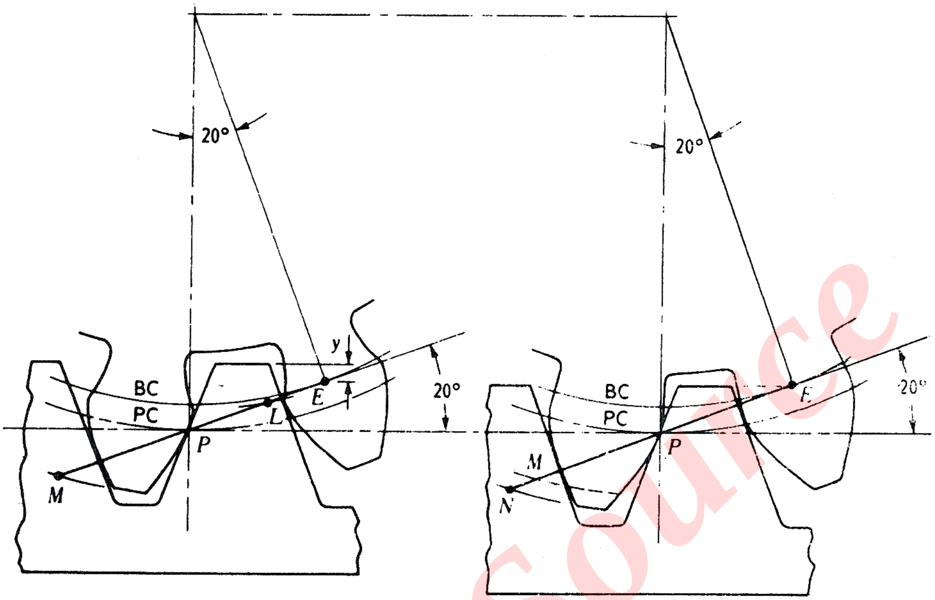
شکل ۱۲ـ۱۹

۱۲ـ۱۷ چرخدنده‌های با ارتفاع سردنده غیرمساوی

موقعی که یک چرخدندهٔ بزرگ می‌بایست با یک چرخدندهٔ کوچک درگیر شود، اغلب تداخل اتفاق افتاده و دندانه‌های پینیون برش اضافی پیداکرده و ضعیف خواهند شد. برای ممانعت از این امر از یک سیستم چرخدنده‌های غیراستاندارد معروف به چرخدنده‌های با ارتفاع سردنده غیرمساوی استفاده می‌گردد. مزیت این سیستم را می‌توان با در نظر گرفتن یک پینیون ۱۲ دنده °۲۰ تمام عمق و شمش دندانه‌دار شکل ۱۲ـ۲۰ الف، به آسانی ملاحظه کرد. اگر پینیون با یک ابزار شمش و یا هاب ساخته شده باشد، مطابق شکل برش اضافی برداشته و ضعیف خواهند شد. مسیر تماس از L به M خواهد بود. دندانه‌های شمش به مقدار y بلندتر خواهند بود. در شکل ۱۲ـ۲۰ ب، ارتفاع سردندانه‌های شمش به مقدار y کوتاهتر شده و ارتفاع سردندانه‌های پینیون به همان مقدار اضافه شده‌اند. پینیون حاصله در شکل نشان داده شده است. مزیت به دست آمده داشتن پینیونی با دندانه‌های مقاومتر و داشتن مسیر تماس طولانیتر EN می‌باشد. از این رو نسبت تماس ازدیاد پیدا کرده است. دایرهٔ پایه، دایرهٔ گام و زاویهٔ فشار بدون تغییر باقی می‌ماند. چرخدنده‌های با ارتفاع سردندهٔ غیرمساوی غیرقابل تعویض می‌باشند.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



(الف) (ب)

شکل ۱۲ـ۲۰

روش استفاده از ابزارهای استاندارد جهت ساختن چرخدنده‌های با ارتفاع سردنده نامساوی مستلزم تقلیل شعاع دایرهٔ دیسک اولیهٔ چرخدنده بوده، به گونه‌ای که تداخل حذف خواهد گردید. آنگاه دندانه‌ها با استاندارد تمام عمق ساخته خواهند شد. شعاع دیسک اولیهٔ پینیون به همان مقدار اضافه انتخاب شده و دندانه‌ها با استاندارد تمام عمق ساخته خواهند شد.

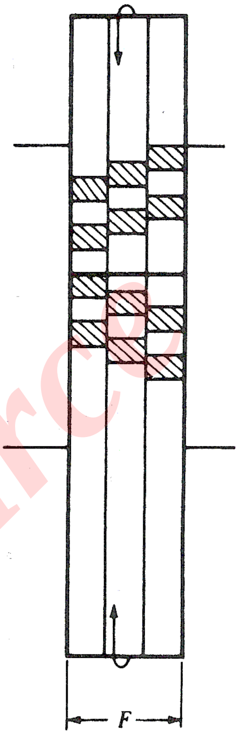
۱۲ـ۱۸ چرخدنده‌های مارپیچ موازی

یک چرخدندهٔ مطبق یا مرحله‌ای به طوری که در شکل ۱۲ـ۲۱ نشان داده شده متشکل از دو چرخدنده ساده و یا بیشتر بوده که به یکدیگر بسته شده‌اند. هریک از آنها نسبت به چرخدندهٔ مجاور خود به مقدار حاصل تقسیم گام قوسی بر تعداد چرخدنده‌ها جلوتر قرار دارد. در یک جفت چرخدندهٔ معمولی ساده نیرو به سطح دنده و در تمام عرض وارد می‌شود. چرخدنده‌های مطبق نیرو ابتدا به قسمتی در عرض سطح، کمی بعد به قسمت و یا مرحلهٔ بعدی و به همین ترتیب به مرحله‌های بعدی وارد می‌گردد. در نتیجه دندانه‌ها با ضربهٔ کمتری با یکدیگر تماس پیدا خواهند کرد. به همین جهت چرخدنده‌های مرحله‌ای نسبت به چرخدنده‌های ساده به مراتب آرامتر و نرمتر کار می‌کنند.

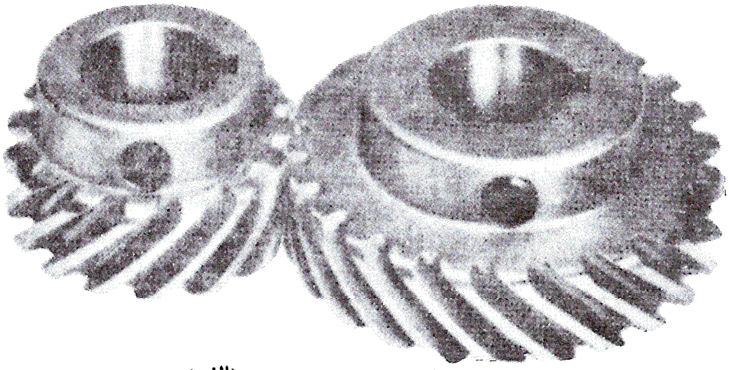
@MechSource

https://t.me/MechSource

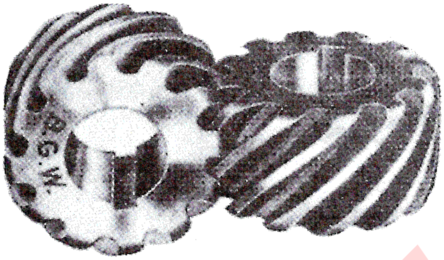
https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۲۱



(الف)



(ب)

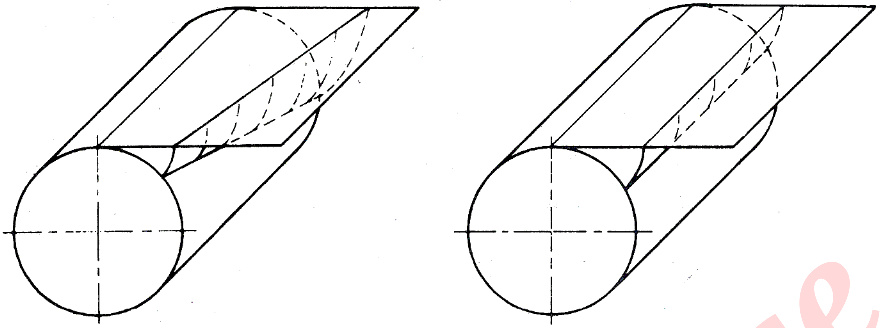
شکل ۱۲ـ۲۲

اگر تعداد مراحل و یا طبقات به بینهایت میل کند، نتیجه یک چرخدنده مارپیچ خواهد بود. چرخدنده‌های مارپیچ به کار رفته در انتقال قدرت بین دو شفت موازی (شکل ۱۲ـ۲۲ الف) به چرخدنده‌های مارپیچ موازی موسوم بوده و چرخدنده‌های مارپیچ به کار رفته در انتقال قدرت بین دو شفت غیرموازی (شکل ۱۲ـ۲۲ ب) به چرخدنده‌های مارپیچ متقاطع موسوم می‌باشند.

اگر یک صفحه مطابق شکل ۱۲ـ۲۳ الف، بر روی استوانهٔ پایه غلت بخورد، خطی به موازات محور استوانه و واقع در صفحهٔ سطح اینولوت دندانه چرخدندهٔ ساده را ایجاد خواهد کرد. بنابراین موقعی که یک جفت چرخدندهٔ ساده درگیر می‌باشند تماس بین دندانه‌ها در امتداد خطی به موازات چرخدنده‌ها می‌باشد. اما اگر خط در صفحه مطابق شکل ۱۲ـ۲۳ ب، نسبت به محور استوانه مایل باشد، سطح دندانه یک چرخ مارپیچ را تولید خواهد کرد. این سطح به یک اینولوت مارپیچی موسوم بوده و به طوری که نشان داده شده دارای اجزای متشکل از خط مستقیم می‌باشد. وقتی که یک جفت چرخدندهٔ مارپیچ موازی با هم درگیر می‌باشند، تماس بین دندانه‌های خطی در امتداد این اجزا می‌باشد. موقعی که دو چرخدندهٔ ساده با یکدیگر مماس می‌شوند تماس در کل عرض سطح صورت گرفته حال آنکه در مورد چرخدنده‌های مارپیچ تماس در یک انتها شروع و تدریجاً در امتداد

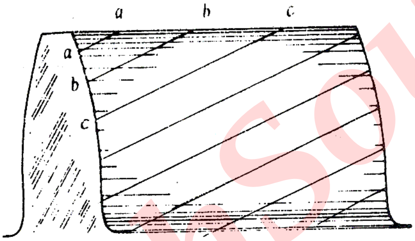
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

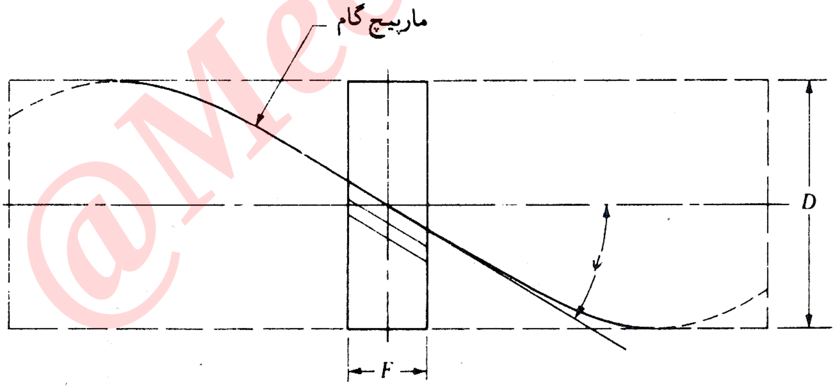


(الف) (ب)

شکل ۱۲ـ۲۳



شکل ۱۲ـ۲۴



شکل ۱۲ـ۲۵

دنده پیشروی می‌کند. این مطلب در شکل ۱۲ـ۲۴، که در آن خطوط مستقیم $a-a$، $b-b$، $c-c$ و غیره خطوط تماس متوالی را مشخص می‌کنند، نشان داده شده است. این تماس تدریجی در امتداد سطح دندانه موجب ضربهٔ کمتر شده و بنابراین چرخدنده‌های مارپیچی نسبت به چرخدنده‌های ساده خیلی آرامتر عمل کرده، طول عمر بیشتر داشته و مقاومتر می‌باشند.

@MechSource

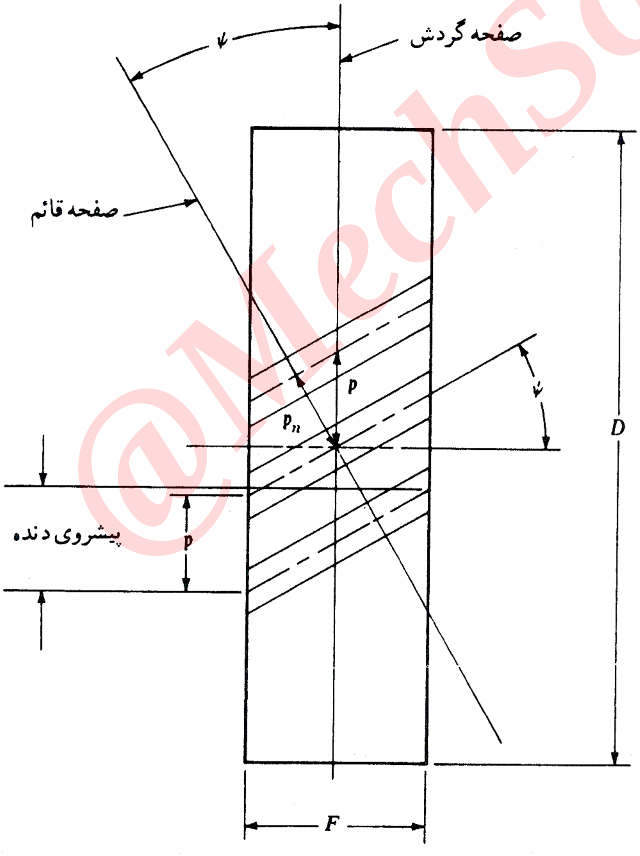
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

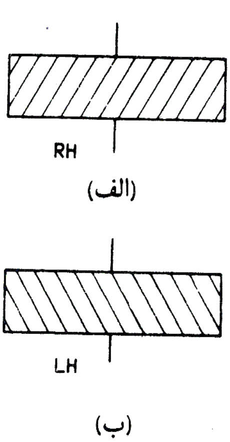
شکل ۱۲ـ۲۵ مارپیچ گام را که از برخورد دندهٔ مارپیچی و استوانهٔ گام به قطر D حاصل شده نشان می‌دهد. F پهنای سطح دندانه می‌باشد. یک صفحهٔ افقی را که از محور استوانه عبور کرده در نظر می‌گیریم. آنگاه از نقطه‌ای که مارپیچ صفحه را سوراخ می‌کند، مطابق شکل مماسی بر مارپیچ می‌کشیم. زاویه‌ای که این مماس با صفحهٔ افقی فوق می‌سازد به زاویهٔ مارپیچ ψ موسوم است.

امتدادی که شیب دندانه‌های چرخدندهٔ مارپیچ در راستای آن قرار می‌گیرند به شاخص چرخدنده معروف می‌باشد. برای تعیین شاخص چرخدندهٔ مارپیچ به طوری که در شکل ۱۲ـ۲۶ نشان داده شده آن را بر روی میز یا زمین قرار دهید. اگر صعود شیب به طرف راست باشد، شاخص آن راستگرد و اگر صعود شیب به طرف چپ باشد شاخص آن چپگرد است. چرخدنده‌های مارپیچی که دو شفت موازی را به یکدیگر مربوط می‌کنند، دارای شاخصهای مخالف هم می‌باشند.

شکل ۱۲ـ۲۷ اجزای دندانهٔ مارپیچی ترسیم شده بر روی استوانهٔ گام را نشان می‌دهد. ψ زاویهٔ مارپیچ، p، m و P به ترتیب گام قوسی، مدول و گام قطری بوده که همگی در صفحهٔ گردش بوده و با



شکل ۱۲ـ۲۷



شکل ۱۲ـ۲۶

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

همان روشی که چرخدنده‌های ساده تعریف می‌گردیدند تعریف می‌گردند. بنابراین

$$p = \frac{\pi D}{N} \qquad m = \frac{D}{N} \qquad P = \frac{N}{D}$$

و

$$p = \pi m \tag{۱۲-۲۱}$$

در چرخدنده‌های مارپیچی به طوری که در شکل ۱۲-۲۷ نشان داده شده عرض سطح دندانه آن قدر بزرگ انتخاب می‌شود که به ازای یک زاویهٔ مارپیچ معین پیشروی دنده بزرگتر از گام قوسی باشد. این انتخاب یک عمل رویهم را فراهم می‌کند، یعنی قبل از آنکه دنده‌ای تماس خود را قطع کند، دندهٔ مجاور تماس خود را شروع می‌کند. به طوری که دیده می‌شود اگر پیشروی دنده درست برابر گام قوسی می‌بود آنگاه عرض سطح دندانه برابر $p/\tan\psi$ می‌بود. برای آنکه عمل رویهم فراهم گردد مؤسسه AGMA پیشنهاد می‌کند که عرض سطح دندانه به میزان حداقل ۱۵ درصد ازدیاد پیدا کند. این ازدیاد رابطهٔ زیر را حاصل می‌شود

$$F > \frac{۱٫۱۵p}{\tan\psi} \tag{۱۲-۲۲}$$

گام قوسی در صفحهٔ قائم با p_n نشان داده شده و برابر طول کمانی از سیلندر گام بین نقطه‌ای بر روی دندانه تا نقطهٔ نظیر آن بر روی دندانهٔ بعدی در صفحه‌ای قائم بر مارپیچ می‌باشد. با توجه به شکل

$$p_n = p\cos\psi \tag{۱۲-۲۳}$$

m_n مدول در صفحهٔ قائم بوده که می‌توان آن را برابر نسبت قطر یک دایرهٔ فرضی با محیط Np_n برحسب میلیمتر به تعداد دندانه‌ها منظور نمود. از آنجا که p_n به نسبت $\cos\psi$ کوچکتر از p بوده و چون m_n به نسبت $\cos\psi$ کوچکتر از m می‌باشد، بنابراین از رابطهٔ ۱۲-۲۱

$$p_n = \pi m_n \tag{۱۲-۲۴}$$

با قراردادن رابطهٔ (۱۲-۲۴) و (۱۲-۲۱) در رابطهٔ (۱۲-۲۳) به دست می‌آوریم

$$\pi m_n = \pi m\cos\psi$$

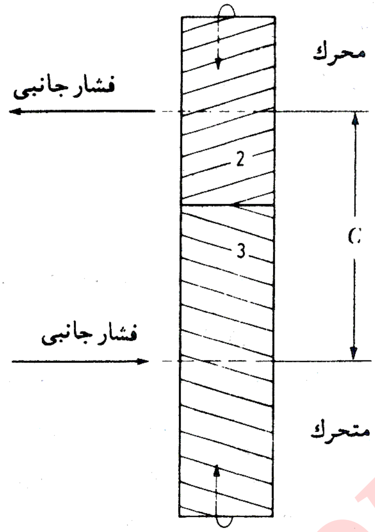
یا

$$m_n = m\cos\psi \tag{۱۲-۲۵}$$

برای ساختن چرخدنده‌های مارپیچی درست از همان ابزار برشی (هاب) که برای چرخدنده‌های

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۲۸

ساده استفاده می‌شده استفاده خواهد شد. برای ساختن چرخدندهٔ مارپیچی محور ابزار می‌بایست به اندازهٔ زاویهٔ مارپیچ نسبت به وضعیتی که برای ساختن چرخدندهٔ ساده قرار می‌گرفته کج شود. برای ساختن چرخدنده‌های ساده از ابزار برشی که دارای مقدار m استاندارد می‌باشد استفاده می‌شود. یک چرخدندهٔ مارپیچ با همین ابزار هاب یک m_n با همین مقدار را دارا خواهد بود. وقتی قرار است یک چرخدندهٔ مارپیچ به وسیلهٔ هاب ساخته شود، مدول و زاویهٔ فشار در صفحهٔ قائم آن مشخص می‌شود. چرخدنده‌های مارپیچ نیز می‌توانند به وسیلهٔ یک شکل دهندهٔ چرخدنده ساخته شود. یک ابزار شکل دهنده دنده که برای ساختن یک چرخدنده ساده به کار می‌رود، نمی‌تواند برای ساختن چرخدندهٔ مارپیچ به کار رود. ابزار شکل دهندهٔ دنده‌ای که برای چرخدندهٔ مارپیچ به کار می‌رود دارای دندانه‌های مارپیچ بوده و شباهت به یک پینیون مارپیچی دارد. وقتی که دندانه‌ها با یک ابزار شکل دهنده ساخته شده‌اند، مدول و زاویهٔ فشار در صفحهٔ دوران مشخص شده‌اند.

از همان روابطی که برای چرخدنده‌های ساده به کار رفت، می‌توان برای تعیین نسبت سرعت و فاصله مرکزهای یک جفت چرخدندهٔ مارپیچی موازی استفاده کرد. بنابراین

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۳} = \frac{D_۳}{D_۲} = \frac{N_۳}{N_۲} \qquad (۱۲\text{-}۲۶)$$

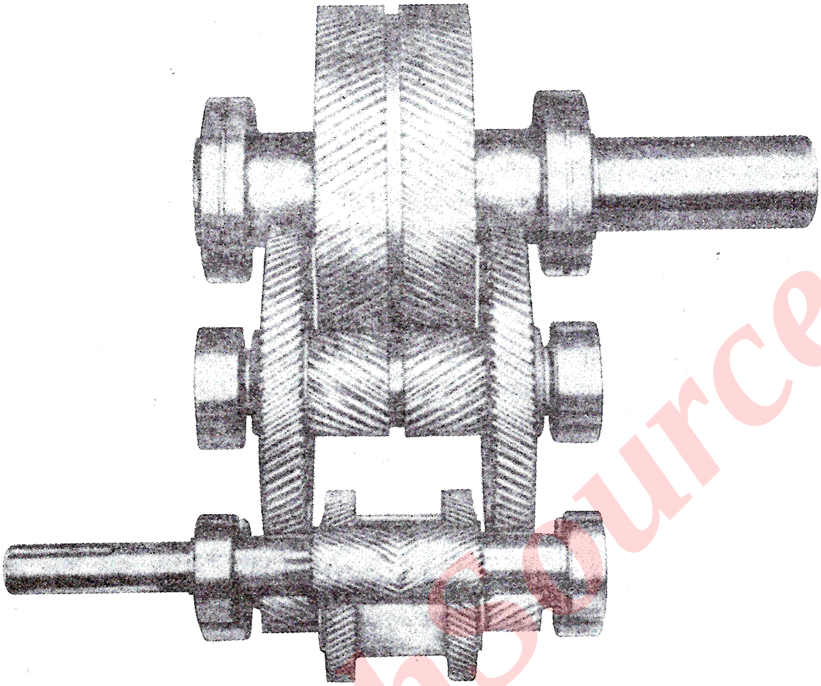
و

$$C = \frac{D_۱ + D_۲}{۲} \qquad (۱۲\text{-}۲۷)$$

یک پدیده ناخواسته در چرخدنده‌های مارپیچی آن است، که مطابق شکل ۱۲ـ۲۸، فشارهای

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۲۹

جانبی ایجاد می‌کنند. این فشارها معمولاً قابل توجه نمی‌باشند. اگر به منظور تحمل بارهای شعاعی از بالبرینگ و یا رولبرینگ استفاده گردد، این فشارهای جنبی نیز تحمل خواهند گردید.

با استفاده از چرخدنده‌های جناقی می‌توان این فشارهای جانبی را حذف نمود. در شکل ۱۲ـ۲۹ روی شفت جلویی پایین از یک پینیون جناقی استفاده گردیده است. یک چرخدندهٔ جناقی معادل دو چرخدندهٔ مارپیچی با شیب معکوس بوده که پهلو به پهلو در کنار یکدیگر قرار گرفته باشند.

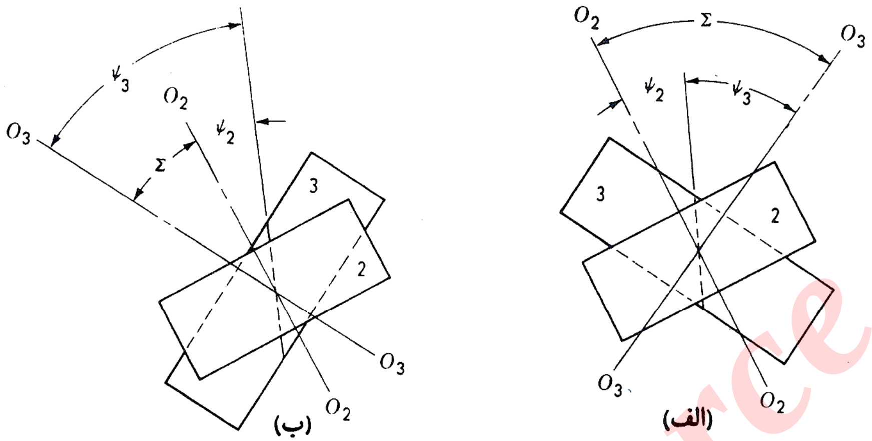
۱۲ـ۱۹ چرخدنده‌های مارپیچی متقاطع

چرخدنده‌های مارپیچی که برای انتقال قدرت بین دو شفت غیرموازی و غیرمتقاطع مورد استفاده قرار می‌گیرند، به چرخدنده‌های مارپیچی متقاطع موسوم بوده و می‌توانند مطابق شکل ۱۲ـ۳۰ دارای شاخص هم‌جهت و یا مخالف هم باشند. خط‌چین نشان‌دهندهٔ یک دنده در پشت چرخدنده ۲ و یک دندانه در جلوی چرخدنده ۳ می‌باشد. اگر چرخدنده‌ها مطابق شکل ۱۲ـ۳۰ الف، دارای شاخص هم جهت بوده باشند، آنگاه زاویهٔ بین دو شفت یعنی Σ برابر است با

$$\Sigma = \psi_۲ + \psi_۳ \qquad (۱۲\text{ـ}۲۸)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۳۰

و برای دندانه‌های با شاخص مخالف هم نشان داده شده در شکل ۱۲ـ۳۰ ب

$$\Sigma = \psi_۳ - \psi_۲ \qquad (۱۲\text{-}۲۹)$$

که در آنها $\psi_۲$ و $\psi_۳$ زوایای مارپیچ می‌باشند.

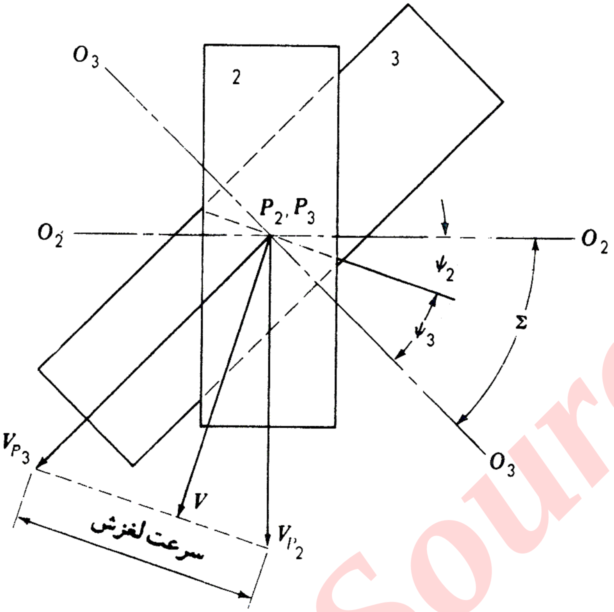
سیلندرهای گام و دندانه‌های یک جفت چرخدندهٔ موازی که دارای شاخص مخالف هم می‌باشند، دارای تماس خطی بوده و در امتداد اجزای دندانه هیچ لغزشی وجود ندارد. چرخدنده‌های یک جفت مارپیچ متقاطع به تنهایی همانند چرخدنده‌های مارپیچ موازی می‌باشند. موقعی که چرخدنده‌های مارپیچ بر روی شفتهای غیرموازی درگیر شدند عملکرد دندانه‌ها مختلف خواهد بود. سیلندرهای گام و دندانه‌ها دارای تماس نقطه‌ای بوده و در امتداد اجزای دندانه لغزش وجود خواهد داشت. در شکل ۱۲ـ۳۱ دندانه‌ها در نقاط $P_۲$ و $P_۳$ دارای تماس می‌باشند. خط‌چین مرور داده شده از نقاط $P_۲$ و $P_۳$ یک دنده در پشت چرخدنده ۲ و یک دانه در جلوی چرخدندهٔ ۳ را نشان داده که با یکدیگر در تماس می‌باشند. $V_{P_۲}$ و $V_{P_۳}$ سرعتها بوده و می‌بایست در امتداد قائم مشترک دارای مؤلفهٔ مشترک V باشند. اختلاف بین $V_{P_۲}$ و $V_{P_۳}$ سرعتی است که دندانه‌ها با آن بر روی یکدیگر لغزش می‌نمایند. به دلیل تماس نقطه‌ای در مقایسه با چرخدنده‌های مارپیچ موازی قدرتی که می‌تواند انتقال یابد کمتر است.

نسبت سرعت زاویه‌ای برای چرخدنده‌های مارپیچ در روی شفتهای غیرموازی برابر است با

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۳} = \frac{N_۳}{N_۲} = \frac{D_۳ m_۲}{D_۲ m_۳} = \frac{D_۳\, m_{n_۲} \cos\psi_۳}{D_۲\, m_{n_۳} \cos\psi_۲}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۳۱

که در آن

$N_۲$ و $N_۳$ = تعداد دندانه‌ها

$m_۲$ و $m_۳$ = مدولها در صفحهٔ دوران

$m_{n_۲}$ و $m_{n_۳}$ = مدول در صفحهٔ قائم

هر جفت چرخدندهٔ مارپیچ که با یکدیگر درگیر می‌شوند، می‌بایست دارای گام قوسی یکسان و نیز مدول یکسان در صفحهٔ قائم باشند. بنابراین رابطهٔ آخر به صورت زیر تغییر می‌یابد

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۳} = \frac{N_۳}{N_۲} = \frac{D_۳ \cos\psi_۳}{D_۲ \cos\psi_۲} \qquad (۱۲\text{ـ}۳۰)$$

با توجه به رابطهٔ (۱۲ـ۳۰) باید دقت داشت که نسبت سرعت زاویه‌ای چرخدنده‌های مارپیچی واقع بر روی شفتهای غیرموازی فقط به شرطی نسبت معکوس با قطرهای گام دارند که زاویهٔ مارپیچ آنها با یکدیگر مساوی باشد.

فاصلهٔ مراکز برای چرخدنده‌های مارپیچ متقاطع برابر است با

$$C = \frac{D_۲ + D_۳}{۲} \qquad (۱۲\text{ـ}۳۱)$$

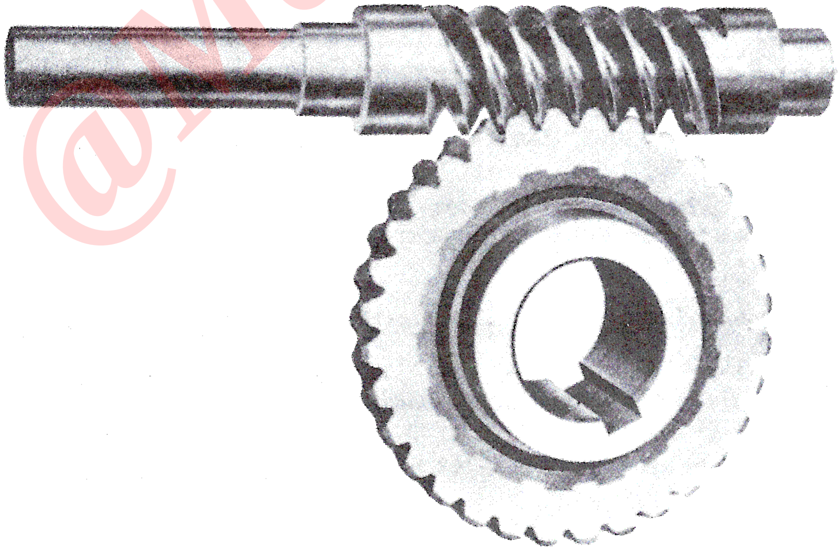
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۲ـ۲۰ چرخدنده‌های حلزونی

چرخدنده‌های حلزونی نشان داده شده در شکل ۱۲ـ۳۲ مشابه چرخدنده‌های مارپیچ متقاطع می‌باشند. پینیون یا حلزون دارای تعداد دندانهٔ کمتر معمولاً یک تا چهار بوده، و چون به طور کامل دور استوانه گام پیچیده شده‌اند به پیچ حلزون موسوم می‌باشند. چرخدنده درگیر با آن به چرخ حلزون موسوم بوده که یک چرخدندهٔ مارپیچ واقعی نمی‌باشد. یک پیچ حلزون و چرخ حلزون برای فراهم نمودن یک نسبت سرعت زاویه‌ای بالا بین دو شفت غیرموازی که معمولاً نسبت به هم عمود می‌باشند به کار می‌رود. چرخدندهٔ حلزون یک چرخدنده مارپیچ نبوده، زیرا سطح دندانه‌های آن محدب بوده تا بتواند به منظور فراهم نمودن تماس خطی به جای تماس نقطه‌ای در فضای بین دندانه‌های پیچ حلزون جا گیرد. به دلیل تماس خطی این مجموعه چرخدنده‌ای قادر است نیروهای زیادی را انتقال دهد. معهذا یک نقص این سیستم مثل چرخدنده‌های مارپیچی متقاطع داشتن سرعتهای لغزشی زیاد در دندانه‌ها می‌باشد.

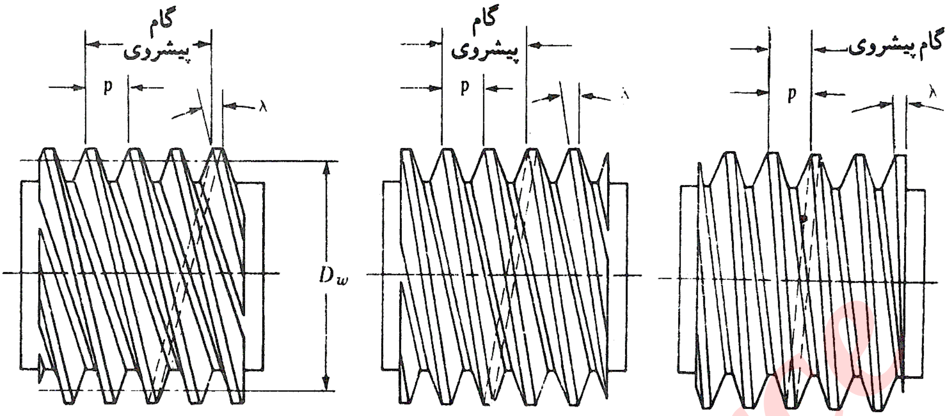
سه پیچ حلزون در شکل ۱۲ـ۳۳ نشان داده شده است: الف) دارای یک دنده بوده و به پیچ حلزون یک راهه موسوم بوده؛ ب) دارای دو دنده بوده و به پیچ حلزون دوراهه موسوم بوده و ج) به پیچ حلزون سه راهه موسوم می‌باشد. گام محوری یک پیچ حلزون و یا با بیان ساده‌تر فقط گام p بوده و با فاصلهٔ نقطه‌ای واقع بر روی منحنی پیچ تا نقطهٔ نظیرش بر روی دنده مجاور که در امتداد سیلندر گام اندازه‌گیری می‌شود معین می‌شود. گام پیشروی مقدار پیشروی محوری مارپیچ به ازای یک دور گردش سیلندر گام بوده و مقدارش برابر حاصلضرب تعداد راههای پیچ حلزون در گام می‌باشد. شیب



شکل ۱۲ـ۳۲

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۳۳

دنده‌ها موسوم به زاویهٔ پیشروی λ می‌باشند. شکل ۱۲ـ۳۴ گسترده یک مارپیچ گام را نشان می‌دهد که در آن D_w قطر گام پیچ حلزون می‌باشد. با توجه به شکل

$$\tan\lambda = \frac{l}{\pi D_w} = \frac{N_w p}{\pi D_w} \qquad (۱۲\text{ـ}۳۲)$$

اصطلاحات دیگر سیستم حلزونی در شکل ۱۲ـ۳۵ آمده است. قطر گامها برای پیچ حلزون و چرخدندهٔ حلزون به ترتیب D_w و D_g بوده و C فاصلهٔ بین دو مرکز می‌باشد. بنابراین

$$C = \frac{D_w + D_g}{۲} \qquad (۱۲\text{ـ}۳۳)$$

محورهای پیچ حلزون و چرخ حلزون معمولاً نسبت به یکدیگر ۹۰ درجه می‌باشند. پس گام قوسی p چرخ حلزون می‌بایست برابر گام محوری پیچ حلزون بوده و می‌توان به همان‌گونه که برای یک چرخدندهٔ ساده بیان شده آن را بیان کرد. از این رو

$$p = \frac{\pi D_g}{N_g} \qquad (۱۲\text{ـ}۳۴)$$

که در آن N_g تعداد دندانه‌های چرخدندهٔ حلزون می‌باشد.

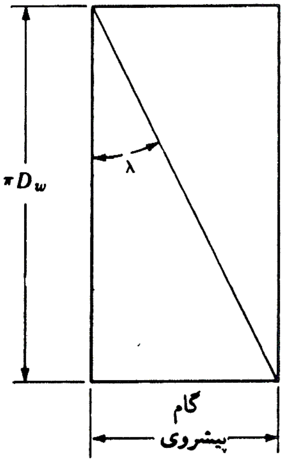
نسبت سرعت برای یک مجموعهٔ حلزونی برابر است با

$$\frac{\omega_w}{\omega_g} = \frac{N_g}{N_w} \qquad (۱۲\text{ـ}۳۵)$$

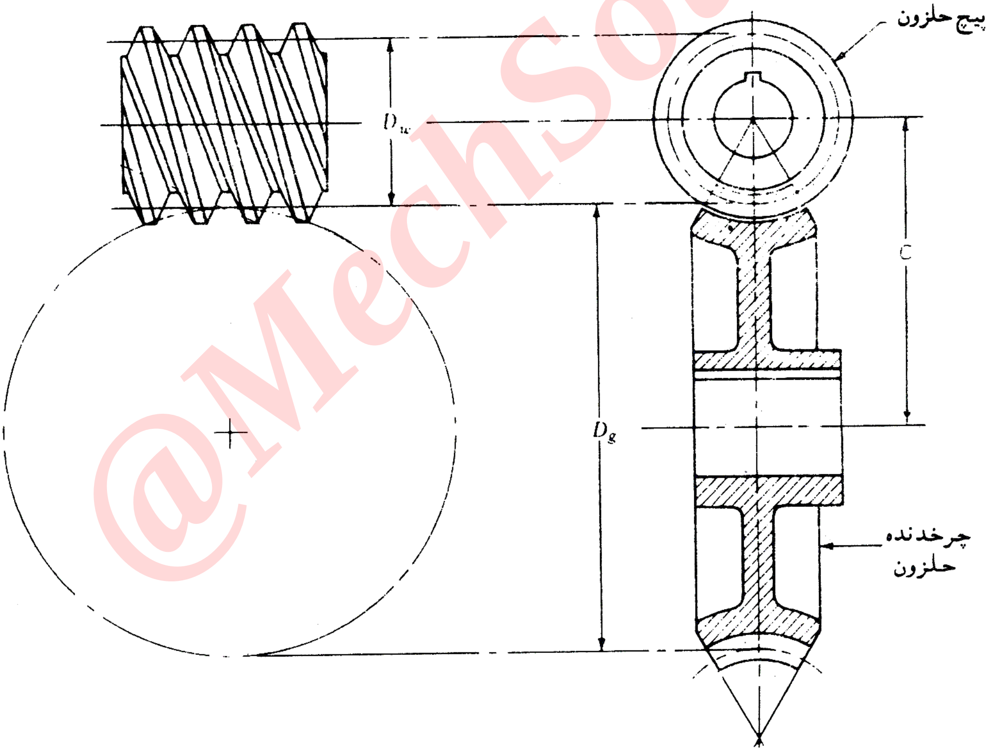
که در آن ω_w و ω_g به ترتیب سرعتهای زاویه‌ای پیچ حلزون و چرخ حلزون می‌باشند. N_w تعداد دندانه‌های پیچ حلزون و N_g تعداد دندانه‌های چرخ حلزون می‌باشد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۳۴



شکل ۱۲ـ۳۵

دندانه‌های چرخدنده حلزون با ابزار هاب ساخته شده، ولی به جای آنکه هاب در امتداد محور سیلندر اولیه چرخدنده حرکت کند به طور شعاعی به طرف سیلندر حرکت خواهد کرد. این عمل

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

مطابق شکل ۱۲-۳۵، یک سطح محدب بر روی چرخدنده حلزون ایجاد کرده که موجب تماس خطی با پیچ حلزون خواهد شد.

۱۲-۲۱ چرخدنده‌های مخروطی

چرخدنده‌های مخروطی برای انتقال قدرت بین دو شفت که دارای محورهای متقاطع بوده و سطوح گام آنها بر روی یکدیگر غلت می‌خورند، مورد استفاده قرار می‌گیرند. چرخدنده‌های مخروطی با دنده‌های مستقیم نشان داده شده در شکل ۱۲-۳۶ متداولترین می‌باشند.

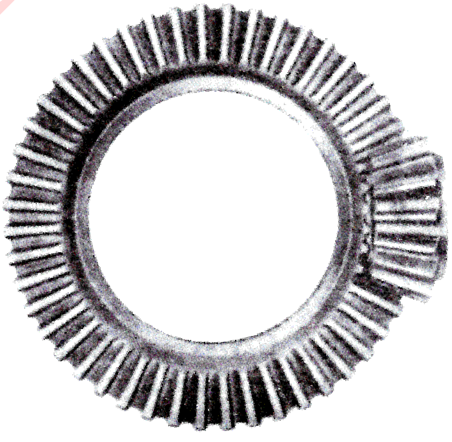
مقطعی از یک جفت چرخدندهٔ مخروطی در شکل ۱۲-۳۷ نشان داده شده که در آن AOP و BOP مخروطهای گام می‌باشند. همان‌طور که در قسمت ۱۱-۴ توضیح داده شد، به منظور داشتن تماس غلتشی در امتداد OP مخروطهای می‌بایست دارای یک رأس مشترک O بوده باشند. زاویهٔ بین شفتها Σ بوده که معمولاً ۹۰ درجه است، ولی تقریباً هر زاویه‌ای می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. قطرهای گام D_2 و D_3 قطر مخروطهای گام در انتهای بزرگتر می‌باشند. گام قوسی p، مدول m و گام قطری P برای یک چرخدنده مخروطی به همان ترتیب که برای چرخدندهٔ ساده بیان شده، بیان شده و اندازه‌های دندانه را در انتهای بزرگ مخروط گام نشان می‌دهد. بنابراین

$$p = \frac{\pi D}{N} \qquad m = \frac{D}{N} \qquad p = \pi m \qquad P = \frac{N}{D} \qquad pP = \pi$$

که در آن، N تعداد دندانه‌های چرخدنده می‌باشد.

نسبت سرعت زاویه‌ای عکس نسبت قطرهای گام یا تعداد دندانه‌ها می‌باشد. بنابراین

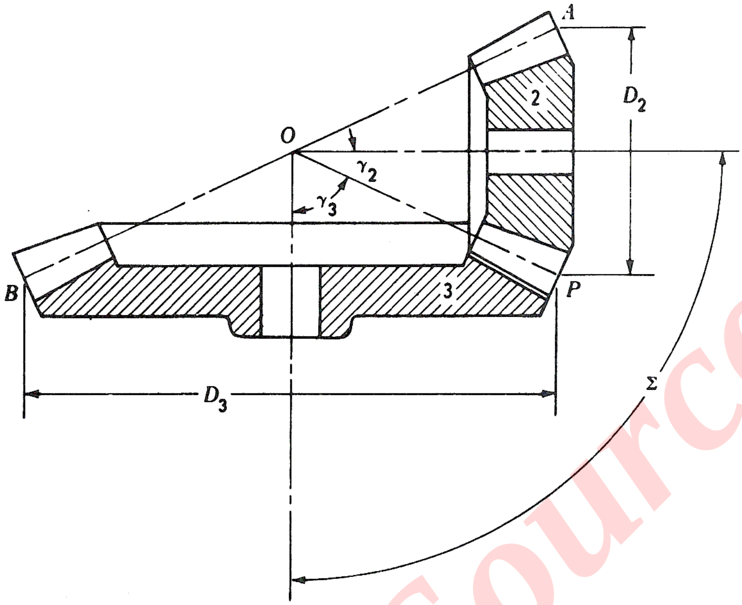
$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{D_3}{D_2} = \frac{N_3}{N_2} \qquad (۱۲\text{-}۳۶)$$



شکل ۱۲-۳۶

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۳۷

در فصل ۱۱ تشریح شد که چگونه می‌توان با معلوم بودن Σ و نسبت سرعت زاویه‌ای، زوایای مخروط گام γ_2 و γ_3 را تعیین کرد.

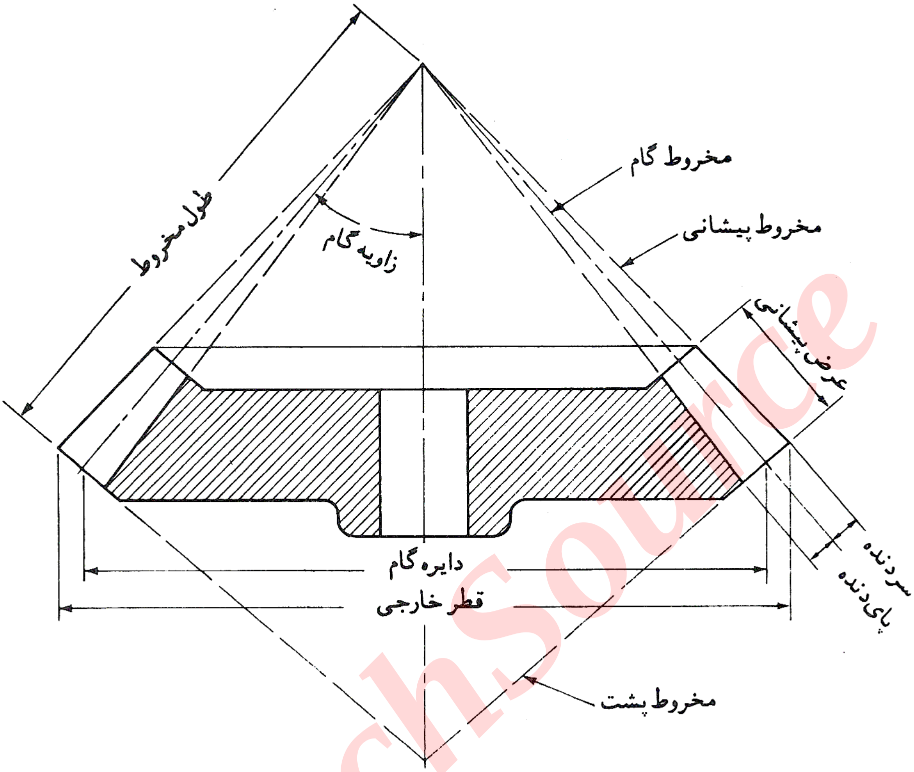
شکل ۱۲ـ۳۸ مقطعی از یک چرخدنده مخروطی که نامگذاری و اصطلاحات مربوطه را مشخص می‌کند نشان می‌دهد. اجزای دندهٔ خطوط مستقیم بوده که در رأس مخروط متقارب بوده و عرض سطح دنده معمولاً محدود به یک سوم طول مخروط می‌باشد. قسمت کوچکتر دنده که حذف شده، قسمت کمی از بارهای وارده را تحمل کرده و ساخت آن مشکل است.

شکل ۱۲ـ۳۹ یک دنده اینولوت راکه از یک مخروط پایه حاصل شده نشان می‌دهد. فرض می‌کنیم یک تکه کاغذ دور یک مخروط پیچیده و OA شکافی در این کاغذ بوده باشد. حال اگر کاغذ از دور مخروط به حالت کشیده باز شود خط OA به موقعیت OB حرکت خواهد کرد. نقطهٔ B نسبت به O همیشه دارای فاصلهٔ ثابت بوده و بنابراین بر روی سطح یک کره قرار دارد. منحنی AB موسوم به یک اینولوت کروی می‌باشد.

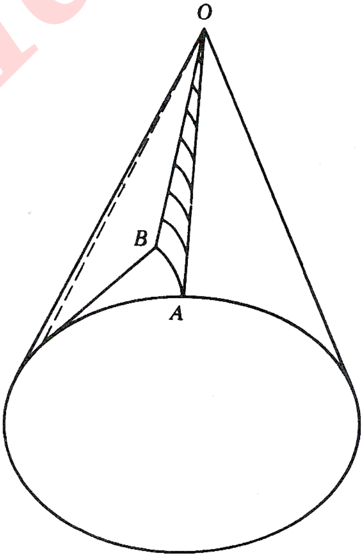
در مطالعهٔ عملکرد چرخدنده‌های مخروطی، از آنجاکه منحنی محیطی دندانه بر روی سطح یک کره قرار می‌گیرد، کارکردن با منحنی حقیقی آنها مشکل می‌باشد. بنابراین این عمل با رعایت تقریبی در صفحه انجام می‌گیرد. در شکل ۱۲ـ۴۰ یک جفت چرخدندهٔ مخروطی درگیر همراه با مخروطهای پشت نشان داده شده است. اجزای مخروط پشت عمود بر اجزای مخروط گام می‌باشند. سطح مخروط پشت نزدیک به سطح کره شده و برای آنکه بتوان عملکرد چرخدندهٔ مخروطی را مورد

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۳۸

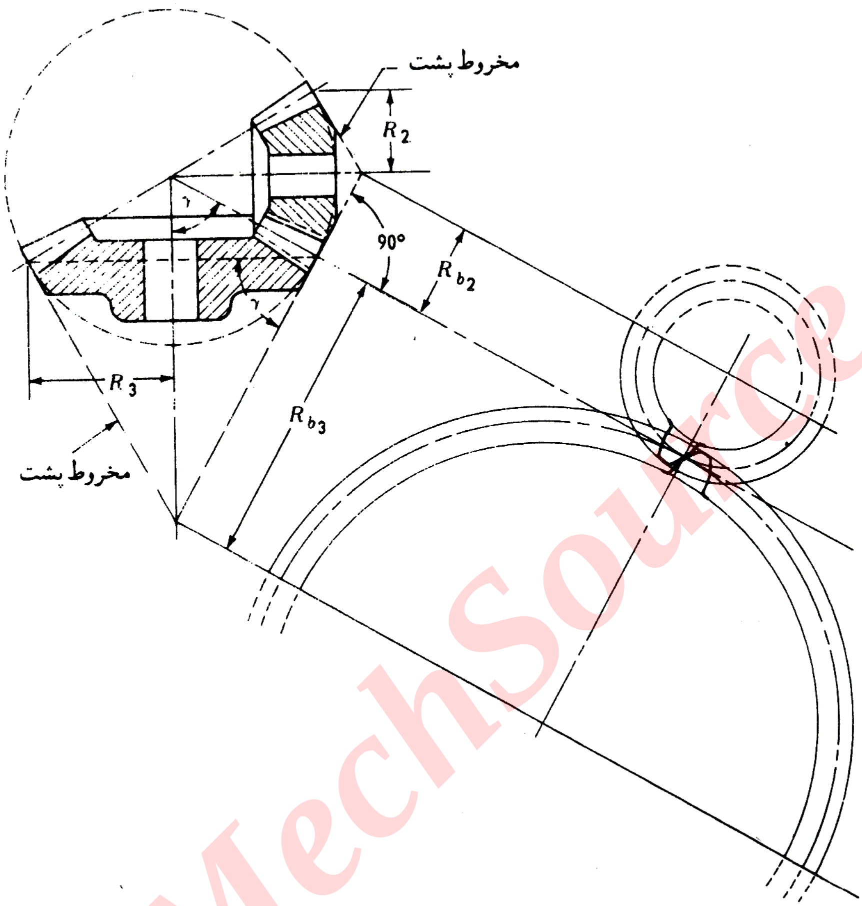


شکل ۱۲ـ۳۹

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۲ـ۴۰

@MechSource

مطالعه قرار داد به طوری که در سمت راست شکل نشان داده شده، مخروطها بر روی یک صفحهٔ صاف گسترده شده‌اند. هریک از مخروطها قسمتی از یک چرخدندهٔ ساده را تشکیل داده که شعاع دایرهٔ گام آنها برابر شعاع مخروط پشتی چرخدندهٔ مخروطی است. این روش به تقریب تری‌گلد[1] موسوم است. عمل دنده برای چرخدنده‌های مخروطی همان است که برای چرخدنده‌های ساده بزرگتر می‌باشد. تعداد دندانه‌های N_b بر روی چرخدندهٔ ساده به عدد دندانه‌های تشکیل شده معروف بوده و برحسب تعداد دندانه‌های N بر روی چرخدندهٔ مخروطی عبارت است از

$$N_b = N\frac{R_b}{R} = \frac{N}{\cos\gamma}$$

1. Tredgold's approximation

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

عدد دندانه‌های تشکیل شده معمولاً یک عدد صحیح نمی‌باشد.

به منظور پیشگیری از تداخل، چرخدنده‌های مخروطی معمولاً با ارتفاع سردنده نامساوی ساخته شده، که البته دارای مزیتهای دیگری نیز می‌باشد که قبلاً به آنها اشاره شد. به همین دلیل و دلیل دیگر اینکه مخروطهای گام می‌بایست دارای رأس مشترک باشند. چرخدنده‌های مخروطی به صورت جفت طراحی شده و قابل تعویض نمی‌باشند. از آنجا که اجزای دندانه‌های چرخدنده‌های مخروطی موازی محورهای چرخدنده‌ها نمی‌باشند، فشار جنبی وجود داشته که یاتاقانها می‌بایست آن را تحمل کنند.

چرخدنده‌های مخروطی مارپیچ نشان داده شده در شکل ۱۲ـ۴۱ دارای دندانه‌های خمیده می‌باشند. اجزای دنده از نظر تئوری مارپیچ می‌باشند. ولی در عمل به منظور سهولت در امر ساخت آنها را به صورت قوسی از دایره می‌سازند، به دلیل خمیدگی دندانه‌های چرخدنده‌های مخروطی مارپیچ نسبت به چرخدنده‌های مخروطی مستقیم دارای همان مزیتهایی می‌باشند که چرخدنده‌های مارپیچ و یا مایل نسبت به چرخدنده‌های ساده داشتند. این بدان دلیل است که تماس تدریجی موجب آرام کارکردن شده و ضمناً دارای دندهٔ مقاومتر می‌باشند.

۱۲ـ۲۲ چرخدنده‌های هیپوئید[1]

از چرخدنده‌های هیپوئید نشان داده شده در شکل ۱۲ـ۴۲ برای انتقال قدرت بین دو شفت غیرموازی که محورهای آنها متقاطع هم نمی‌باشند (با محورهای متنافر) استفاده می‌شود. این چرخدنده‌ها

شکل ۱۲ـ۴۱

شکل ۱۲ـ۴۲

1. Hypoid gears

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

معمولاً برای شفتهایی ساخته می‌شود که زاویهٔ آنها با یکدیگر ۹۰ درجه بوده و به صورت جفتی ساخته می‌شوند و غیرقابل تعویض می‌باشند.

سطوح گام آنها قسمتی از هایپر بولوئیدهای غلتان مشروح در قسمت ۱۱ـ۵ بوده که در امتداد خط تماس خود دارای لغزش می‌باشند. دندانهٔ چرخها موازی با خط تماس بوده، بنابراین در امتداد اجزای دندانه لغزش وجود داشته که این خود یک نقص است. معهذا برای یک نسبت دندانه معلوم یک پینیون هیپوئید بزرگتر از پینیون مخروطی مارپیچ معادل بوده و همین مطلب موجب مقاومتر شدن دندانه‌ها می‌گردد. به علاوه چرخدنده‌های هیپوئید نسبت به چرخدنده‌های مخروطی مارپیچ آرامتر کار می‌کنند. چرخدنده‌های هیپوئید به طور وسیع در اکسل عقب خودروها قرار گرفته است.

تمرینها

۱۲ـ۱ یک جفت چرخدنده، ساده درگیر دارای ۲۲ و ۳۸ دندانه گام قطری ۸ و یک پینیون که با سرعت ۱۸۰۰ دور در دقیقه گردش می‌نماید می‌باشد. مقادیر زیر را تعیین کنید: الف) قطرهای گام؛ ب) فاصلهٔ دو مرکز؛ ج) گام قوسی؛ د) سرعت خط گام برحسب فوت در دقیقه و هـ) دور چرخدنده در دقیقه.

۱۲ـ۲ یک جفت چرخدندهٔ سادهٔ درگیر دارای گام قطری ۱۰ و فاصلهٔ دو مرکز ۲٫۶ اینچ و نسبت سرعت ۱٫۶ می‌باشد. تعداد دندانه‌های هریک از چرخها را حساب کنید.

۱۲ـ۳ یک چرخدندهٔ ساده با دندانه‌های اینولوت °۲۰ تمام عمق، دارای قطر خارجی ۱۹۵ میلیمتر و مدول ۶٫۵ میلیمتر می‌باشد. تعداد دندانه‌های آن را حساب کنید.

۱۲ـ۴ یک چرخدنده ساده دارای ۴۸ دندانه اینولوت °۲۵ تمام عمق و قطر خارجی ۲۲۵ میلیمتر می‌باشد. مدول و گام قوسی آن را حساب کنید.

۱۲ـ۵ یک جفت چرخدندهٔ ساده دارای ۱۵ و ۲۲ دندانه و مدول ۱۲ میلیمتر و زاویهٔ فشار °۲۰ و ارتفاع سردندانهٔ ۱۲ میلیمتر و گودی دندانهٔ ۱۵ میلیمتر می‌باشد. پینیون در جهت گردش عقربه‌های ساعت گردش می‌نماید. یک شکل نظیر شکل ۱۲ـ۸ را با مقیاس حقیقی رسم کنید. گردی گوشه‌های پای‌دنده را برابر لقی بگیرید. مقادیر زیر را محاسبه کنید. الف) گام قوسی؛ ب) گام پایه؛ ج) شعاع دایرهٔ گام؛ د) شعاع دایرهٔ پایه؛ هـ) طول مسیر تماس؛ و) نسبت تماس و ز) زوایای ورود و خروج برای پینیون و چرخدنده. نقطهٔ گام، نقاط شروع و خاتمهٔ تماس را حروف‌گذاری کنید. با استفاده از شکل، کار خود را به طور ترسیمی کنترل کنید.

۱۲ـ۶ یک جفت چرخدندهٔ ساده دارای ۱۶ و ۱۸ دندانه و مدول ۱۳ میلیمتر و ارتفاع سردندانه ۱۳ میلیمتر و زاویه فشار °۱۴٫۵ می‌باشد. نشان دهید که چرخدنده‌ها دارای تداخل می‌باشند. اگر قرار باشد تداخل از بین برود، به طور ترسیمی نشان دهید ارتفاع سردندانه چقدر می‌بایست تقلیل یابد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

برای وضعیت جدید طول مسیر تماس را اندازه‌گیری نموده و نسبت تماس را معین کنید.

۱۲-۷ تعداد دندانه‌های کوچکترین پینیونی که می‌بایست با شمش دندانه‌داری با زاویهٔ فشار ۲۲٫۵° و ارتفاع سردندانه ۱۰۵mm درگیر شود را محاسبه کنید.

۱۲-۸ مسئلهٔ ۱۲-۷ را برای موقعی که زاویهٔ فشار شمش ۲۵° می‌باشد حل کنید.

۱۲-۹ یک چرخدندهٔ ساده با ۳۲ دندانه و زاویهٔ فشار ۲۰° درجه دارای مدول ۶٫۵ میلیمتر و ارتفاع سردندانه ۵٫۵ میلیمتر می‌باشد. تعداد دندانه کوچکترین پینیونی که بدون تداخل با چرخدنده درگیر خواهد شد را حساب کنید.

۱۲-۱۰ یک جفت چرخدنده اینولوت ساده دارای ۱۵ و ۱۸ دندانه و مدول ۱۳ میلیمتر می‌باشد. الف) اگر دندانه‌ها از نوع ۱۴٫۵ تمام عمق باشد، با تعیین طول مسیر تماس به روش ترسیمی تعیین کنید گام قوسی، گام پایه و نسبت تماس چقدر می‌باشد. ب) قسمت (الف) را برای دندانه نوع ۲۰° ریشه‌دار حل کنید.

۱۲-۱۱ یک چرخدنده داخلی ساده که دارای ۲۰۰ دندانه می‌باشد، با یک پینیون که دارای ۴۰ دندانه بوده و مدول آن ۲٫۵ میلیمتر می‌باشد درگیر می‌شود. تعیین کنید: الف) اگر پینیون محرک باشد، نسبت سرعت چقدر است و ب) فاصلهٔ دو مرکز چقدر است.

۱۲-۱۲ یک جفت چرخدندهٔ ساده که دارای ۱۶ و ۲۴ دندانه، مدول ۶٫۵ میلیمتر و زاویه فشار ۲۰° می‌باشد.

الف) فاصله بین دو مرکز چقدر می‌باشد.

ب) اگر فاصله بین دو مرکز ۳ میلیمتر اضافه شود، زاویه فشار نتیجه شده چقدر است.

۱۲-۱۳ یک جفت چرخدنده ساده می‌بایست دارای ۱۰ و ۳۵ دندانه باشد. این چرخدنده‌ها می‌بایست با تیغهٔ فرز مدول ۱۰ میلیمتر از نوع ۲۰° تمام عمق ساخته شوند.

الف) به روش ترسیمی تعیین کنید ارتفاع سردندانه به چه مقدار می‌بایست کم شود تا تداخل پدید نیاید. ارتفاع سردندانهٔ پینیون می‌بایست به همین مقدار اضافه شود.

ب) به روش ترسیمی طول مسیر مماس را تعیین کرده و نسبت تماس را تعیین کنید.

۱۲-۱۴ یک جفت چرخدندهٔ مارپیچ که دارای تعداد دندانه‌های ۳۰ و ۴۸ و زاویه مارپیچ ۳۰ درجه می‌باشد، قدرت را بین دو شفت موازی انتقال می‌دهد. مدول در صفحهٔ قائم برابر ۳ میلیمتر و زاویهٔبرش در همین صفحه ۲۰ درجه است. مقادیر زیر را تعیین کنید: الف) مدول در صفحهٔ دوران؛ ب) قطرهای گام؛ ج) فاصلهٔ دو مرکز؛ د) گام قوسی در صفحهٔ قائم؛ هـ) گام قوسی در صفحهٔ دوران و و) عرض سطح دنده اگر بر اساس توصیهٔ مؤسسهٔ AGMA مینیمم موردنظر باشد.

۱۲-۱۵ یک جفت چرخدندهٔ مارپیچ متقاطع، دو شفت را که نسبت به یکدیگر زاویهٔ ۴۵ درجه دارند به هم متصل می‌کند. پینیون با شاخص راستگرد دارای ۳۶ دندانه و زاویهٔ مارپیچ ۲۰ درجه

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

می‌باشد. چرخدنده با شاخص راستگرد دارای ۴۸ دندانه و مدول در صفحهٔ قائم آن ۲٫۵ میلیمتر است. مقادیر زیر را تعیین کنید: الف) زاویهٔ مارپیچ چرخدنده؛ ب) گام قوسی در صفحهٔ قائم؛ ج) مدول پینیون در صفحهٔ دوران خودش؛ د) مدول چرخدنده در صفحهٔ دوران خودش؛ ه) فاصله دو مرکز و و) یک شکل نظیر شکل ۱۲-۳۱ را با مقیاس ۱:۲ رسم کرده و با فرض اینکه پینیون با سرعت ۴۰۰ دور در دقیقه دوران می‌نماید، سرعت V_{P_2} را برحسب متر بر ثانیه تعیین کنید. با استفاده از مقیاس ۰٫۰۴m/s = ۱mm، سرعت لغزشی را به روش ترسیمی تعیین کنید.

۱۲-۱۶ یک پیچ و چرخ حلزون دارای محورهای با زاویهٔ ۹۰ درجه بوده و یک تقلیل سرعت ۱۵ به یک را ایجاد می‌کنند. پیچ حلزون سه راهه دارای زاویهٔ پیشروی °۲۰ و گام محوری ۰٫۴ اینچ می‌باشد. مقادیر زیر را برای چرخدنده حلزون تعیین کنید: الف) تعداد دندانه‌ها؛ ب) قطر گام؛ ج) زاویهٔ مارپیچ؛ د) قطر گام پیچ حلزون و ه) فاصلهٔ دو مرکز چقدر می‌باشد.

۱۲-۱۷ یک جفت چرخدندهٔ مخروطی با دندانه‌های مستقیم که دو شفت با زاویهٔ ۹۰ درجه را به یکدیگر مربوط می‌کنند، دارای ۱۸ و ۳۶ دندانه و گام قطری ۶ می‌باشد. چرخها دارای دندانه‌های اینولوت °۲۰ با ارتفاع سردندهٔ غیرمساوی می‌باشند. تعیین کنید: الف) نسبت سرعت زاویه‌ای؛ ب) قطر گام پینیون و چرخدنده چقدر است. مقادیر زیر را برای چرخدنده تعیین کنید؛ ج) زاویهٔ گام؛ د) طول مخروط؛ ه) شعاع مخروط پشت و و) عدد دندانه‌های تشکیل شده.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۳

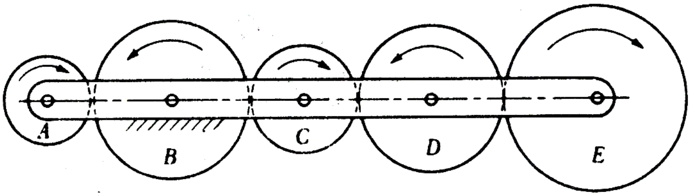
رشته چرخدنده‌ها ـ پیچهای انتقال ـ مزیت مکانیکی

۱۳ـ۱ رشته چرخدنده‌های معمولی

یک رشته چرخدنده ترکیبی است از دو یا چند چرخدندهٔ درگیر جهت انتقال حرکت از شفتی به شفت دیگر. رشته چرخدنده‌های معمولی آنهائی هستند که محورهایشان نسبت به بدنه ثابت بوده و حرکتی ندارند. این رشته‌ها به دو دسته ساده و مرکب تقسیم می‌گردند.

یک رشته چرخدنده ساده رشته‌ای است که هر شفت آن مطابق شکل ۱۳ـ۱ دارای یک چرخدنده می‌باشد. در این شکل چرخدنده‌ها با دایره تقسیمشان نشان داده شده‌اند. چرخدنده A چرخدنده B را، چرخدنده B چرخدنده C را، و چرخدنده C چرخدنده D را، و چرخدنده D چرخدنده E را به حرکت درمی‌آورد. فرض می‌کنیم تعداد دندانه‌های چرخدنده‌ها به ترتیب N_A، N_B، N_C و غیره بوده باشد. نسبت سرعت زاویه‌ای هر جفت چرخدنده درگیر برابر نسبت عکس تعداد دندانه‌های آنها می‌باشد. بنابراین:

$$\frac{\omega_A}{\omega_B}=\frac{N_B}{N_A} \qquad \frac{\omega_B}{\omega_C}=\frac{N_C}{N_B} \qquad \frac{\omega_C}{\omega_D}=\frac{N_D}{N_C} \qquad \frac{\omega_D}{\omega_E}=\frac{N_E}{N_D} \qquad (۱۳ـ۱)$$



شکل ۱۳ـ۱

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

نسبت سرعت یک رشته چرخدنده، یعنی VR، برابر است با نسبت سرعت زاویه‌ای اولین چرخدنده رشته به سرعت زاویه‌ای آخرین چرخدنده آن. برای رشته نشان داده شده در شکل ۱۳-۱ نسبت سرعت برابر است با

$$VR = \frac{\omega_A}{\omega_E} = \frac{\omega_A}{\omega_B} \times \frac{\omega_B}{\omega_C} \times \frac{\omega_C}{\omega_D} \times \frac{\omega_D}{\omega_E}$$

و با قراردادن روابط (۱۳-۱) در این رابطه

$$VR = \frac{N_B}{N_A} \times \frac{N_C}{N_B} \times \frac{N_D}{N_C} \times \frac{N_E}{N_D} \qquad (۱۳\text{-}۲)$$

در صورتی که جهت گردش اولین و آخرین چرخدنده یک سو بوده باشد، نسبت سرعت مثبت و در غیر این صورت منفی خواهد بود. ساده‌ترین راه برای تعقیب جهت حرکت آن است که آنها را به صورت یک کمان جهتدار بر روی چرخها نشان دهیم. بعداً از این علامات برای نشان دادن جهت گردش استفاده خواهیم کرد. علامت مثبت نشان‌دهنده گردش در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت و علامت منفی نشان دهنده گردش در جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد.

با توجه به رابطه (۱۳-۲) ملاحظه می‌کنیم که چون تعداد دندانه‌های چرخدنده‌های میانی حذف می‌گردند، نسبت سرعت در یک رشته چرخدنده ساده فقط بستگی به تعداد دندانه‌های چرخدنده‌های آخر و اول دارد. چرخدنده‌های میانی به چرخدنده‌های هرزگرد معروف می‌باشند. همچنین چون دوایر تقسیم بر روی یکدیگر غلت می‌خورند، سرعت خطی نقطه تماس آنها یکسان بوده و از این رو واضح است که نسبت سرعت فقط بستگی به تعداد دندانه‌های آخرین و اولین چرخ خواهد داشت. چرخدنده‌های هرزگرد به دو منظور یکی اتصال چرخدنده‌هائی که فاصله محورهای آنها زیاد است و دیگر کنترل جهت حرکت چرخدنده‌ها مثل A و E در شکل ۱۳-۱ مورد استفاده قرار می‌گیرند. به طوری که ملاحظه می‌گردد اضافه‌نمودن هر چرخدنده هرزگرد موجب تغییر جهت گردش آخرین چرخ می‌گردد.

یک جفت چرخدنده مرکب به چرخدنده‌هایی گفته می‌شود که دارای محور مشترک بوده و به یکدیگر متصل می‌باشند. برای مثال چرخدنده‌های B و C یا D و E در شکل ۱۳-۲ الف نمونه‌هائی از این نوع می‌باشند. یک رشته چرخدنده مرکب به رشته‌ای اتلاق می‌گردد که شامل چرخدنده‌های مرکب بوده باشد. در رشته چرخدنده مرکب نشان داده شده در شکل ۱۳-۲ الف، اعداد نشان داده شده، تعداد دندانه‌های هر چرخ را نشان‌می‌دهد. اگر سرعت چرخدنده A برابر ۱۶۰۰ دور در دقیقه در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت بوده باشد، سرعت چرخدنده‌های مختلف عبارت خواهد بود از:

$$\omega_A = +\,۱۶۰۰\ \text{r/min}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$\omega_B = \omega_C = \frac{۳۰}{۵۰} \times ۱۶۰۰ = -۹۶۰\,\text{r/min}$$

$$\omega_D = \omega_E = \frac{۲۰}{۴۰} \times ۹۶۰ = ۴۸۰\,\text{r/min}$$

$$\omega_F = \frac{۱۸}{۳۶} \times ۴۸۰ = -۲۴۰\,\text{r/min}$$

نسبت سرعت برابر است با:

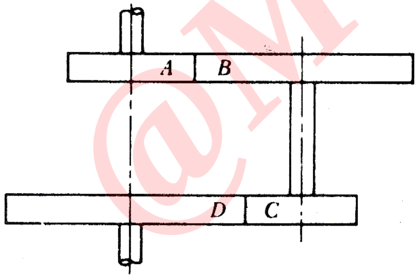
$$\text{VR} = \frac{\omega_A}{\omega_F} = -\frac{۱۶۰۰}{۲۴۰} = -\frac{۲۰}{۳}$$

برای یک رشته چرخدنده مرکب نسبت سرعت را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

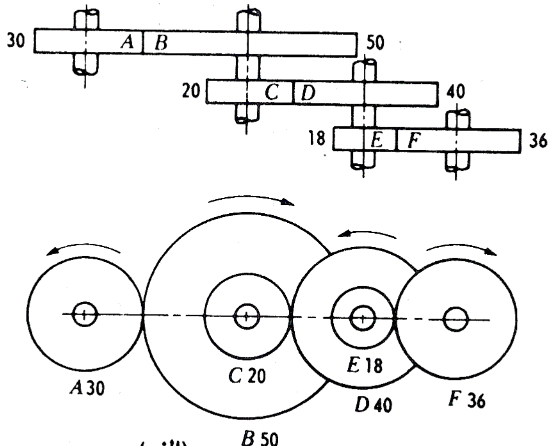
$$\text{VR} = \frac{\text{حاصلضرب تعداد دندانهٔ چرخهای متحرک}}{\text{حاصلضرب تعداد دندانهٔ چرخهای محرک}} \qquad (۳\text{-}۱۳)$$

$$= \frac{۵۰}{۳۰} \times \frac{۴۰}{۲۰} \times \frac{۳۶}{۱۸} = -\frac{۲۰}{۳}$$

رشته چرخدنده مرکب،نشان‌داده شده در شکل ۱۳ـ۲ ب، که‌محورهای اولین و آخرین چرخدنده در یک امتداد می‌باشند را مجموعه چرخدنده برگردان یا معکوس[1] می‌نامند. از رشته چرخدنده برگردان در جعبه دنده اتومبیل، جعبه دنده ماشین تراش، کاهش دهنده‌های صنعتی سرعت و ساعت (در موقعی که محورهای دقیقه‌شمار و ساعت‌شمار در یک امتداد بوده باشند) استفاده می‌گردد.



(ب)



(الف)

شکل ۱۳ـ۲

1. reverted gear train

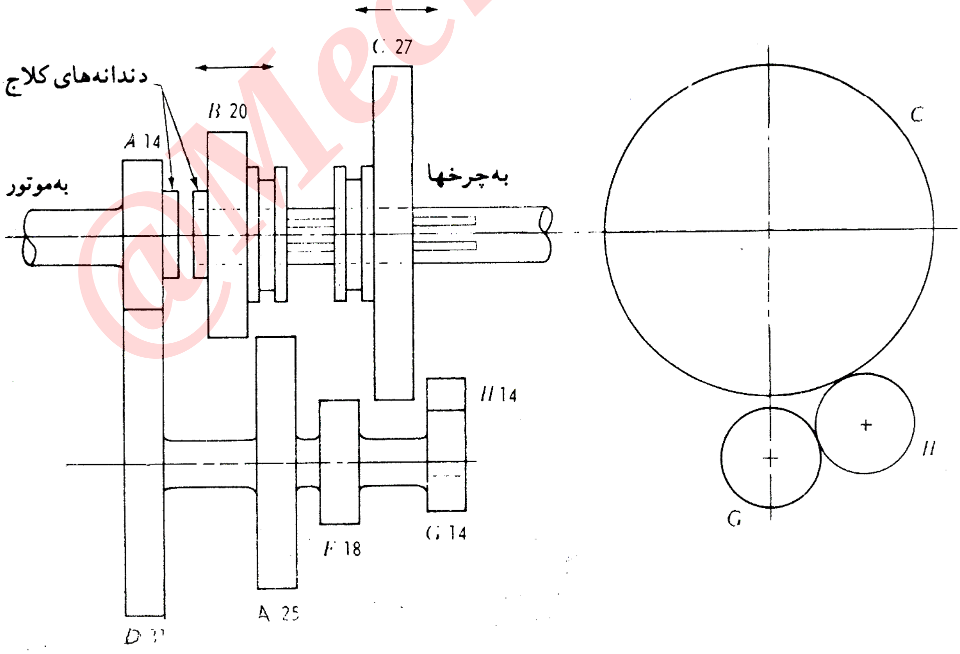
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

مزیت یک رشته چرخدنده مرکب به یک رشته چرخدنده ساده آن است که می‌توان ضمن استفاده از چرخدنده‌های کوچک تقلیل سرعت قابل توجهی را از اولین چرخ تا آخرین چرخ به دست آورد. اگر قرار باشد با استفاده از رشته چرخدنده ساده یک تقلیل سرعت بزرگ را انجام داد، آخرین چرخ می‌بایست خیلی بزرگ باشد. معمولا برای تقلیل سرعتهای متجاوز از هفت بـه یک، از یک رشته چرخدنده ساده استفاده نگردیده، و به جای آن یک رشته چرخدنده مرکب و یا چرخدنده‌های حلزون مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۱۳ـ۲ جعبه دنده خودرو

شکل ۱۳ـ۳ یک جعبه دنده سه سرعته قراردادی اتومبیل را نشان می‌دهد. چرخدنده A توسط موتور به حرکت درمی‌آید. چرخدنده‌های D، E، F و G به صورت یک واحد گردش می‌نمایند. چرخدنده H یک هرزگرد بوده که با چرخدنده G درگیر می‌گردد. تا وقتی که شفت خروجی از موتور در حرکت بوده باشد، این چرخدنده‌ها در حرکت خواهند بود. چرخدنده‌های B و C می‌توانند به طور محوری در امتداد شفتی که به چرخهای عقب رفته، حرکت لغزشی نمایند. شکل فوق جعبه دنده را در حالت خلاص نشان می‌دهد. بنابراین هیچ ارتباطی بین شفت خروجی موتور و شفت مربوط به چرخهای عقب وجود ندارد.



شکل ۱۳ـ۳

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

در اولین و یا سرعت پایین چرخدنده C به سمت چپ جابه‌جا شده تا با چرخدنده F درگیر شود. نسبت سرعت از طریق $ADFC$ برابر است با:

$$VR = \frac{۳۱}{۱۴} \times \frac{۲۷}{۱۸} = ۳٫۳۲$$

برای حالت دوم، و یا سرعت متوسط چرخدنده B به سمت راست جابه‌جا شده تا با چرخدنده E درگیر شود. نسبت سرعت از طریق $ADEB$ برابر است با

$$VR = \frac{۳۱}{۱۴} \times \frac{۲۰}{۲۵} = ۱٫۷۷$$

برای سومین حالت یا سرعت زیاد، چرخدنده B به سمت چپ جابه‌جا شده تا دنده‌های کلاج با دنده‌های چرخدنده A درگیر شود. در این وضعیت یک حرکت مستقیم با نسبت سرعت یک صورت خواهد گرفت.

برای حرکت معکوس چرخدندهٔ C به سمت راست جابه‌جا شده تا با هرزگرد H درگیر شود. نسبت سرعت از طریق $ADGHC$ برابر است با

$$VR = \frac{۳۱}{۱۴} \times \frac{۱۴}{۱۴} \times \frac{۲۷}{۱۴} = -۴٫۲۷$$

۱۳ـ۳ رشته چرخدنده‌های خورشیدی و یا اپی‌سیکلیک

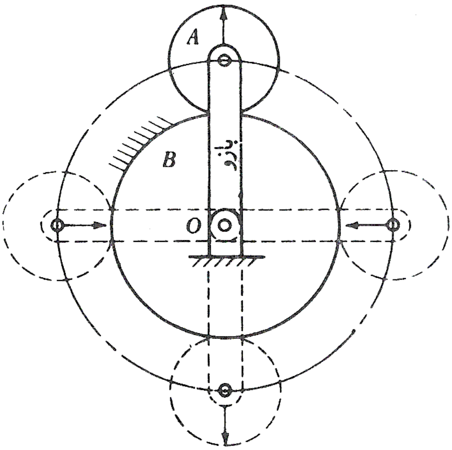
در این رشته، چرخدنده‌ها محورهای یک و یا چند چرخدنده آنها نسبت به بدنه متحرک می‌باشند. چرخدنده وسط به چرخدنده خورشیدی و آن چرخدنده‌ها که دارای محورهای متحرک می‌باشند، به چرخدنده‌های اقماری موسوم می‌باشند.

در شکل ۱۳ـ۴، بازو در نقطه O به بدنه لولا شده و چرخدندهٔ A طوری به بازو وصل شده که نمی‌تواند نسبت به آن دوران نماید. به منظور روشن شدن مفهوم یک دور گردش گوئیم یک جسم موقعی یک دور کامل گردش نموده که اگر چنانچه بر روی آن سهمی رسم نمائیم این سهم ۳۶۰ درجه را طی نماید. پس در شکل ۱۳ـ۴، هرگاه بازو در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت حول نقطه O یک دور کامل بزنند، از آنجا که سهم رسم شده بر روی A، ۳۶۰ درجه زاویه را طی خواهد کرد چرخدنده A نیز یک دور کامل در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت خواهد گشت.

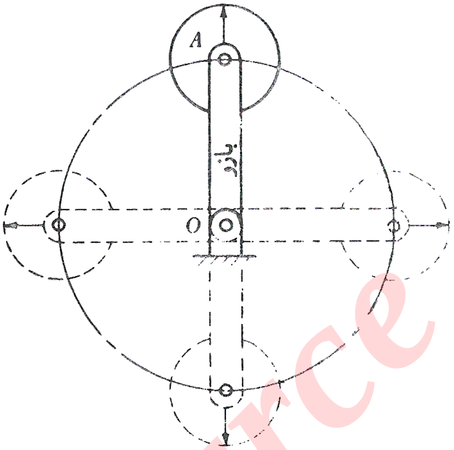
شکل ۱۳ـ۵ همان شکل ۱۳ـ۴ می‌باشد، که فقط چرخدنده B به آن اضافه گردیده است. فرض می‌کنیم چرخدنده B در برابر چرخدنده A بوده باشد. چرخدنده B را ثابت فرض کرده و فرض می‌کنیم چرخدنده A به بازو لولا شده باشد. حال اگر بازو را حول نقطه O یک دور کامل در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت بگردانیم، چرخدنده A روی B غلتیده و چرخدنده A جمعاً سه دور کامل در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت خواهد گشت. این مطلب را می‌توان به صورت زیر

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۳ـ۵



شکل ۱۳ـ۴

شرح داد. اگر چرخدنده A قادر نبود که نسبت به بازو گردش نماید و اگر چرخهای A و B دنده‌ای نداشته و قادر بودند بر روی همدیگر بلغزند، آنگاه مطابق شکل ۱۳ـ۴ چرخدنده A فقط یک دور در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت گردش می‌نمود. اما مطابق شکل ۱۳ـ۵ چون چرخدنده A بر روی B غلت می‌خورد، ناچاراً از این طریق هم دو دور خواهد زد. این مطلب موجب دو دور گردش اضافی A در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت می‌گردد. بنابراین، چرخدنده A جمعاً سه دور، در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت گردش خواهد نمود.

همین نتیجه را می‌توان با استفاده از روش جمع آثار به دست آورد. در این روش تعداد دور گردش کلی هر چرخ را می‌توان از جمع تعداد دور آن حول محورش و تعداد دور آن با بازو تعیین نمود. این روش با استفاده از شکل ۱۳ـ۵ نشان داده خواهد شد. بهتر است جدولی مطابق جدول ۱۳ـ۱ را ترتیب دهیم. مطابق جدول اعضای مختلف تشکیل دهنده مجموعه را در سطر بالا ثبت می‌کنیم. ابتدا فرض می‌کنیم، مجموعه قفل بوده (مثلا تمام اعضاء به بازو جوش شده باشند) و بازو را یک دور کامل در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت می‌گردانیم. پس هر عضو به انضمام چرخدنده B یک دور در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت گردش خواهد نمود. بنابراین، در اولین سطر جدول، یک دور گردش (۱+) را برای هریک از اعضاء ثبت می‌کنیم. به خاطر داشته باشید، که گردش در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت را مثبت و عکس آن را منفی منظور می‌نماییم. سپس فرض می‌کنیم که مجموعه دیگر قفل نبوده، ولی با ثابت نگاه‌داشتن بازو چرخدنده B را یک دور در جهت منفی گردانده (یعنی یک دور در جهت گردش عقربه‌های ساعت) تا به جایی که قرار است بوده باشد برسد (چرا که چرخدنده B در واقع ثابت است). بنابراین در سطر دوم برای بازو صفر و برای

https://t.me/MechSource

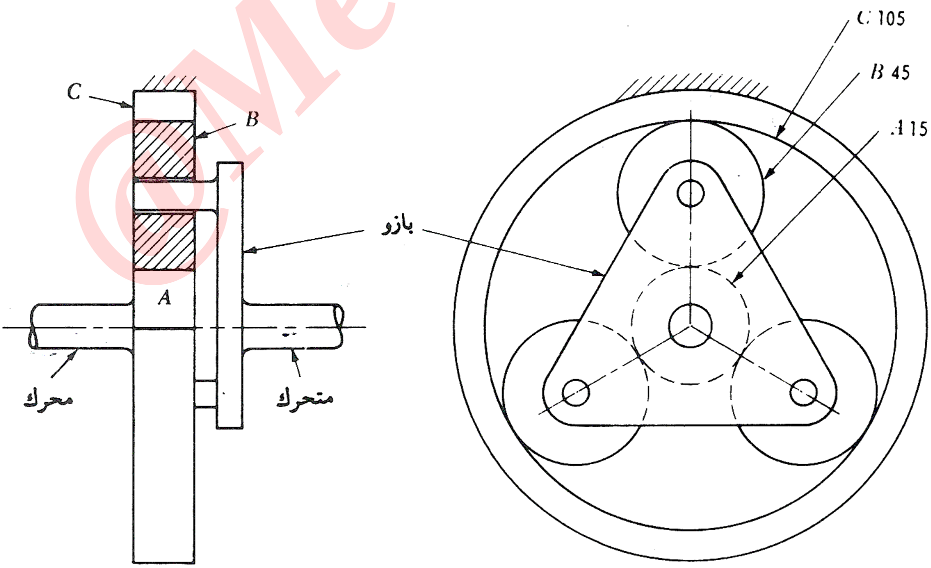
https://t.me/MechSource

جدول ۱۳ـ۱

چرخدنده B	چرخدنده A	بازو	اعضای تشکیل‌دهندهٔ مجموعه
۱+	۱+	۱+	مجموعه قفل بوده و بازو را یک دور می‌گردانیم
۱−	$+\frac{N_B}{N_A}=+2$	۰	بازو ثابت بوده و B را یک دور در جهت خلاف می‌گردانیم
۰	۳+	۱+	تعداد دورهای به دست آمده

چرخدنده B ۱ − دور گردش را ثبت می‌کنیم. حال برای تکمیل این سطر، از خود این سؤال را می‌کنیم که با ثابت نگهداشتن بازو و چرخاندن چرخدنده B یک دور در جهت منفی چرخدنده A چند دور خواهد زد. پاسخ این است که این چرخدنده به اندازه $N_B/N_A = 2$ دور یعنی دو دور در جهت مثبت خواهد زد. در این رابطه N_B و N_A به ترتیب تعداد دندانه‌های چرخهای B و A می‌باشند. نتیجه کلی دورهای مربوط به اعضای مختلف در سطر سوم جدول نشان داده شده است. بنابراین به ازای یک دور گردش بازو در جهت مثبت چرخدنده A سه دور مثبت خواهد زد.

مثال ۱۳ـ۱ در رشته چرخدنده خورشیدی نشان داده شده در شکل ۱۳ـ۶ چرخدنده A به وسیله خار به شفت محرک ثابت شده، C یک حلقه دندانه‌دار داخلی است که ثابت بوده و بازو، شفت متحرک مربوط می‌باشد. گردش محرک A موجب غلتیدن چرخدنده B بر روی چرخدنده C گردیده و در نتیجه



شکل ۱۳ـ۶

https://t.me/MechSource

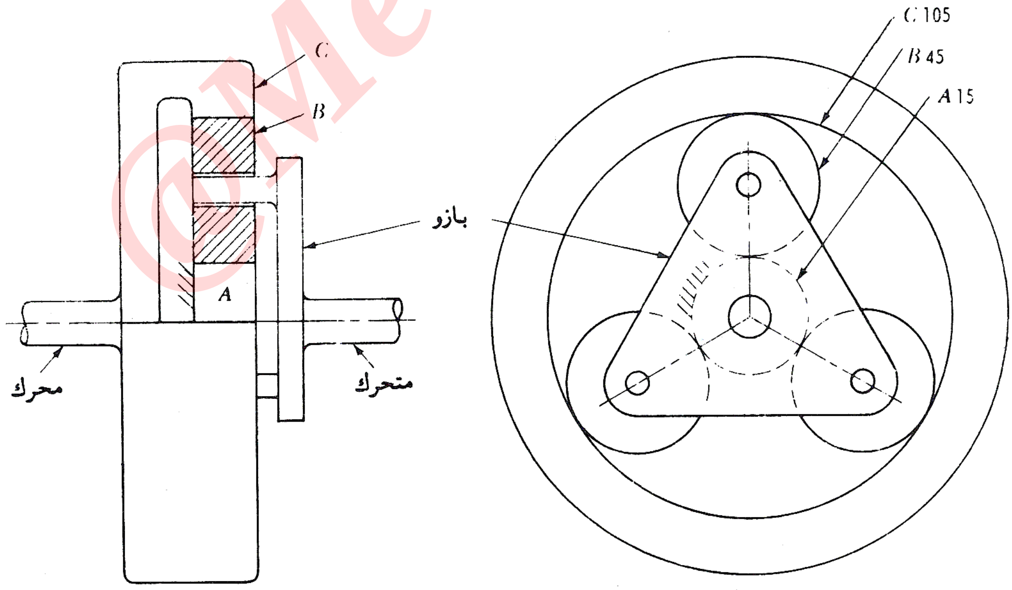
https://t.me/MechSource

جدول ۱۳ـ۲

اعضای تشکیل‌دهندهٔ مجموعه	بازو	چرخدنده A	چرخدنده B	چرخدنده C
مجموعه قفل بوده و بازو یک دور مثبت می‌زند	+۱	+۱	+۱	+۱
بازو ثابت بوده و چرخدنده C یک دور منفی می‌زند	۰	$+\left(\frac{۱۰۵}{۴۵} \times \frac{۴۵}{۱۵}\right)$	$-\frac{۱۰۵}{۴۵}$	−۱
تعداد دورهای به دست آمده	+۱	+۸	$-۱\frac{۱}{۳}$	۰

موجب گردش بازو می‌گردد. عملیات در جدول ۱۳ـ۲ نشان داده شده است. نتایج حاصله در جدول، نشان‌می‌دهد که به ازای هشت دور گردش چرخدنده A (محرک) در جهت مثبت بازو و یا عضو متحرک یک دور در جهت مثبت گردش می‌نماید. از آنجا که دورهای حاصله برای چرخدنده A و بازو هر دو دارای علامت یکسان می‌باشند، شفتهای محرک و متحرک هر دو در یک جهت دوران می‌نمایند. تقلیل سرعت به نسبت هشت به یک می‌باشد. برای منظور فوق از نظر سینماتیکی تنها یک چرخدنده B کافی بوده، ولی به منظور حفظ تعادل و توزیع نیرو به دنده‌های بیشتر و همین‌طور فراهم‌نمودن موجبات‌استفاده از چرخدنده‌های‌کوچکتر سایر چرخدنده‌به مجموعه اضافه گردیده‌اند.

مثال ۱۳ـ۲ رشته چرخدنده خورشیدی نشان داده شده در شکل ۱۳ـ۷، همان مجموعه نشان داده



شکل ۱۳ـ۷

https://t.me/MechSource

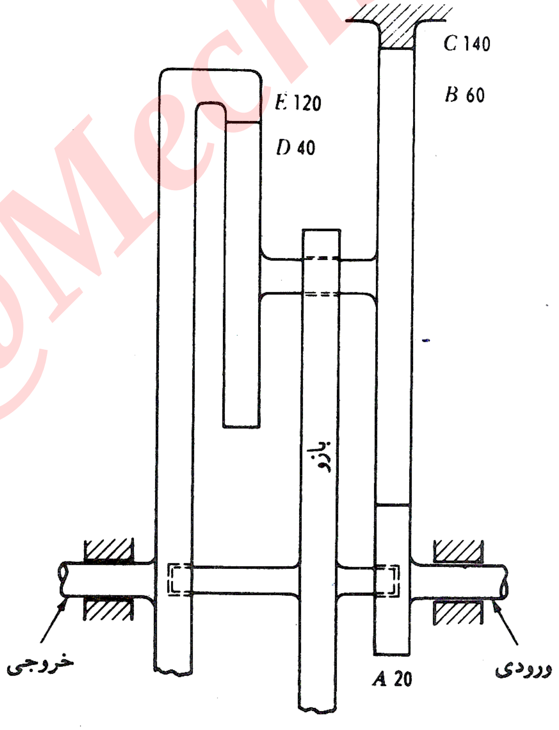
https://t.me/MechSource

جدول ۱۳ـ۳

اعضای تشکیل‌دهندهٔ مجموعه	بازو	چرخدنده A	چرخدنده B	چرخدنده C
مجموعه قفل بوده و بازو یک دور مثبت می‌زند	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$
بازو ثابت بوده و چرخدنده A یک دور منفی می‌زند	0	-1	$+\frac{15}{45}$	$+(\frac{15}{45}\times\frac{45}{105})$
تعداد دورهای به دست آمده	$+1$	0	$+1\frac{1}{3}$	$+1\frac{1}{7}$

شده در شکل ۱۳ـ۶ بوده با این تفاوت که چرخدنده C با خار به شفت محرک ثابت شده و به جای چرخدنده C چرخدنده A ثابت می‌باشد. عملیات در جدول ۱۳ـ۳ نشان‌داده شده است. نتایج حاصله در جدول نشان می‌دهد که چرخدنده محرک C به ازای یک دور بازوی متحرک در جهت مثبت $1\frac{1}{7}$ دور در جهت مثبت گردش می‌نماید. بنابراین تقلیل سرعت دارای نسبت $1\frac{1}{7}$ به ۱ می‌باشد.

مثال ۱۳ـ۳ در رشته چرخدنده خورشیدی نشان داده شده در شکل ۱۳ـ۸، چرخدنده A محرک و



شکل ۱۳ـ۸

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

جدول ۱۳ـ۴

چرخدنده E	چرخدنده D	چرخدنده C	چرخدنده B	چرخدنده A	بازو	اعضای تشکیل‌دهندهٔ مجموعه
+۱	+۱	+۱	+۱	+۱	+۱	مجموعه قفل بوده و بازو یک دور مثبت می‌زند
$-(\frac{۱۴۰}{۶۰}\times\frac{۴۰}{۱۲۰})$	$-(\frac{۱۴۰}{۶۰})$	−۱	$-(\frac{۱۴۰}{۶۰})$	$+(\frac{۱۴۰}{۶۰}\times\frac{۶۰}{۲۰})$	۰	بازو ثابت بوده و چرخدنده C یک دور منفی می‌زند
$+\frac{۲}{۹}$	$-\frac{۴}{۳}$	۰	$-\frac{۴}{۳}$	+۸	+۱	تعداد دورهای به دست آمده

چرخدنده‌های B و D مرکب بوده، یعنی به یکدیگر متصل می‌باشند. چرخدنده‌های C و E چرخدنده‌های داخلی و ضمناً چرخدنده C ثابت می‌باشد. عملیات در جدول ۱۳ـ۴ نشان داده شده است. نتایج حاصله در جدول نشان می‌دهد که هشت دور چرخدنده محرک A در جهت مثبت موجب $\frac{۲}{۹}$ دور گردش چرخدنده متحرک E در جهت مثبت می‌گردد. بنابراین تقلیل سرعت دارای نسبت ۸ به $\frac{۲}{۹}$ و یا ۳۶ به ۱ می‌باشد.

۱۳ـ۴ مجموعه‌های اپی‌سیکلیک یا خورشیدی با دو ورودی

یک رشته چرخدنده از این انواع در شکل ۱۳ـ۹ نشان داده شده است. فرض می‌کنیم تعداد دورهای ورودی ۱، ورودی ۲ و خروجی به ترتیب با n_1، n_2 و n_o نشان داده شده باشند. بنابر قانون جمع آثار تعداد دور شفت خروجی برابر است با تعداد دور خروجی به ازای دور ورودی ۱ به اضافه تعداد دور خروجی به ازای دور ورودی ۲. این دور را می‌توان با رابطه زیر نشان داد:

$$n_o = \underbrace{n_1\left(\frac{n_o}{n_1}\right)}_{\text{I}} + \underbrace{n_2\left(\frac{n_o}{n_2}\right)}_{\text{II}} \qquad (۱۳\text{ـ}۴)$$

I: ورودی ۲ ثابت نگاه داشته شده — II: ورودی ۱ ثابت نگاه داشته شده

کاربرد رابطه (۱۳ـ۴) در مثال زیر نشان داده خواهد شد.

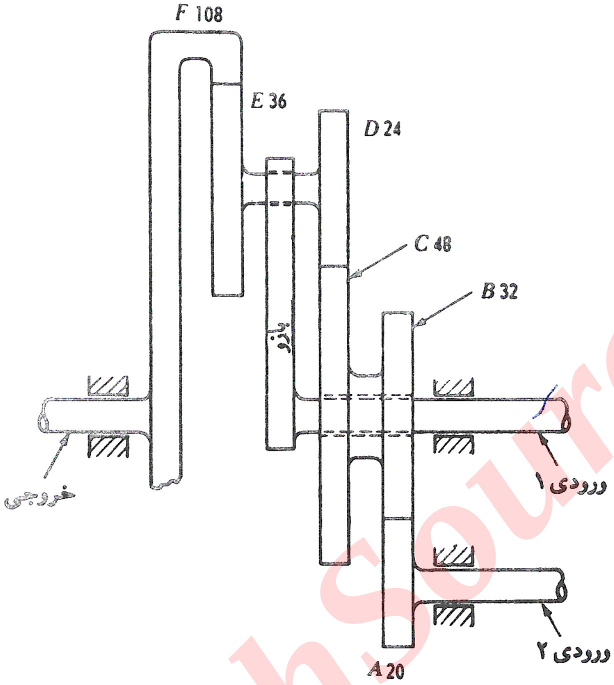
مثال ۱۳ـ۴ فرض می‌کنیم در شکل ۱۳ـ۹ سرعت ورودی ۱ برابر ۱۲۰ دور در دقیقه، در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت و سرعت ورودی ۲ برابر ۳۶۰ دور در دقیقه، در جهت گردش عقربه‌های ساعت بوده و می‌خواهیم سرعت و جهت گردش شفت خروجی را تعیین کنیم.

برای آنکه قسمت I از رابطه (۱۳ـ۴) را حساب کنیم، جدول ۱۳ـ۵ را تنظیم می‌کنیم. با ثابت نگاه‌داشتن شفت ورودی ۲ چرخدنده‌های B و C ثابت بوده و سایر اجزای مجموعه همانند یک رشته چرخدنده خورشیدی که بازو محرک آن بوده و چرخدنده C عضو ثابت آن است عمل

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۳ـ۹

می‌نماید. با توجه به نتایج جدول

$$\left(\frac{n_o}{n_۱}\right) = \underbrace{\frac{n_F}{n_{arm}}}_{\text{ورودی ۲ ثابت نگاه داشته شده}} = \frac{+\frac{۵}{۳}}{+۱} = +\frac{۵}{۳}$$

سپس چون با ثابت‌نگاه‌داشتن ورودی ۱ سایر اجزای مجموعه، مانند یک رشته چرخدنده معمولی عمل می‌نماید، برای محاسبه قسمت II عبارت (۱۳ـ۴) نیاز به تشکیل جدولی نمی‌باشد.

$$\underbrace{\left(\frac{n_o}{n_۲}\right)}_{\text{ورودی ۱ ثابت نگاه داشته شده}} = \frac{n_F}{n_A} = \frac{۲۰}{۳۲} \times \frac{۴۸}{۲۴} \times \frac{۳۶}{۱۰۸} = +\frac{۵}{۱۲}$$

توجه داشته باشید که چون چرخدنده‌های F و A هر دو در یک جهت گردش می‌نمایند، علامت مثبت است. اگر مقادیر به دست آمده برای I و II را در رابطه (۱۳ـ۴) قرار دهیم به دست می‌آوریم که

$$n_o = +\frac{۵}{۳} n_۱ + \frac{۵}{۱۲} n_۲$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

جدول ۱۳ـ۵

اعضای تشکیل‌دهندهٔ مجموعه	بازو	چرخدنده C	چرخدنده D و E	چرخدنده F
مجموعه قفل بوده و بازو یک دور مثبت می‌زند	+۱	+۱	+۱	+۱
بازو ثابت بوده و چرخدنده C یک دور منفی می‌زند	۰	−۱	$+\frac{۴۸}{۲۴}$	$+\left(\frac{۴۸}{۲۴}\times\frac{۳۶}{۱۰۸}\right)$
تعداد دورهای به دست آمده	+۱	۰	+۳	$+\frac{۵}{۳}$

$$=+\frac{۵}{۳}(+۱۲۰)+\frac{۵}{۱۲}(-۳۶۰)$$

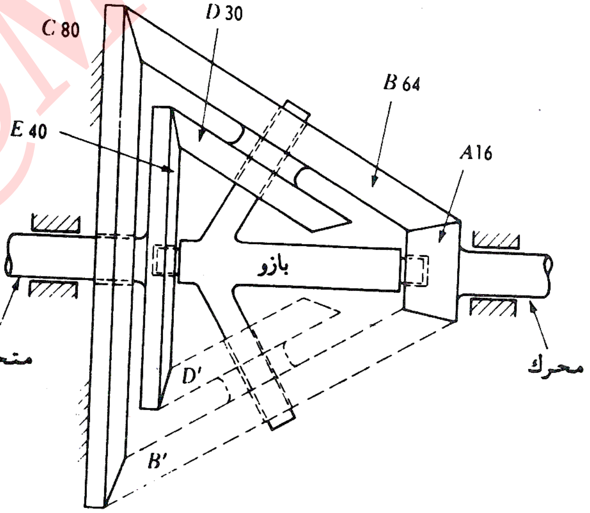
$$=+۲۰۰-۱۵۰=+۵۰$$

بنابراین تعداد دور شفت خروجی برابر ۵۰ در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد.

۱۳ـ۵ رشته چرخدنده‌های مخروطی اپی‌سیکلیک

استفاده از چرخدنده‌های مخروطی موجب کم حجم‌ترشدن مجموعه گردیده و ضمناً با استفاده از چرخدنده‌های محدود می‌توان تقلیل دور زیادی را صورت داد.

مثال ۱۳ـ۵ در شکل ۱۳ـ۱۰، چرخدنده A محرک و چرخدنده E متحرک می‌باشد. چرخـدنده C



شکل ۱۳ـ۱۰

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

جدول ۱۳ـ۶

چرخدنده E	چرخدنده D	چرخدنده C	چرخدنده B	چرخدنده A	بازو	اعضای تشکیل‌دهندهٔ مجموعه
۱+	.....	۱+	.....	۱+	۱+	مجموعه قفل بوده و بازو یک دور مثبت می‌زند
$-(\frac{۸۰}{۶۴}\times\frac{۳۰}{۴۰})$	.....	۱−	.....	$+\frac{۸۰}{۱۶}$	۰	بازو ثابت بوده و چرخدنده C یک دور منفی می‌زند
$+\frac{۱}{۱۶}$	.....	۰	.....	۶+	۱+	تعداد دورهای به دست آمده

ثابت بوده و چرخدنده‌های B و D چرخدنده‌های مرکب بوده که بر روی بازو آزادانه گردش می‌نماید. چرخدنده‌های B' و D' با خط‌چین نشان داده شده چرا که از نظر سینماتیکی تأثیری نداشته و لازم نمی‌باشند. خواسته موردنظر تعیین رابطه‌ای بین دورهای چرخدنده‌های A و E می‌باشد. تدارک و تنظیم جدول برای رشته چرخدنده‌های خورشیدی نظیر همان رشته چرخدنده‌های خورشیدی ساده می‌باشد. تنها تفاوت در این رشته‌ها آن است که در ستون مربوط به چرخدنده‌های مخروطی که محورشان موازی محورهای محرک و متحرک نمی‌باشند، چیزی ثبت نگردیده و سفید رها می‌گردد. این بدان دلیل است که برای چنین چرخدنده‌ها جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت و جهت موافق گردش عقربه‌های ساعت مفهوم و معنایی ندارد. عملیات در جدول ۱۳ـ۶ نشان داده شده است. با توجه به نتایج حاصله در جدول، ملاحظه می‌کنیم که برای شش دور محرک A در جهت مثبت، متحرک E $\frac{۱}{۱۶}$ دور در جهت مثبت می‌زند. بنابراین تقلیل سرعت با نسبتی معادل ۶ به $\frac{۱}{۱۶}$ و یا ۹۶ به ۱ صورت می‌گیرد.

۱۳ـ۶ دیفرانسیل چرخدنده مخروطی[1]

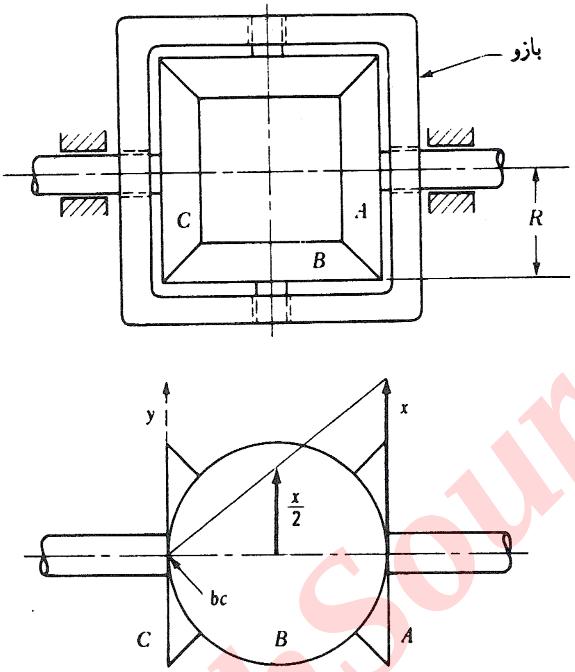
دیفرانسیل چرخدنده مخروطی نشان داده شده در شکل ۱۳-۱۱ مکانیزمی است که برای جمع و تفریق دو متغیر مورد استفاده قرار می‌گیرد. چرخدنده‌های A و C یک اندازه می‌باشند. با در نظر گرفتن سرعتهای لحظه‌ای به سادگی می‌توان به طرزکار این مکانیزم پی برد. با فرض اینکه چرخدنده C ساکن بوده باشد، فرض می‌کنیم که سرعت نقطه تماس چرخدنده‌های A و B برابر x باشد. آنگاه از آنجا که bc مرکز آنی چرخدنده‌های B و C می‌باشد، سرعت مرکز چرخ B که می‌توان آن را نقطه‌ای واقع بر امتداد بازو هم دانست برابر $\frac{x}{۲}$ می‌باشد. پس

$$\omega_A = \frac{x}{R} \quad \text{و} \quad \omega_{\text{arm}} = \frac{x}{۲R}$$

1. bevel gear differential

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۳-۱۱

@MechSource

به همین ترتیب، اگر چرخدنده A ساکن فرض شده و فرض کنیم که سرعت نقطه تماس C و A برابر y باشد، آنگاه سرعت مرکز چرخ B برابر $\frac{y}{۲}$ بوده و

$$\omega_C = \frac{y}{R} \quad \text{و} \quad \omega_{\text{arm}} = \frac{y}{۲R}$$

حال اگر هر دو چرخدنده A و C گردش نمایند، ملاحظه می‌شود که بسته به جهت حرکت A و C سرعت $y/۲$ با $x/۲$ جمع و یا از آن منها می‌گردد. بنابراین

$$\frac{x/۲ + y/۲}{R} = \omega_{\text{arm}} \quad \text{یا} \quad \frac{\omega_A}{۲} + \frac{\omega_C}{۲} = \omega_{\text{arm}}$$

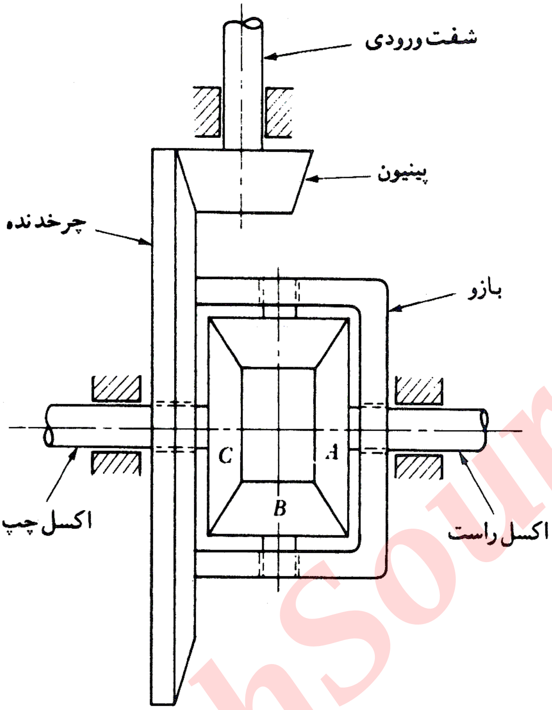
و

$$\omega_A + \omega_C = ۲\omega_{\text{arm}} \qquad (۱۳\text{-}۵)$$

این رابطه کلی برای یک دیفرانسیل چرخدنده مخروطی می‌باشد. چون مطابق رابطه به دست آمده، سرعت بازو مشتق از سرعتهای زاویه‌ای دو چرخدنده A و C می‌باشد، مکانیزم و یا وسیله فوق را دیفرانسیل می‌گویند. با توجه به شکل ۱۳-۱۱ ملاحظه می‌کنیم که اگر سرعتهای ω_A و ω_C چه از نظر مقدار و چه از نظر جهت یکسان باشند، آنگاه $\omega_A = \omega_C = \omega_{\text{arm}}$. اگر این سرعتها از نظر مقدار

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۳ـ۱۲

مساوی بوده ولی در جهت خلاف یکدیگر بوده باشند آنگاه $\omega_{arm} = 0$.

شکل ۱۳ـ۱۲ یک دیفرانسیل چرخدنده مخروطی را نشان می‌دهد که در اتومبیلها به کار می‌رود. در حرکت‌مستقیم اتومبیل هیچ‌حرکت‌نسبی بین چرخدنده‌های A، B و C و بازو وجود ندارد. بنابراین

$$\omega_A = \omega_C = \omega_{arm}$$

در موقع دورزدن، برای آنکه لاستیکها سر نخورند چرخ عقب خارجی می‌بایست سرعتش زیاد و چرخ عقب داخلی می‌بایست سرعتش کم گردد. با توجه به رابطه (۱۳ـ۵) ملاحظه می‌کنیم که برای مقدار معلومی از ω_{arm} اگر ω_A اضافه گردد ω_C به همان مقدار کسر خواهد گردید. بنابراین دیفرانسیل به طور خودکار موقعی که سرعت یکی از چرخها زیاد می‌شود، سرعت دیگری را کم می‌کند. اگر چرخ متصل به چرخدنده C بر روی سطح خشک جاده قرار داشته و چرخ متصل به چرخدنده A بر روی سطح یخزده واقع بوده باشد، آنگاه چرخ واقع بر سطح خشک ساکن باقی مانده و چرخ دیگر با سرعتی دوبرابر سرعت بازو گردش خواهد کرد. گشتاور وارد بر شفتهای A و C همیشه می‌بایست یکسان بوده باشد. از آنجا که عملا بر شفت A گشتاوری وارد نمی‌گردد، به شفت C هم عملاً گشتاوری وارد نخواهد شد. بنابراین اتومبیل حرکت نخواهد کرد.

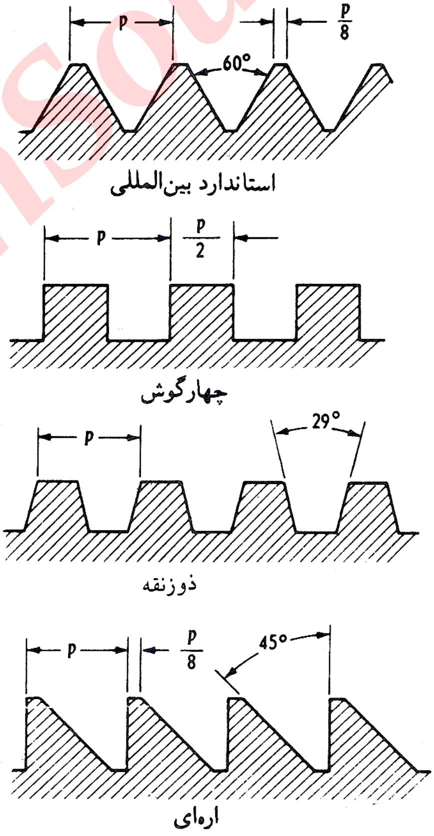
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

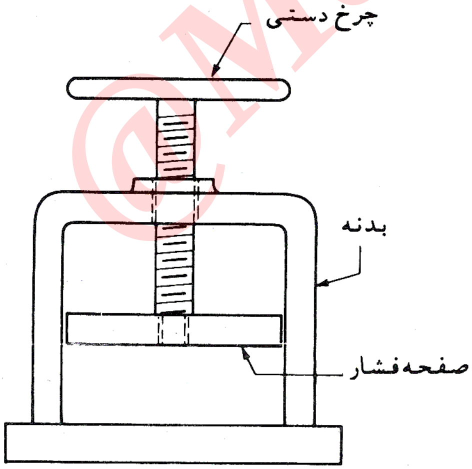
۱۳ـ۷ پیچهای انتقال[1]

مهره و انواع پیچها (سر شش گوش، سر خزینه و غیره) اعضای دنده شده‌ای می‌باشند که از آنها برای محکم‌کردن، یعنی به منظور نگهداری قطعات بر رویهم استفاده می‌گردد. از پیچها نیز به منظور انتقال حرکت هم استفاده می‌گردد. این نوع پیچها را پیچهای انتقال می‌نامند. از دنده SI (استاندارد بین‌المللی) نشان داده شده در شکل ۱۳ـ۱۳ برای پیچهای محکم کننده استفاده می‌گردد. سایر دنده‌ها در پیچهای انتقال مورد استفاده قرار می‌گیرند.

گام دنده و گام پیشروی[2] در یک پیچ دارای همان معانی و مفاهیمی می‌باشند که قبلاً برای حلزون شرح داده شد. تا موقعی که خلاف آن ذکر نشده باشد، فرض می‌کنیم که پیچ راستگرد و یک راهه می‌باشد. پرس نشان داده شده در شکل ۱۳ـ۱۴ دارای پیچی یک راهه با گام ۱/۴ اینچ می‌باشد.



شکل ۱۳ـ۱۳



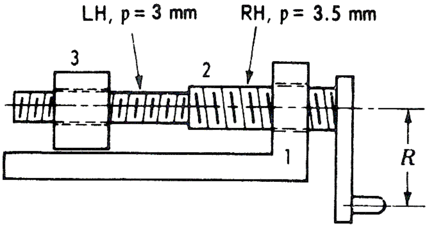
شکل ۱۳ـ۱۴

1. translotion screws 2. pitch and lead

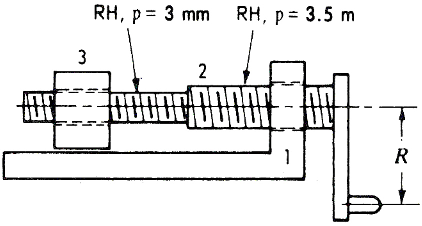
@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۳ـ۱۵



شکل ۱۳ـ۱۶

با نگاه از بالا موقعی که فلکه به اندازهٔ یک دور در جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌چرخد، صفحه فشار پرس نسبت به بدنه به اندازهٔ ۱/۴ اینچ پایین خواهد رفت.

یک پیچ مرکب[1]، شامل دو پیچ بوده که ترتیب آنها به گونه‌ای است که حرکت حاصله برابر مجموع حرکت هر یک از پیچهاست. در شکل ۱۳ـ۱۵ پیچ بزرگ دارای گام ۳ر۵ میلیمتر و پیچ کوچکتر دارای گام ۳ میلیمتر می‌باشد. با نگاه از سمت راست، برای یک دور گردش لنگ یا خارج از مرکز در جهت گردش عقربه‌های ساعت پیچ نسبت به بدنه به اندازه ۳ میلیمتر به سمت چپ و قطعه شماره ۳ نسبت به پیچ به اندازه ۳ میلیمتر به سمت چپ حرکت می‌کند. حرکت کلی قطعه شماره ۳ نسبت به بدنه برابر مجموع این دو حرکت یعنی ۶ر۵mm = ۳ + ۳ر۵ به سمت چپ خواهد بود.

یک پیچ دیفرانسیل[2] شامل دو پیچ به ترتیبی بوده که حرکت حاصله برابر تفاضل حرکت هریک از پیچها می‌باشد. فرض می‌کنیم، به هنگام نگاه از سمت راست لنگ و یا خارج از مرکز متصل به پیچ نشان داده شده در شکل ۱۳ـ۱۶ یک دور در جهت عقربه‌های ساعت گردش نماید. در این صورت، پیچ نسبت به بدنه به اندازه ۳ر۵ میلیمتر به طرف چپ و قطعه شماره ۳ نسبت به پیچ به اندازه ۳ میلیمتر به سمت راست حرکت می‌کند. حرکت کلی قطعه نسبت به بدنه برابر مجموع دو حرکت فوق، یعنی ۰ر۵mm = ۳ − ۳ر۵ به سمت چپ می‌باشد.

۱۳ـ۸ مزیت مکانیکی

فرض می‌کنیم شکل ۱۳ـ۱۷ به طور شماتیک نشان‌دهنده هر مکانیزم بوده که در آن s_i و s_o به ترتیب نشان‌دهنده فواصل طی شده توسط نیروهای ورودی و خروجی F_i و F_o باشند. راندمان E با رابطه زیر

$$E = \frac{W_o}{W_i}$$

که در آن W_o و W_i به ترتیب کار خارجی و کار داخلی می‌باشند، مشخص می‌گردد. بنابراین

1. compound screw 2. differential screw

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$E = \frac{F_o s_o}{F_i s_i}$$

یا

$$\frac{F_o}{F_i} = E\frac{s_i}{s_o} \qquad (۱۳\text{-}۶)$$

اگر صورت و مخرج را بر زمان t تقسیم کنیم:

$$\frac{F_o}{F_i} = E\frac{V_i}{V_o} \qquad (۱۳\text{-}۷)$$

که V_i و V_o در آن سرعتهای ورودی و خروجی می‌باشند.

مزیت مکانیکی یک مکانیزم یا MA با رابطه زیر مشخص می‌گردد.

$$\text{MA} = \frac{F_o}{F_i} \qquad (۱۳\text{-}۸)$$

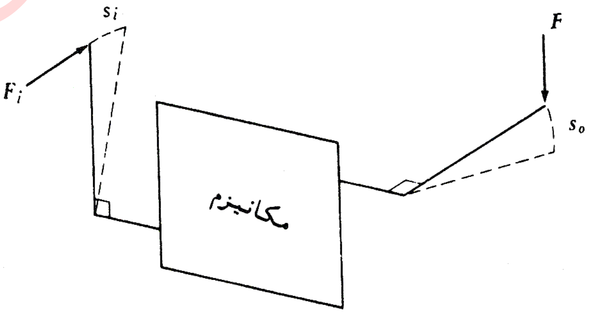
بنابراین از روابط (۱۳-۶) تا (۱۳-۸)

$$\text{MA} = E\frac{s_i}{s_o} \qquad (۱۳\text{-}۹)$$

و

$$\text{MA} = E\frac{V_i}{V_o} \qquad (۱۳\text{-}۱۰)$$

اگر در اینجا هیچ اصطکاکی وجود نداشته باشد، راندمان برابر ۱٫۰ می‌باشد. چون تا موقعی که مشخصات اعضاء و مفصلها معین نبوده باشد، محاسبه اثرات اصطکاک غیرقابل محاسبه است. معمولاً در مراحل اولیه طرح یک مکانیزم از اصطکاک صرفنظر می‌گردد. بدین ترتیب، راندمان برابر ۱٫۰ در نظر گرفته خواهد شد مگر آنکه خلاف آن ذکر شده باشد. در مکانیزمهایی که نسبت s_i/s_o برابر واحد می‌باشد، رابطه (۱۳-۹) رابطه‌ای مناسب جهت تعیین مزیت مکانیکی می‌باشد. در بیشتر مکانیزمها نسبت s_i/s_o یک متغیر می‌باشد. بنابراین برای تعیین مزیت مکانیکی در وضعیت معینی از

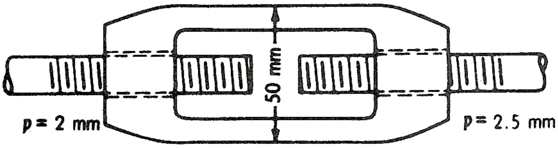


شکل ۱۳-۱۷

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۳ـ۱۸

مکانیزم ضمن تجزیه و تحلیل سرعتها، مقادیر V_i و V_o مربوط به وضعیت موردنظر را تعیین و در رابطه (۱۳ـ۱۰) قرار می‌دهیم.

مثال ۱۳ـ۶ مزیت مکانیکی تنگ نشان داده شده در شکل ۱۳ـ۱۸ می‌بایست ابتدا اگر پیچها جهت خلاف یکدیگر بوده و بعد اگر هم‌جهت باشند محاسبه گردد. نیروی ورودی عمود بر کاغذ و در امتداد مماس بر دسته و در فاصله شعاعی ۲۵ میلیمتر اثر می‌نماید. اگر با نگاه از انتهای سمت راست، دسته را یک دور در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت بچرخانیم، این نیرو مسافتی معادل $s_i = ۲\pi R = ۲\pi\ (۲۵) = ۱۵۷$ میلیمتر را طی خواهد کرد. اگر پیچ سمت چپ، پیچی چپگرد بوده باشد نسبت به دسته به اندازه ۲ میلیمتر به سمت راست حرکت خواهد نمود. اگر پیچ سمت راست پیچی راستگرد بوده باشد، نسبت به دسته به اندازه ۲٫۵ میلیمتر به سمت چپ حرکت خواهد کرد. نیروی خارجی در فاصله‌ای برابر تغییر فاصله دو انتهای پیچها در امتداد محور پیچها حرکت خواهد نمود بنابراین $s_o = ۲ + ۲٫۵ = ۴٫۵\text{mm}$. بنابراین با استفاده از رابطه (۱۳ـ۹)

$$MA = E\left(\frac{s_i}{s_o}\right) = (۱)\frac{۱۵۷}{۴٫۵} = ۳۴٫۹$$

اگر هر دو پیچ راستگرد بوده باشند، پیچ سمت چپ نسبت به دسته به اندازه ۲ میلیمتر به سمت چپ و پیچ سمت راست نسبت به دسته به اندازه ۲٫۵ میلیمتر به سمت چپ حرکت خواهند کرد. بنابراین تغییر فاصله دو انتهای پیچها برابرند با

$$s_o = ۲٫۵ - ۲ = ۰٫۵\text{mm}$$

بنابراین

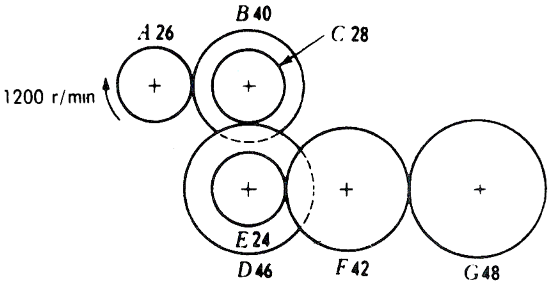
$$MA = (۱)\left(\frac{۱۵۷}{۰٫۵}\right) = ۳۱۴$$

تمرینها

۱۳ـ۱ سرعت (تعداد دور در دقیقه) و جهت حرکت چرخدنده G از رشته چرخدنده‌های نشان داده شده در شکل ۱۳ـP1 را تعیین کنید.

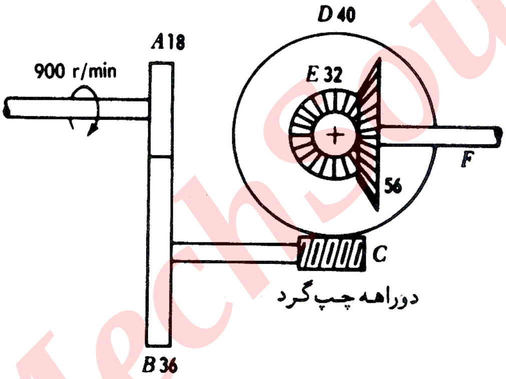
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



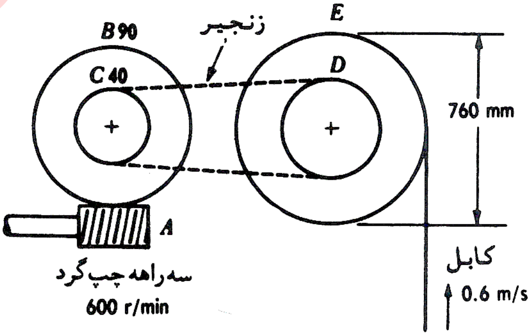
شکل ۱۳ـP1

۱۳ـ۲ سرعت چرخدنده F از رشته چرخدنده‌های نشان داده شده در شکل ۱۳ـP2 را برحسب دور در دقیقه تعیین کنید. با نگاه نمودن از انتهای سمت راست جهت دوران را تعیین کنید.



شکل ۱۳ـP2

۱۳ـ۳ اگر سرعت کابل تقریباً برابر ۲ فوت بر ثانیه بوده باشد، تعداد دندانه‌های چرخ زنجیر D از شکل ۱۳ـP3 را تعیین کنید. با نگاه نمودن از انتهای سمت راست، تعیین کنید جهت دوران A به کدام سو می‌باشد.

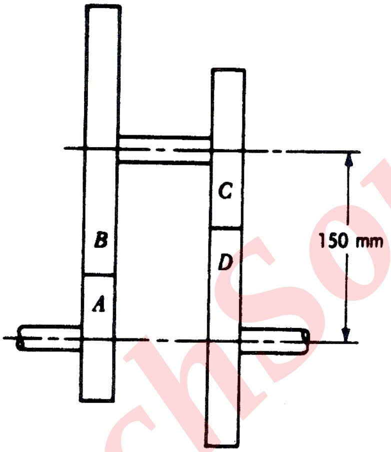


شکل ۱۳ـP3

https://t.me/MechSource

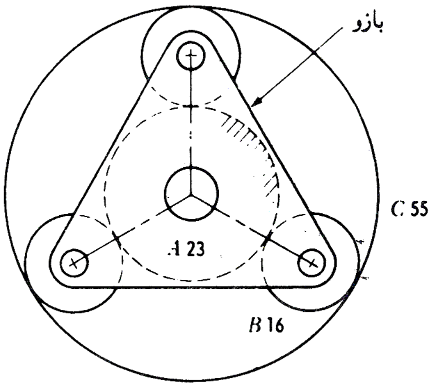
https://t.me/MechSource

۱۳ـ۴ در رشته چرخدنده‌های معکوس نشان داده شده در شکل ۱۳ـP۴، چرخدنده‌های A و B دارای مدول ۲٫۵ و چرخدنده‌های C و D دارای مدول ۲ می‌باشند. اگر نسبت سرعت تقریبا معادل ۱۱٫۴ بوده باشد، تعداد دندانه‌های مناسب برای هریک از چرخدنده‌ها را تعیین کنید. اگر قرار باشد حداقل تعداد دنده کمتر از ۲۴ باشد، حداقل تعداد دنده مناسب را برای هریک از چرخها تعیین کنید.



شکل ۱۳ـP۴

۱۳ـ۵ مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱۳ـP۵، مربوط به یک اتومبیل می‌باشد. هنگامی که جعبه



شکل ۱۳ـP۵

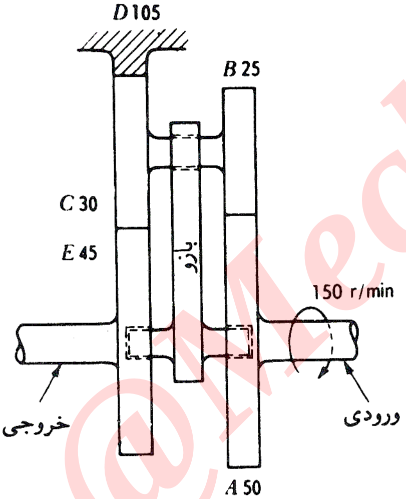
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

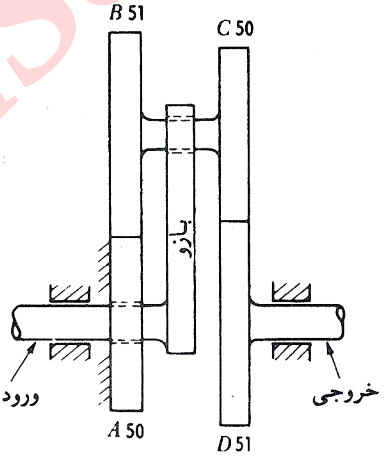
دنده تقویت دور[1] در مسیر قرار می‌گیرد، بازو قدرت را از موتور گرفته و با دور موتور گردش می‌نماید. چرخدنده A ثابت است. چرخدنده داخلی C مستقیماً به شفت محرک که جعبه دنده را به دیفرانسیل مربوط می‌کند متصل بوده و با آن گردش می‌نماید. نسبت دور چرخهای عقب ۳٫۵ بوده و قطر خارجی لاستیکها ۲۷ اینچ می‌باشد. در سرعت ۶۰ میل در ساعت اتومبیل سرعت موتور را: الف) وقتی که جعبه دنده تقویت دور در مسیر قرار نداشته (موتور مستقیماً به دیفرانسیل مربوط است)؛ ب) وقتی که جعبه دنده تقویت دور در مسیر قرار دارد حساب کنید.

۱۳ـ۶ تقلیل سرعت شفتهای ورودی و خروجی نشان داده شده در شکل ۱۳ـP6 را تعیین کنید. اگر با نگاه از انتهای سمت راست شفت ورودی در جهت گردش عقربه‌های ساعت بچرخد، جهت چرخش شفت خروجی به کدام سو خواهد بود.

۱۳ـ۷ سرعت دورانی شفت خروجی نشان داده شده در شکل ۱۳ـP7 و جهت چرخش آن را به هنگام نگاه از انتهای سمت راست تعیین کنید.



شکل ۱۳ـP7



شکل ۱۳ـP6

۱۳ـ۸ سرعت دورانی و جهت چرخش شفت خروجی F از شکل ۱۳ـP8 را تعیین کنید.

۱۳ـ۹ در مجموعه چرخدنده‌های نشان داده شده در شکل ۱۳ـP9، چرخدنده A ثابت، بازو محرک و چرخدنده D عضو متحرک می‌باشد.

الف) تقلیل سرعت مجموعه را تعیین کنید. اگر با نگاه از انتهای سمت راست بازو در جهت

---

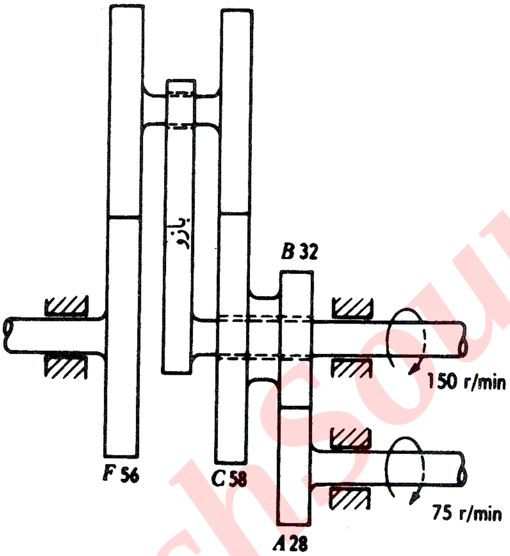
1. overdrive

https://t.me/MechSource

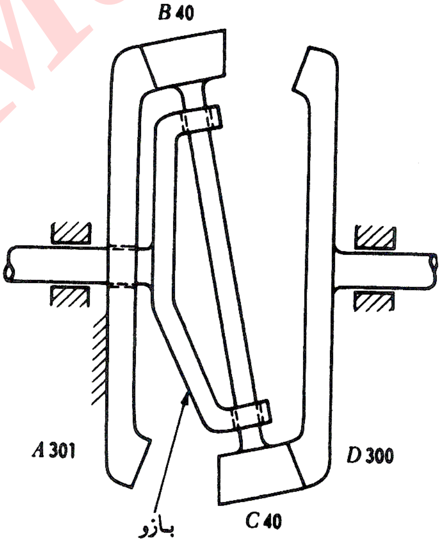
https://t.me/MechSource

خلاف گردش عقربه‌های ساعت بچرخد، جهت گردش چرخدنده D به کدام سو خواهد بود.

ب) حالت (الف) را با این تفاوت که تعداد دنده‌های چرخدنده‌های A و D جابه‌جا گردیده باشند حل کنید.



شکل ۱۳ـP۸



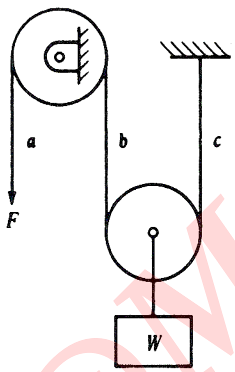
شکل ۱۳ـP۹

https://t.me/MechSource

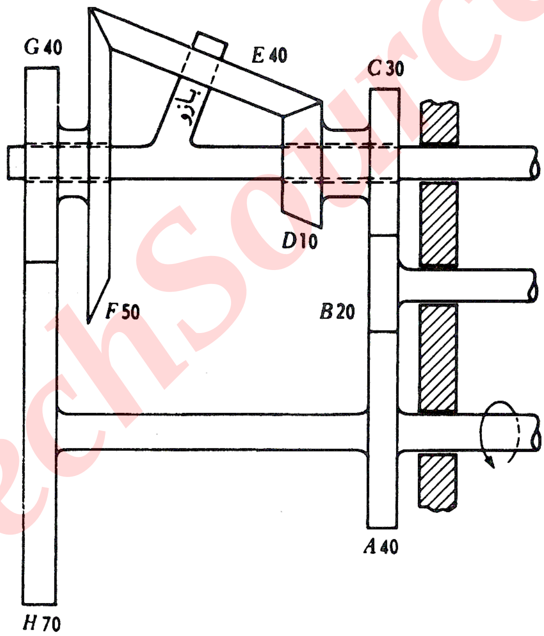
https://t.me/MechSource

۱۳ـ۱۰ در شکل ۱۳ـP۱۰، شفت متصل به بازو، شفت خروجی می‌باشد. برای یک دور گردش شفت پائینی، یعنی شفت حاوی چرخدنده‌های A و H در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت، تعیین کنید شفت خروجی چند دور و در چه جهتی گردش خواهد نمود.

۱۳ـ۱۱ مزیت مکانیکی سیستم قرقره و طناب نشان داده شده در شکل ۱۳ـP۱۱ را تعیین کنید. **توجه:** اگر بار W به اندازه یک فوت به بالا حرکت کند، نیروی وارده F چند فوت حرکت خواهد کرد؟



شکل ۱۳ـP۱۱



شکل ۱۳ـP۱۰

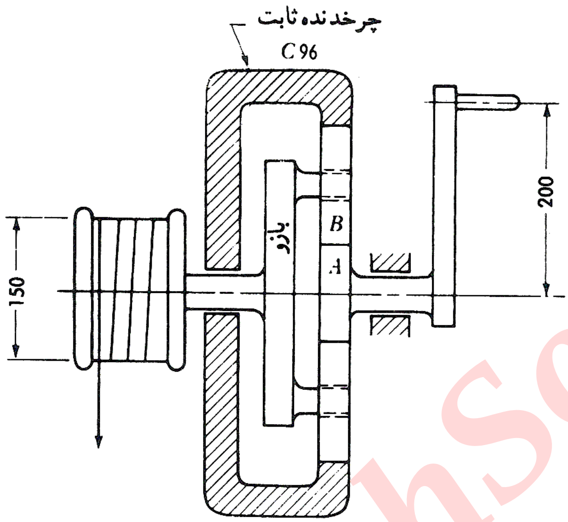
@MechSource

۱۳ـ۱۲ مزیت مکانیکی بالابر نشان داده شده در شکل ۱۳ـP۱۲ را تعیین کنید. قرقره‌های D_1 و D_2 منسجم بوده و با هم دور می‌زنند. در نقطه a یک زنجیر و یا طناب بدون انتها از روی قرقره بزرگتر گذشته و پس از جداشدن در نقطه b، در نقطه c بر روی قرقره کوچکتر قرار گرفته و در نقطه d از این قرقره جدا می‌گردد. توجه: تعیین کنید به ازای یک دور گردش قرقره‌های فوقانی نیروی وارده F چه فاصله‌ای را پیموده و طول حلقه defa چقدر کوتاه می‌شود. آنگاه تعیین کنید وزنه W چقدر به بالا حرکت می‌کند.

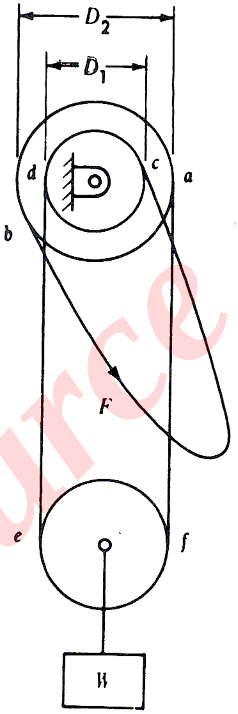
۱۳ـ۱۳ مزیت مکانیکی بالابر نشان داده شده در شکل ۱۳ـP۱۳ را تعیین کنید. تعداد دنده‌های چرخدنده‌های A و B را تعیین کنید.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

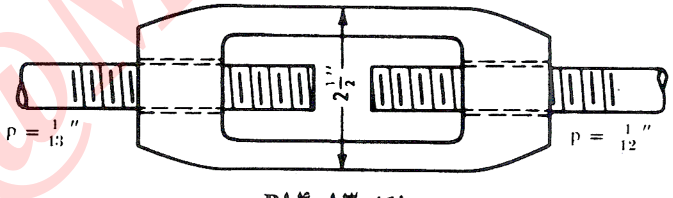


شکل ۱۳ـP۱۳



شکل ۱۳ـP۱۲

۱۳ـ۱۴ مزیت مکانیکی مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱۳ـP۱۴ را: الف) اگر پیچها دارای جهت موافق؛ ب) اگر پیچها دارای جهت مخالف بوده باشند حساب کنید.



شکل ۱۳ـP۱۴

۱۳ـ۱۵ در مسئله ۶ـ۷ مزیت مکانیکی مکانیزم را برای فاز نشان داده شده در شکل تعیین کنید. در تجزیه و تحلیل خودتان از سرعتها استفاده کرده و توجه داشته باشید که سرعت ورودی در نقطهٔ P_2 عمل کرده حال آنکه سرعت خروجی در نقطهٔ P_4 عمل می‌کند.

۱۳ـ۱۶ در مسئله ۶ـ۱۰ مزیت مکانیکی مکانیزم را برای فاز نشان داده شده در شکل تعیین کنید. در تجزیه و تحلیل خودتان از سرعتها استفاده کرده و توجه داشته باشید که سرعت ورودی در نقطهٔ B عمل کرده حال آنکه سرعت خروجی در نقطه E عمل می‌کند.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۴

ترکیب‌بندی مکانیزمها

۱۴ـ۱ مقدمه

ترکیب‌بندی یک مکانیزم عبارت است از طراحی آن برای نیل به یک حرکت خروجی مورد دلخواه به ازای حرکت ورودی داده شده. تا به حال مکانیزمها را مورد تجزیه و تحلیل قرار داده و برای مکانیزمی با اندازه‌های معین ضمن تجزیه و تحلیل حرکت آن تغییر مکانها، سرعتها و شتابهای آن را تعیین کردیم. ترکیب‌بندی عکس تجزیه و تحلیل بوده، به این معنا که برای حرکتهای ورودی و خروجی داده شده مکانیزم مورد نیاز را تعیین می‌کنیم. قسمتی از این کار، آنجا که بادامکی را برای جابه‌جائی مشخصی از پیرو طراحی کردیم و یا آنجا که تعداد دندانه‌های اعضای یک جعبه دنده را برای ایجاد نسبت سرعت معینی حساب کردیم انجام شد.

انواع مختلف مکانیزمها، مثل مکانیزمهای میله‌ای، بادامکها، سطوح غلتان به انضمام چرخدنده‌ها می‌توانند برای دستیابی به یک حرکت خروجی دلخواه به ازای ورودی داده شده مورد استفاده قرار گیرند. بنابراین آشنابودن طراح با روشهای ترکیب‌بندی این مکانیزمها از اهمیت خاص برخوردار است. به علاوه دسترسی به حل مسئله قبل از فرض نوع مکانیزمی که باید مورد استفاده قرار گیرد، غیرممکن است.

در اولین کارهای مربوط به ترکیب‌بندی، روشهای ترسیمی مبتنی بر سعی و خطا مورد استفاده قرار می‌گرفته است. این روشها هنوز هم دارای مزیتهائی بوده و در مواردی که روشهای تحلیلی نمی‌توانند به کار برده شوند از آنها استفاده می‌گردد. سالهای متمادی است که بعضی روشهای ترسیمی که مستقیماً نتایج را در اختیار می‌گذارند در دسترس قرار داشته و دارد ولی نیاز مبرم به حل مسائل مشکل و پیچیده‌تر ترکیب‌بندی منجر به توسعه روشهای تحلیلی گردیده است. حل تحلیلی بعضی از مسائل ترکیب‌بندی، حتی برای مکانیزمهای چهارمیله‌ای نیز مشکل بوده و با ازدیاد تعداد

https://t.me/MechSource

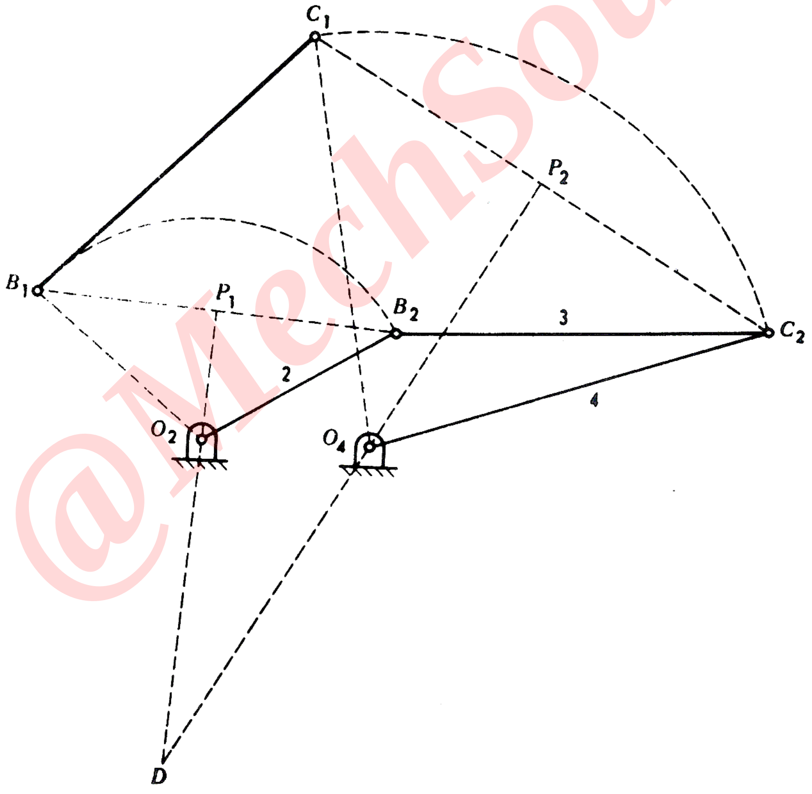
https://t.me/MechSource

اعضای آنها این مشکل، مشکلتر هم می‌گردد. اما خوشبختانه استفاده گسترده از کامپیوتر، کمک شایانی در این امر می‌باشد.

یکی از دلائل مهم افزایش کشش و علاقه به ترکیب‌بندیهای سینماتیکی نیاز به مکانیزمهائی است که در کامپیوترهای مقایسه‌ای[1] به کار می‌رود. در این فصل چند روش ترکیب‌بندی مورد بحث قرار گرفته و معرفی می‌گردند.

۱۴ـ۲ طراحی برای موقعیت میله رابط[2]

در شکل ۱۴ـ۱ ، B_1C_1 موقعیت اول عضو شماره ۳ و B_2C_2 موقعیت دوم آن را نشان می‌دهد. برای انجام این تغییرمکان، یک مکانیزم چهارمیله‌ای را می‌توان طوری طراحی نمود که نقاط O_2 و O_4 به طور دلخواه به ترتیب در امتداد عمودمنصف B_1B_2 و C_1C_2 واقع شوند.



شکل ۱۴ـ۱

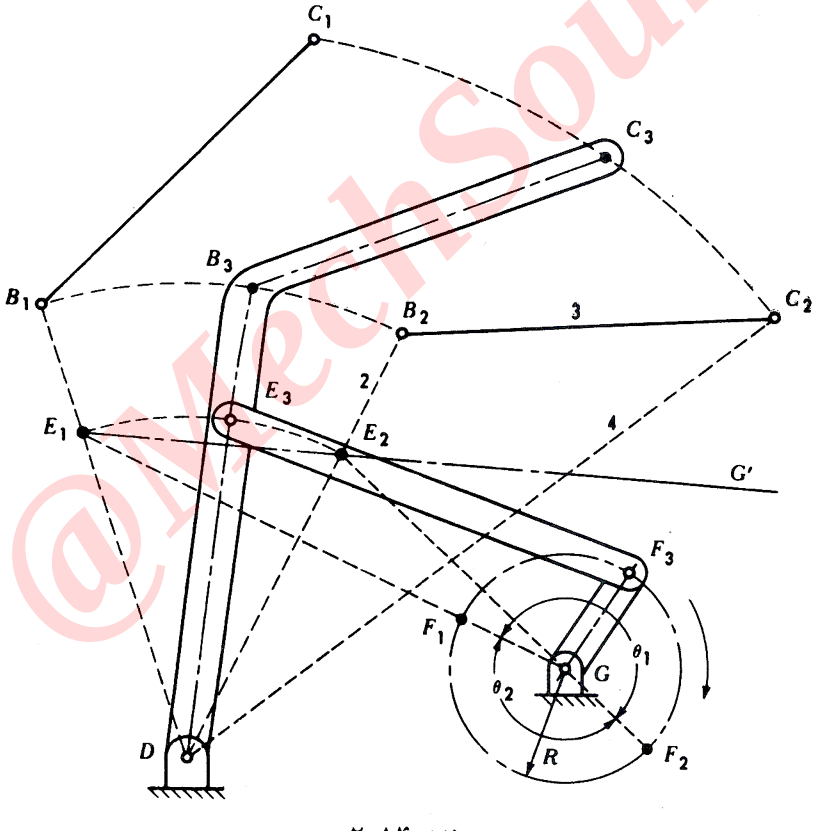
1. analog computers
2. design for coupler position

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

اگر خواسته شده که سرعت عضو شماره ۳، برای هریک از این دو حالت نشان داده شده در شکل صفر باشد می‌توان مکانیزم را ترسیم نمود. روش انجام این کار توسط هینکل[1] به شرح زیر بیان گردیده است. از آنجاکه نقاط O_2 و O_4 در امتداد عمودمنصفها هر جائی می‌توانند باشند می‌توانیم هر دوی آنها را در نقطه D یعنی آنجا که عمودمنصفها همدیگر را قطع کرده‌اند، انتخاب نمود. این مکانیزم در شکل ۱۴-۲ نشان داده شده است. بدین ترتیب اعضای ۲، ۳ و ۴ دارای حرکت نسبی نبوده و بنابراین همانند عضوی واحد عمل می‌کنند. DB_3C_3 این عضو را در موقعیت سومی واقع در وسط حالات قبل نشان می‌دهد. این یک موقعیت مشخص نبوده بلکه تنها برای وضوح بیشتر اضافه شده است. برای آنکه در وضعیتهای B_1C_1 و B_2C_2 سرعت صفر باشد، دو عضو اضافی EF و FG را



شکل ۱۴-۲

1. R. T. Hinkle "Kinematics of Machines", 2d ed., Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1960. pp. 254 and 255.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

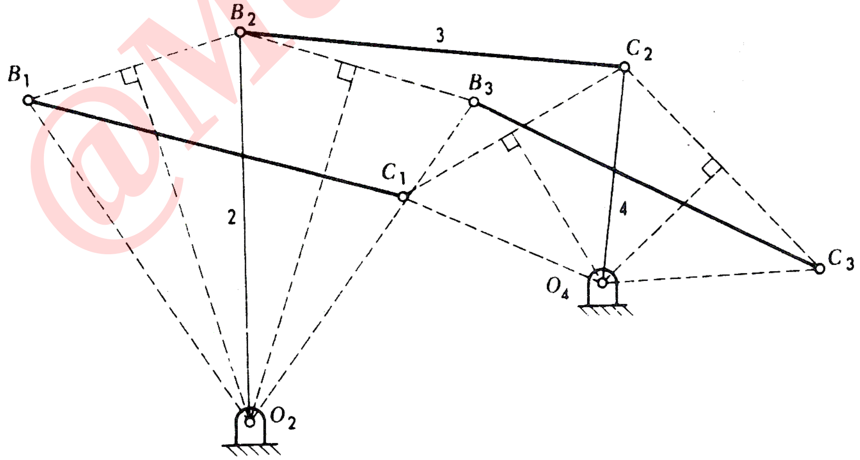
اضافه می‌کنیم. طول DE_2 و محل G به طور دلخواه انتخاب می‌گردد. طولهای E_1G و E_2G ثابت بوده و مقادیرشان از روی شکل اندازه‌گیری می‌شود. فرض کنید $E_1F_1 = E_2F_2 = EF$. بنابراین

$$EF + R = E_1G \quad و \quad EF - R = E_2G$$

طول میله رابط را می‌توان از جمع این دو رابطه و طول لنگ را می‌توان از کسر نمودن این دو رابطه به دست آورد.

برای سرعت زاویه‌ای ثابت ω، زمان رفت عضو DBC طولانیتر از زمان برگشت آن است. نسبت این دو زمان برابر θ_1/θ_2 می‌باشد. اگر خواسته باشیم، زمانهای رفت و برگشت با یکدیگر مساوی باشند، نقطه G می‌بایست در محلی دلخواه مثل G' واقع بر خط E_1E_2 انتخاب گردد. در این حالت $\theta_1 = \theta_2$.

طرح مکانیزم چهارمیله‌ای که میله رابط آن از سه موقعیت مشخص گذشته باشد در شکل ۱۴-۳ نشان داده شده است. فرض کنید B_1C_1، B_2C_2 و B_3C_3 سه موقعیت دلخواه از میله رابط بوده باشند. مرکز O_2 در محل برخورد عمودمنصفهای B_1B_2 و B_2B_3 واقع بوده و مرکز O_4 در محل برخورد عمودمنصفهای C_1C_2 و C_2C_3 قرار دارد. رزنور[1] روشی برای طرح یک مکانیزم چهارمیله‌ای را نشان می‌دهد که میله رابط آن از چهار موقعیت مشخص می‌گذرد.



شکل ۱۴-۳

1. Rosenauer

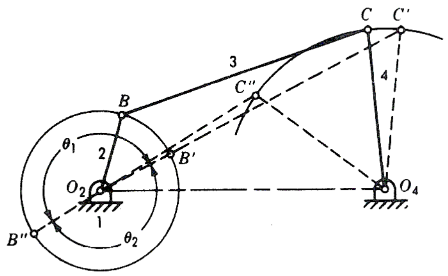
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۴ـ۳ انتقال نیرو

بیشتر مکانیزمهای میله‌ای اعضای تشکیل دهنده ماشینها بوده و قدرت می‌بایست توسط مکانیزم از محرک به متحرک انتقال یابد. شکل ۱۴ـ۴ یک مکانیزم چهارمیله‌ای را نشان می‌دهد. میله ۲ محرک و یا عضو ورودی، میله ۳ رابطه و میله ۴ پیرو و عضو خروجی می‌باشد. اگر از نیروهای اصطکاک در مفصلها و نیروهای جاذبه صرفنظر شده ونیز اگر سرعت تا آنجا کم بوده که شتاب و نیروهای اینرسی (قسمتهای ۱۷ـ۴ و ۱۷ـ۵ از فصل هفدهم را ملاحظه کنید) قابل صرفنظر باشند، آنگاه دیاگرام آزاد میله‌ها مطابق شکل ۱۴ـ۵ خواهند بود. T_2 تورکی است که شفت واقع در O_2 به لنگ ۲ وارد کرده و F_{32} نیرویی است که عضو ۳ به لنگ وارد می‌کند. برای حفظ تعادل، یک نیروی مساوی F_{12} ولی در جهت خلاف می‌بایست از بدنه به لنگ وارد گردد. نیروی F_{23} نیرویی مساوی F_{32} و در جهت خلاف آن بوده که توسط عضو ۲ به عضو ۳ وارد گردیده و برای حفظ تعادل عضو ۳ نیروی F_{43} می‌بایست مساوی F_{23} و در جهت خلاف آن بوده باشد. به همین ترتیب، نیروهایی راکه اعضای ۳ و ۱ به لنگ ۴ وارد می‌کنند نشان داده شده و T_4 تورکی است که شفت واقع در O_4 به لنگ ۴ وارد می‌کند. به طوری که ملاحظه می‌کنیم عضو ۳ یک عضو دو نیرویی بوده و موقعی که T_2 و T_4 در جهتهای نشان داده شده در شکل ۱۴ـ۵ وارد می‌گردند تحت فشار خواهد بود. اگر جهتهای T_2 و T_4 در جهتهای خلاف باشند، آنگاه این عضو تحت کشش خواهد بود. بنابراین نیرو توسط میله رابط و در امتداد خط BC موسوم به خط انتقال از محرک به پیرو انتقال پیدا می‌کند.

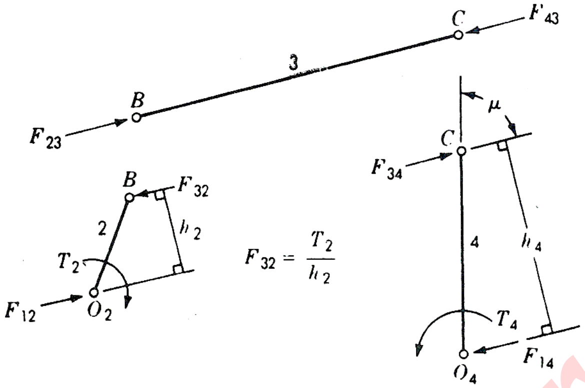
برای یک تورک ورودی معلوم T_2 با توجه به دیاگرام آزاد لنگ ۲ در شکل ۱۴ـ۵ ملاحظه می‌کنیم که نیروی انتقالی F_{32} وقتی مینیمم خواهد بود که محرک و میله رابط زاویه ۹۰ درجه داشته باشند، چراکه در این حالت h_2 بیشترین مقدار خود را دارد. به علاوه موقعی که مطابق شکل ۱۴ـ۴، محرک میله رابط در امتداد خط $O_2B'C'$ قرار گرفته و یا موقعی که محرک در امتداد خط $O_2B''C''$ بر روی میله رابط تاخورده باشد، آنگاه در شکل ۱۴ـ۵، h_2 برابر صفر می‌باشد. برای یک تورک ورودی معلوم T_2 نیروی انتقالی در حالت فوق به بینهایت میل کرده و اصطلاحاً می‌گویند محرک و میله رابط در یکدیگر قلاب شده‌اند.



شکل ۱۴ـ۴

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۴-۵

مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱۴-۴، یک مکانیزم لنگ-آونگ بوده که شرح آن در قسمت ۳-۴ رفت. لنگ ۲ حول $O_۲$ دوران کامل کرده و میله ۴ حول $O_۴$ نوسان می‌کند. هریک از دو عضو ۲ و یا ۴ می‌توانند محرک باشند. اگر عضو ۲ محرک باشد، مکانیزم مدام حرکت می‌کند. اگر عضو ۴ محرک باشد برای حرکت مکانیزم در حوالی B' و B'' نیاز به یک چرخ طیاره و یا وسیله کمکی دیگر می‌باشد. آنجا که خط انتقال BC و $O_۲B$ در یک امتداد قرار می‌گیرند، نقاط مرگ به وجود می‌آید. وقتی که عضو ۴ محرک می‌باشد، به هنگام قرارگرفتن مکانیزم در هریک از نقاط مرگ تورک خارجی ایجاد شده در شفت ۲ صفر خواهد بود. خلاصه اگر اعضای ۲ و ۳ در امتداد یک خط قرارگیرند به شرط آنکه عضو ۲ محرک باشد، مکانیزم قفل شده و اگر عضو ۴ محرک بوده باشد، مکانیزم در یکی از نقاط مرگ خود قرار دارد.

توجه داشته باشید دو زاویه نوسان عضو ۴ از شکل ۱۴-۴ در زوایای گردشی یکسان عضو ۲ اتفاق نمی‌افتد. مکانیزم مطابق یک مکانیزم با برگشت سریع عمل می‌نماید. اگر سرعت لنگ ۲ ثابت بوده باشد، نسبت زمانی (TR) دو نوسان عضو ۴ برابر است با:

$$\mathrm{TR} = \frac{\theta_۱}{\theta_۲} \qquad (۱۴\text{-}۱)$$

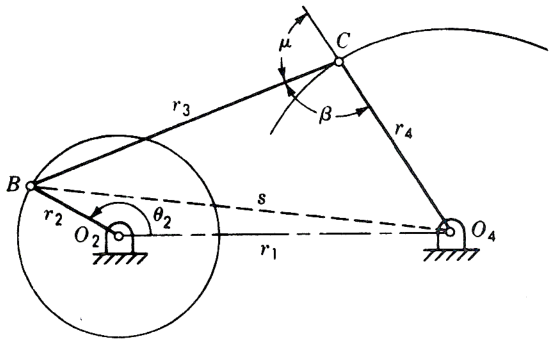
۱۴-۴ زاویه انتقال

زاویه حاده بین خط انتقال نیروی BC و خط $O_۴C$ بر روی پیرو شکل ۱۴-۵ به زاویه انتقال معروف بوده و آن را با μ نشان می‌دهند. برای حفظ تعادل عضو ۴ تورک‌های حول $O_۴$ می‌بایست برابر صفر بوده و درمی‌یابیم که

$$T_۴ = F_{۳۴}\,.h_۴ = F_{۳۴}\,.O_۴C \sin\mu \qquad (۱۴\text{-}۲)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۴ـ۶

با توجه به رابطه (۱۴ـ۲) مشاهده می‌شود، برای یک مقدار معلوم F_{34} که توسط لنگ ورودی ایجاد گردیده تورک خارجی T_4 بستگی به مقدار μ دارد. T_4 به ازای $\mu = 90°$ ماکزیمم بوده و به ازای $\mu = 0°$ صفر خواهد بود. بنابراین زاویه انتقال معیار مفیدی در انتقال نیرو می‌باشد. این زاویه مجدداً در شکل ۱۴ـ۶ نشان داده شده و با استفاده از قانون کسینوسها در مثلثهای O_2BO_4 و BCO_4 می‌توان دریافت که

$$s^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2\, r_1 r_2 \cos\theta_2$$
$$s^2 = r_3^2 + r_4^2 - 2\, r_3 r_4 \cos\beta$$

با مساوی قراردادن سمت راست دو رابطه فوق درمی‌یابیم که

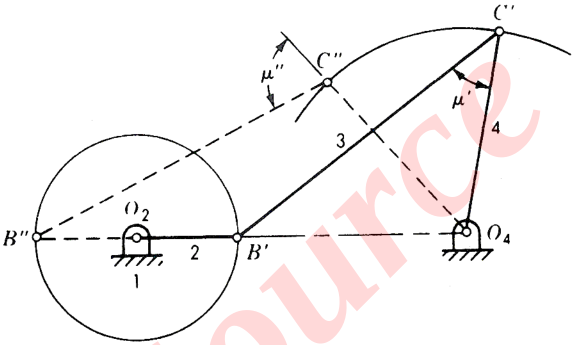
$$\cos\beta = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 - 2\, r_1 r_2 \cos\theta_2}{-2 r_3 r_4} \qquad (۱۴\text{-}۳)$$

از آنجایی که زاویه انتقال μ زاویه حاده‌ای است که میله رابط با پیرو می‌سازد، پس با معلوم بودن مقدار β مقدار μ پیدا خواهد شد.

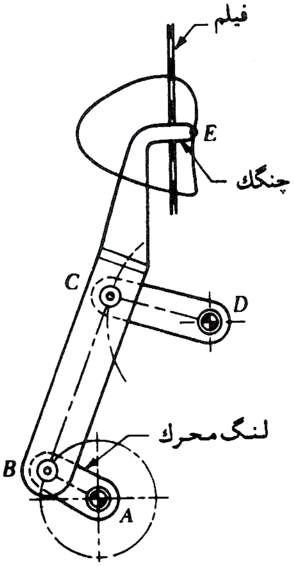
مقادیر کوچک زاویه انتقال به چند دلیل مناسب نیست. همان‌طور که قبلاً شرح داده شد، مقدار تورک خارجی را تقلیل خواهد داد. همچنین اگر قرار است مکانیزم نیروی بزرگی را انتقال دهد به دلیل اصطکاک در مفصلها زاویه‌انتقال کوچک ممکن است موجب پیچیدن مکانیزم گردد. مخصوصاً در طراحی مکانیزمهای حسابگر ممانعت از پدیدآمدن زاویه انتقال کوچک امری مهم می‌باشد. این بدان دلیل است که عدم توجه به این امر موقعیت لنگ خارجی نسبت به لقیهای ساخت در طول اعضای لقی مفصلها و تغییر طول ناشی از حرارت خیلی حساس خواهد بود. به طور کلی، زاویه انتقال نمی‌بایست از $40°$ کمتر باشد. برای مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱۴ـ۷ موقعی که عضو ۲ در امتداد خط‌المرکزین O_2O_4 قرار می‌گیرد، زاویه انتقال مقادیر حدی μ' و μ'' را دارا خواهد بود.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۴ـ۷



شکل ۱۴ـ۸

۱۴ـ۵ منحنیهای مربوط به نقاط واقع بر روی میله رابط[1]

اغلب این خواسته موردنظر است که مکانیزمی داشته باشیم که نقطه‌ای را در امتداد مسیری مشخص هدایت کند. مسیرهای تولید شده توسط نقاط واقع بر میله رابط یک مکانیزم چهارمیله‌ای به منحنیهای میله رابط موسوم بوده و نقطه مولد را نقطه میله رابط[2] می‌گویند.

شکل ۱۴ـ۸ یک مکانیزم چهارمیله‌ای را نشان می‌دهد که برای حرکت نوبه‌ای فیلم در یک پروژکتور مورد استفاده قرار می‌گیرد. نقطه E واقع در روی میله رابط منحنی میله رابط نشان داده شده را طی می‌نماید. ضمن دوران لنگ محرک چنگک در یکی از شیارهای فیلم وارد و فیلم را به اندازهٔ یک کادر به پایین کشیده و سپس از شیار خارج و برای درگیری مجدد به بالا حرکت می‌کند.

مکانیزمهای خط مستقیم مورد بحث در قسمت ۳ـ۹ که در شکلهای ۳ـ۱۳ تا ۳ـ۱۷ نشان داده شده‌اند، مثالهایی از کاربرد منحنیهای میلهٔ رابط می‌باشند. کاربردهای دیگر منحنیهای میلهٔ رابط در ماشینهای خودکاری است که برای پیچیدن، بسته‌بندی، چاپ، نساجی یا بافندگی، کشاورزی و نقل و انتقال به کار گرفته می‌شوند.

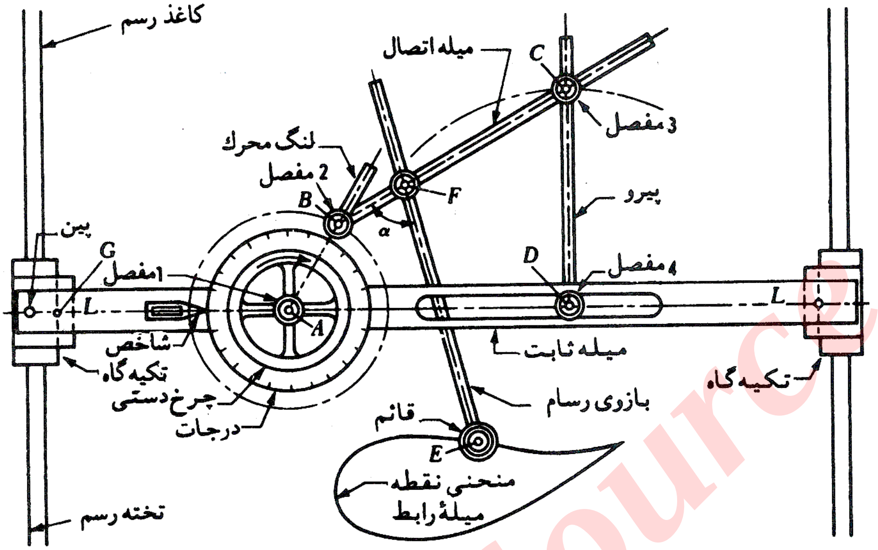
شکل ۱۴ـ۹ مکانیزمی را که از آن برای ترسیم سریع منحنی میلهٔ رابط استفاده می‌گردد نشان

1. coupler–point curves
2. coupler point

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۴-۹

می‌دهد.[1] طول چهار عضو AD، AB، BC، CD می‌توانند به وسیلهٔ تنظیم در نقاط B، C و D تغییر کنند. یک پیچ تنظیم در محل F می‌تواند، علاوه بر تغییر وضعیت زاویهٔ خط EF نسبت به خط BC طول EF را تغییر دهد. با گرداندن دستهٔ چرخی که با لنگ AB درگیر است، قلم واقع در نقطهٔ E منحنی میلهٔ رابط را ترسیم می‌نماید. نسبتهای مکانیزم را می‌توان آن قدر تغییر داد تا منحنی موردنظر به دست آید. شکل ۱۴-۱۰ منحنیهای مختلفی را که ممکن است تولید شود نشان می‌دهد.

یک کمک بسیار مفید به طراحان، برای به دست آوردن مکانیزمی با منحنی میلهٔ رابط موردنظر دلخواه کاتولوگ رانز نلسون[2] می‌باشد. این یک کتاب بزرگی است با صفحات ۲۸۰ × ۴۳۲ میلیمتر و شامل بیش از ۷۰۰۰ منحنی بوده که با مکانیزم قابل تنظیمی که به همین منظور طراحی شده است، رسم گردیده‌اند. این مکانیزم، یک مکانیزم چهارمیله‌ای با یک لنگ ورودی گردان و لنگ خروجی نوسان‌کننده می‌باشد. نامگذاری آن در شکل ۱۴-۱۱ نشان داده شده است. لنگ ورودی کوتاه‌ترین عضو بوده که طول آن ثابت و برابر واحد است. هریک از عضوهای A و B دارای طولی متغیر از ۱٫۵ تا ۴٫۵ و عضو C از ۱٫۵ تا ۶٫۵ بوده که با نمو ۰٫۵ انواع زیادی از حرکات ممکنه را نتیجه می‌گردد.

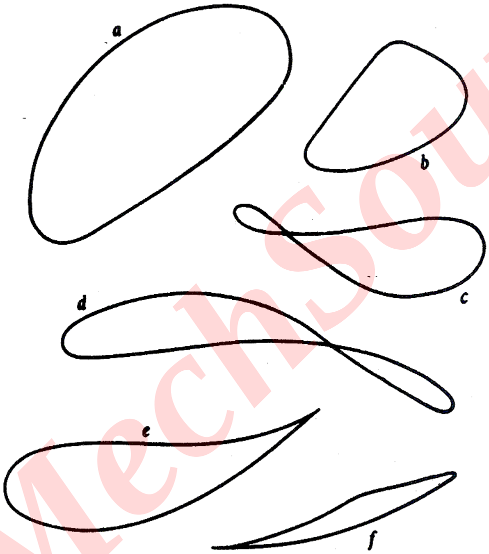
1. joseph Boehm, "Four-bar Linkages," Mach. Des., August, 1952.

2. J.A. Hrones and G. L. Nelson, "Analysis of the Four-bar Linkage", The Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology and John Wiley & Sons, Inc, New York, 1951.

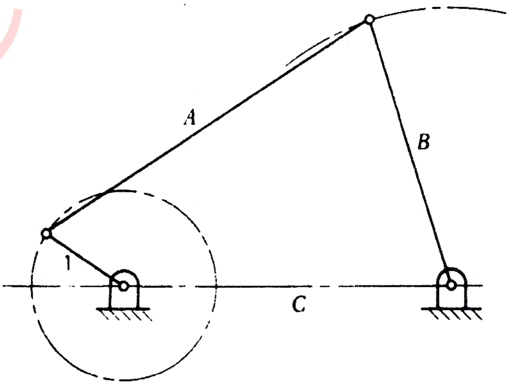
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

به میلهٔ رابط، صفحه‌ای متصل گردیده که مطابق شکل ۱۴ـ۱۲ دارای شبکه‌ای مستطیل شکل با ۵۰ سوراخ می‌باشد. برای هر ترتیبی از طول اعضا، منحنی حاصله از هر سوراخ واقع در روی صفحه ترسیم می‌گردد. ۵۰ منحنی مربوطه در پنج صفحه یعنی در هر صفحه ۱۰ منحنی نشان داده شده است. با جستجوی کاتالوگ، طراح می‌تواند به سرعت مکانیزمی راکه مسئله‌اش را حل کند پیدا کند. رونر و نلسون در این کاتالوگ فصلی راکه شامل چند بحث و چند مسئلهٔ نمونه طراحی می‌باشد ضمیمه کرده‌اند.



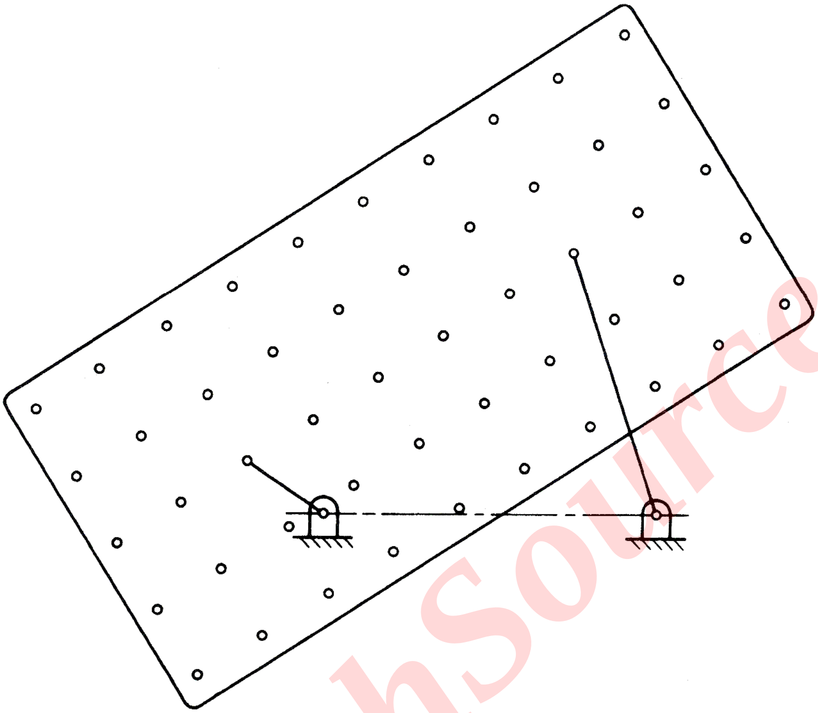
شکل ۱۴ـ۱۰



شکل ۱۴ـ۱۱

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۴ـ۱۲

۱۴ـ۶ مکانیزم چهارمیله‌ای مولد تابع با روش انطباق[1]

متد انطباق که توسط نیکسون[2] مورد استفاده قرار گرفته، یک روش ترسیمی است که به طور تقریبی نسبت بین طول اعضای یک مکانیزم چهارمیله‌ای را که تغییر مکانهای زاویه‌ای محرک و پیرو آن از یک جدول و یا رابطهٔ ریاضی تبعیت می‌کنند تعیین می‌کند. فرض کنید می‌خواهیم یک مکانیزم چهارمیله‌ای را طوری طراحی کنیم که تغییرمکانهای دو لنگ آن در رابطهٔ مندرج در جدول زیر صادق باشند.

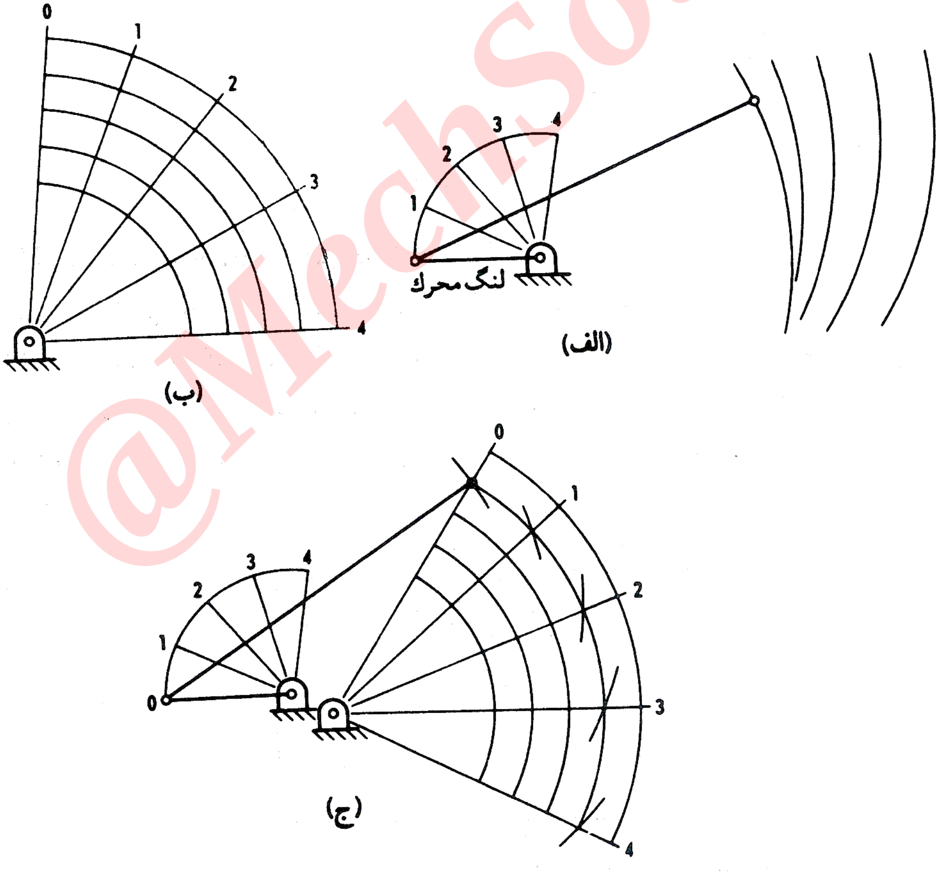
موقعیت	گردش از ابتدا (برحسب درجه)	
	لنگ محرک	لنگ متحرک
۰	۰	۰
۱	۲۵	۱۶
۲	۵۰	۳۴
۳	۷۵	۵۶
۴	۱۰۰	۸۴

1. four–Bar function generator by overlay method.
2. P. T. Nickson, A Simplified Approach to Linkage Designes, “Mach. Des”., December 1953.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

روش کار بدین صورت است که با استفاده از هر طول مناسبی، موقعیتهای لنگ ورودی را مطابق شکل ۱۴ـ۱۳ الف در روی کاغذ بکشیم. سپس با انتخاب طولی فرضی برای میلهٔ رابط به منزلهٔ یک شعاع و مرکز قراردادن هریک از موقعیتهای گژنپین محرک، قوسی رسم می‌کنیم. روی یک برگ کاغذ کالک موقعیتهای لنگ متحرک را مطابق شکل ۱۴ـ۱۳ ب برای تعدادی ممکن از طولهای لنگ می‌کشیم. سپس کاغذ کالک را مطابق شکل ۱۴ـ۱۳ ج بر روی رسم اولیه قرار داده و با این هدف که قوسهای رسم اولیه با ترتیبی صحیح یکی از سری موقعیتهای ممکنهٔ لنگ متحرک را قطع کند آن را به این طرف و آن طرف حرکت می‌دهیم. تا به دست آوردن نتیجهٔ مطلوب میلهٔ رابط دیگری با طول جدید را انتخاب و ضمن رسم منحنیهای نظیر شکل ۱۴ـ۱۳ الف آن را امتحان می‌کنیم. در بعضی موارد ممکن است مسئله دارای جواب نبوده باشد. محدوده‌ای از گردش لنگها که در عمل موفقیت‌آمیز بوده بین ۶۰ تا ۱۰۰ درجه می‌باشد.



شکل ۱۴ـ۱۳

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۴ـ۷ مولد رابطهٔ بین زوایای لنگها[1]

یک مکانیزم چهارمیله‌ای، مطابق شکل ۱۴ـ۱۴ طوری ترتیب یافته که تابعی مانند $y = f(x)$ را در فاصله‌ای محدود (مثلاً $y = x^2$ در فاصلهٔ $x = 1$ تا $x = 5$) تولید نماید. فرض می‌کنیم حدود تغییرات x برابر $x_f - x_s$ که در آن s نشان‌دهندهٔ شروع و f نشان‌دهندهٔ خاتمه است بوده باشد. حدود تغییرات مربوط به ϕ برابر $\phi_f - \phi_s$ می‌باشد. حدود تغییرات y برابر $y_f - y_s$ و حدود تغییرات مربوط به ψ برابر $\psi_f - \psi_s$ می‌باشد. از نظر مکانیکی x با زاویهٔ ϕ و y با زاویهٔ ψ قیاس می‌شوند.

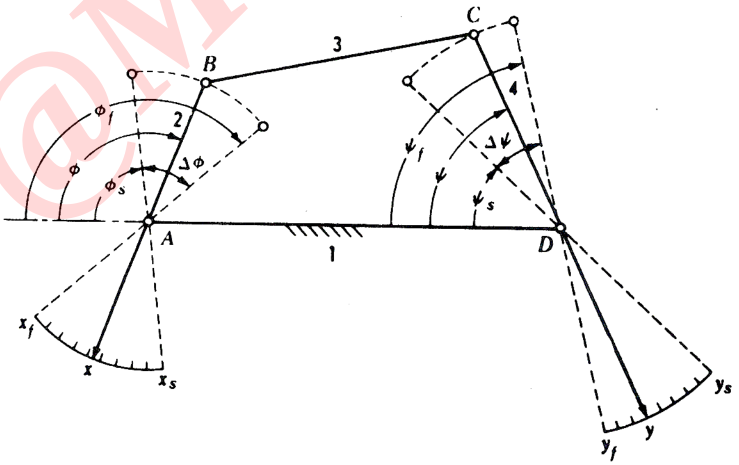
اگر منظور تنها طرح وسیله‌ای برای نشان دادن مقادیر مربوطهٔ x و y بوده باشد، می‌توانیم مطابق شکل ۱۴ـ۱۵ از یک عقربه و صفحهٔ مدرج دوبل استفاده کنیم. در اینجا مقیاس مربوط به x، یکنواخت بوده حال آنکه در مورد y چنین نمی‌باشد. یک نیاز مهمتر طرح مکانیزمی است که دارای مقیاسهای یکنواخت برای رسم x و رسم y بوده باشد. داشتن مقیاسی یکنواخت، دارای مزیتهایی می‌باشد. مدرج نمودن چنین مقیاسی خیلی راحت می‌باشد. باضافه در وسایل اندازه‌گیری صنعتی، حساسیتهای حاصله معمولاً متناسب با حرکت آنها می‌باشد.

شکل ۱۴ـ۱۶ رابطه‌ای خطی بین x و ϕ را نشان می‌دهد. با توجه به شکل

$$\phi = \phi_s + \frac{\phi_f - \phi_s}{x_f - x_s}(x - x_s) \qquad (۱۴ـ۴)$$

و

$$x = x_s + \frac{x_f - x_s}{\phi_f - \phi_s}(\phi - \phi_s) \qquad (۱۴ـ۵)$$



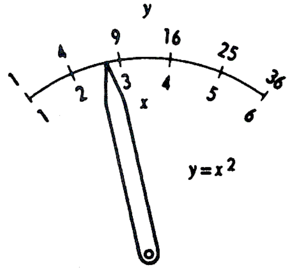
شکل ۱۴ـ۱۴

1. function generator crank-angle relationships

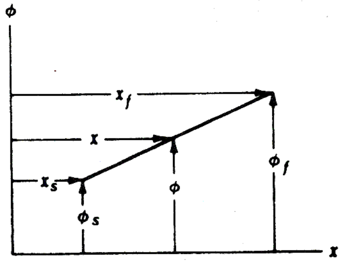
@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۴ـ۱۵



شکل ۱۴ـ۱۶

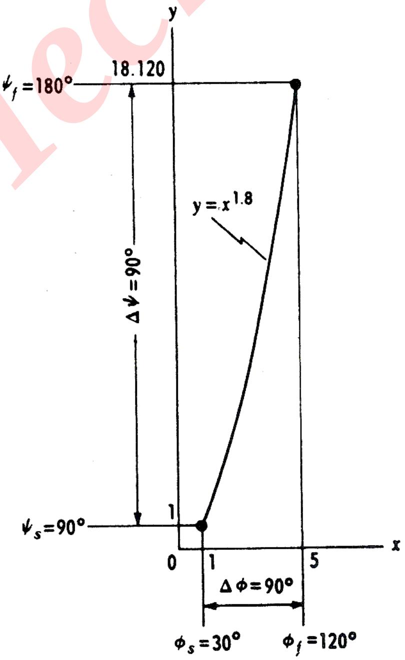
یک رابطهٔ خطی بین y و ψ را می‌توان به همین طریق نشان داده و نوشت

$$\psi = \psi_s + \frac{\psi_f - \psi_s}{y_f - y_s}(y - y_s) \tag{۱۴ـ۶}$$

و

$$y = y_s + \frac{y_f - y_s}{\psi_f - \psi_s}(\psi - \psi_s) \tag{۱۴ـ۷}$$

مثال ۱۴ـ۱ تعیین کنید رابطهٔ بین ϕ و ψ، یک مولد تابع که می‌بایست تابع $y = x^{1.8}$ را بین $x = 1$ تا



شکل ۱۴ـ۱۷

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۵ = x تولید نماید چه می‌باشد. فرض کنید $\phi_s = ۳۰^\circ$، $\Delta\phi = ۹۰^\circ$، $\psi_s = ۹۰^\circ$ و $\Delta\psi = ۹۰^\circ$.

حل: نمودار تابع در شکل ۱۴ـ۱۷ نشان داده شده است. از رابطهٔ (۱۴ـ۵)

$$x = ۱ + \frac{۵ - ۱}{۹۰^\circ}(\phi - ۳۰^\circ) = ۱ + \frac{۴}{۹۰^\circ}(\phi - ۳۰^\circ) \qquad (۱۴\text{ـ}۸)$$

از رابطهٔ (۱۴ـ۴)

$$y = ۱ + \frac{۱۸\text{٫}۱۱۹۵ - ۱}{۹۰^\circ}(\psi - ۹۰^\circ) = ۱ + \frac{۱۷\text{٫}۱۱۹۵}{۹۰^\circ}(\psi - ۹۰^\circ) \qquad (۱۴\text{ـ}۹)$$

با قراردادن روابط (۱۴ـ۸) و (۱۴ـ۹) در رابطهٔ $y = x^{۱\text{٫}۸}$ به دست می‌آوریم که

$$\psi = ۸۴\text{٫}۷۴۲۴ + ۵\text{٫}۲۵۷۶\left[۱ + \frac{۴}{۹۰^\circ}(\phi - ۳۰^\circ)\right]^{۱\text{٫}۸} \qquad (۱۴\text{ـ}۱۰)$$

۱۴ـ۸ روش فرودنشتن[1]

این روش، روشی است تحلیلی برای طراحی یک مکانیزم چهارمیله‌ای که می‌بایست تابعی معلوم را تولید نماید. رابطه‌ای بین طول اعضا و زوایای لنگ یک مکانیزم چهارمیله‌ای را می‌توان به شرح زیر استخراج نمود. فرض می‌کنیم اعضای مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱۴ـ۱۸، به صورت بردارهایی نشان داده شوند. مجموع مؤلفه‌های X بایستی برابر صفر باشد

$$b\cos\phi + c\cos\beta - d\cos\psi + a = ۰ \qquad (۱۴\text{ـ}۱۱)$$

همچنین مجموع مؤلفه‌های Y می‌بایستی برابر صفر باشد.

$$b\sin\phi + c\sin\beta - d\sin\psi = ۰ \qquad (۱۴\text{ـ}۱۲)$$

با تغییر ترتیب روابط (۱۴ـ۱۱) و (۱۴ـ۱۲) و مجذور نمودن آنها به دست می‌آوریم که

$$c^۲\cos^۲\beta = (d\cos\psi - a - b\cos\phi)^۲ \qquad (۱۴\text{ـ}۱۳)$$

$$c^۲\sin^۲\beta = (d\sin\psi - b\sin\phi)^۲ \qquad (۱۴\text{ـ}۱۴)$$

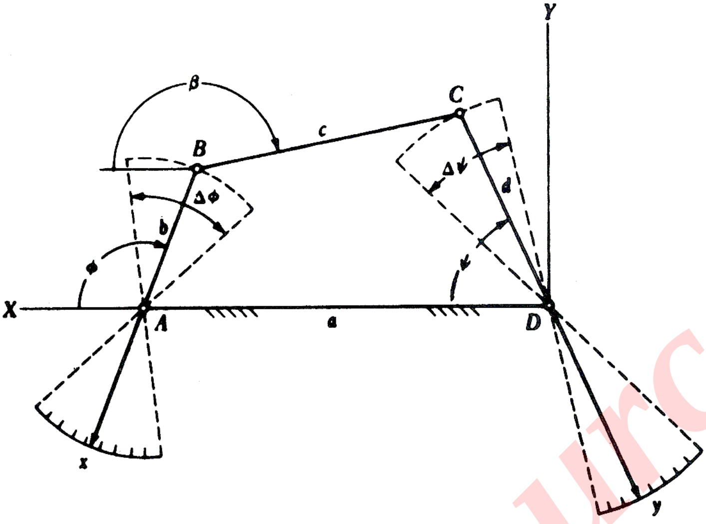
با بسط طرفین سمت راست این دو رابطه و جمع آنها با یکدیگر به دست می‌آوریم که

$$c^۲ = a^۲ + b^۲ + d^۲ - ۲ad\cos\psi - ۲bd\cos\phi\cos\psi - ۲bd\sin\phi\sin\psi + ۲ab\cos\phi \qquad (۱۴\text{ـ}۱۵)$$

1. Freudenstein's method

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۴ـ۱۸

این رابطه را ممکن است به صورت زیر هم نوشت

$$R_1 \cos\phi - R_2 \cos\psi + R_3 = \cos(\phi - \psi) \qquad (۱۴\text{ـ}۱۶)$$

که در آن

$$R_1 = \frac{a}{d} \quad , \quad R_2 = \frac{a}{b} \quad , \quad R_3 = \frac{a^2 + b^2 + d^2 - c^2}{2bd} \qquad (۱۴\text{ـ}۱۷)$$

رابطهٔ (۱۴ـ۱۶) به فرودنشتن منسوب بوده که زاویهٔ لنگ و طول اعضای یک مکانیزم چهارمیله‌ای را به هم مربوط می‌کند.

یک مکانیزم چهارمیله‌ای، تعداد بسیار کمی توابع را به طور صحیح و دقیق می‌تواند تولید نماید. شافر[1]* و کوچین[2] رابطه‌ای را که خود آن را، رابطهٔ سازگاری[3] نامیده‌اند استخراج کرده‌اند، که می‌توان از آن برای تعیین اینکه یک تابع در محدودهٔ معینی می‌تواند به طور صحیح تولید گردیده یا نه استفاده نمود.

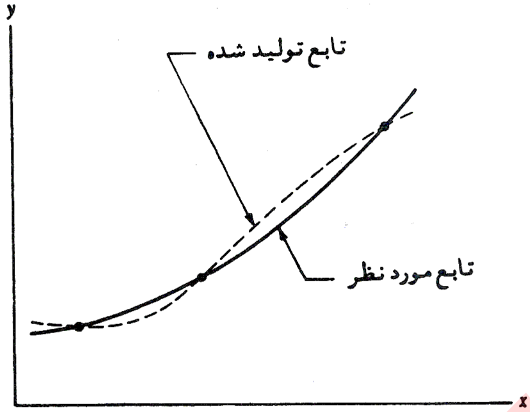
---

1. Shaffer

* B. W. Shaffer and I. Cochin, synthesis of the Quardric Chain When The Position of Two Members is Prescribed, Trans. *ASME*. October, 1954. 2. Cochin 3. compatibility equation

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۴ـ۱۹

از رابطهٔ فرودنشتن می‌توان برای طراحی یک مکانیزم چهارمیله‌ای که در تعدادی نقاط معین موسوم به نقاط دقیق قادر به تولید تابعی به طور دقیق می‌باشد استفاده گردیده و مطابق شکل ۱۴-۱۹، بین این نقاط تابع تولید شده نزدیک به تابع اصلی و مورد نظر خواهد شد. این بدان معنا است که مکانیزم طرح شده تنها در نقاط دقیق با رابطهٔ (۱۴ـ۱۶) سازگاری دارد. مقدار اختلافی که تابع تولید شده در بین نقاط دقیق با تابع مورد نظر دارد، با فاصلهٔ بین نقاط و طبیعت تابع مورد نظر بستگی خواهد داشت. روشهای موجود برای به دست آوردن چهار و یا پنج نقطهٔ دقیق بسیار پیچیده می‌باشد. در اینجا فقط سه نقطهٔ دقت در نظر گرفته خواهد شد.

مثال ۱۴ـ۲ اندازه‌های یک مکانیزم چهارمیله‌ای را که می‌بایست در فاصلهٔ $x = ۱$ تا $x = ۵$ تابع $y = x^{۱٫۸}$ را تولید نماید، تعیین کنید. فرض شده $\phi_s = ۳۰°$، $\Delta\phi = ۹۰°$، $\psi_s = ۹۰°$ و $\Delta\psi = ۹۰°$. فرض کنید نقاط دقیق موردنظر در $x = ۱$، $x = ۳$ و $x = ۵$ واقع می‌باشند.

حل: مقادیر x و y مندرج در جدول ۱۴ـ۱ را در روابط (۱۴ـ۴) و (۱۴ـ۶) قرار داده و مقادیر مربوطه

جدول ۱۴ـ۱

ψ (درجه)	ϕ (درجه)	y	x
۹۰	۳۰	۱	۱
۱۲۲٫۷۲	۷۵	۷٫۲۲۴۷	۳
۱۸۰	۱۲۰	۱۸٫۱۱۹۵	۵

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

برای ϕ و ψ را تعیین می‌کنیم. با نوشتن رابطهٔ فرودنشتن برای هریک از این حالات مکانیزم داریم:

$$R_۱ \cos ۳۰^\circ - R_۲ \cos ۹۰^\circ + R_۳ = \cos(-۶۰^\circ)$$

$$R_۱ \cos ۷۵^\circ - R_۲ \cos ۱۲۲٫۷۲^\circ + R_۳ = \cos(-۴۷٫۷۲^\circ)$$

$$R_۱ \cos ۱۲۰^\circ - R_۲ \cos ۱۸۰^\circ + R_۳ = \cos(-۶۰^\circ)$$

با توجه به این روابط

$$۰٫۸۶۶۰\, R_۱ + R_۳ = ۰٫۵۰۰۰$$

$$۰٫۲۵۸۸ R_۱ + ۰٫۵۴۰۵ R_۲ + R_۳ = ۰٫۶۷۲۷$$

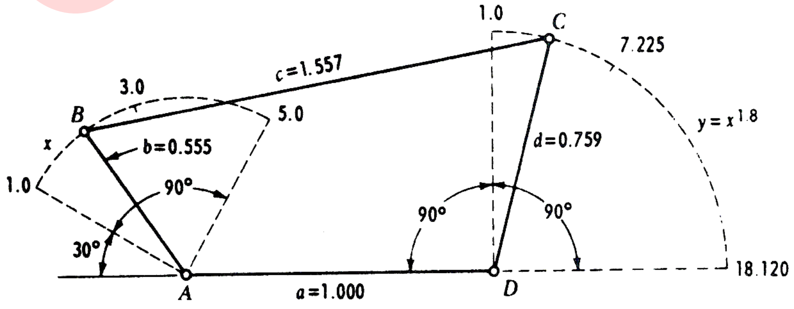
$$-۰٫۵۰۰۰ R_۱ + R_۲ + R_۳ = ۰٫۵۰۰۰$$

از این روابط

$$R_۱ = ۱٫۳۱۸۰\,,\; R_۲ = ۱٫۸۰۰۴\,,\; R_۳ = -۰٫۶۴۱۵$$

حال طول یکی از اعضا را به طور انتخابی در نظر گرفته و آنگاه روابط (۱۴ـ۱۷) را برای تعیین طول سایر اعضا حل می‌کنیم. فرض کنید $a = ۱$، بنابراین $b = ۰٫۵۵۵$، $c = ۱٫۵۵۷$ و $d = ۰٫۷۵۹$. مکانیزم به دست آمده در شکل ۱۴ـ۲۰ نشان داده شده است.

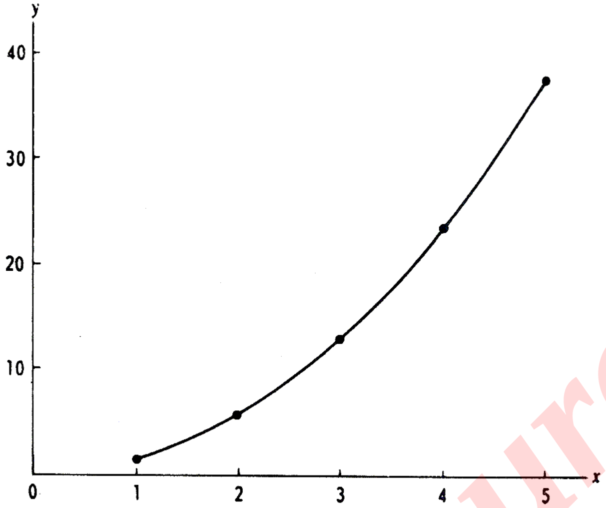
یک نتیجهٔ منفی برای b و d در حل مسئله نشان‌دهندهٔ آن است که امتداد اعضا در جهت خلاف آنچه که در شکل ۱۴ـ۱۸ نشان داده شده است می‌باشد.



شکل ۱۴ـ۲۰

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۴ـ۲۱

۱۴ـ۹ منحنیهای غلتان[1]

منحنیهای غلتان می‌توانند برای تولید یک تابع معلوم طراحی گردند.[2] به منظورنشان دادن این روش در تعیین منحنی خارجی قطعات غلتان مثالی را در نظر خواهیم گرفت. قطعات ۲ و ۳ از شکل ۱۴ـ۲۳ حول مراکز $O_۲$ و $O_۳$ دوران کرده و تغییرمکانهای زاویه‌ای آنها برحسب متغیرهای ϕ و ψ بیان می‌گردند. فرض کنید می‌خواهیم دو منحنی غلتان را طوری طراحی کنیم که تابع $y = ۱٫۵x^۲$ را در فاصلهٔ $x = ۱$ تا $x = ۵$ تولید نماید. تابع در شکل ۱۴ـ۲۱ ترسیم گردیده است. ورودی x و خروجی y به ترتیب با زوایای قیاسی ϕ و ψ در شکل ۱۴ـ۲۲ نمایش داده شده‌اند. فرض کنید، حدود تغییرات ϕ و ψ برابر ۱۲۰ درجه باشد. برای آنکه بین x و ϕ و همین‌طور بین y و ψ یک رابطهٔ خطی وجود داشته باشد، داده‌ها را در روابط (۱۴ـ۴) و (۱۴ـ٦) قرار می‌دهیم. بنابراین

$$\phi = ۰° + \frac{۱۲۰° - ۰°}{۵ - ۱}(x - ۱) = ۳۰\,(x - ۱) \qquad (۱۴ـ۱۸)$$

$$\psi = ۰° + \frac{۱۲۰° - ۰°}{۳۷٫۵ - ۱٫۵}(y - ۱٫۵) = \frac{۱۰}{۳}(y - ۱٫۵) \qquad (۱۴ـ۱۹)$$

در جدول ۱۴ـ۲ مقادیری برای x فرض گردیده و مقادیر مربوطه y تعیین شده است. آنگاه برای تعیین

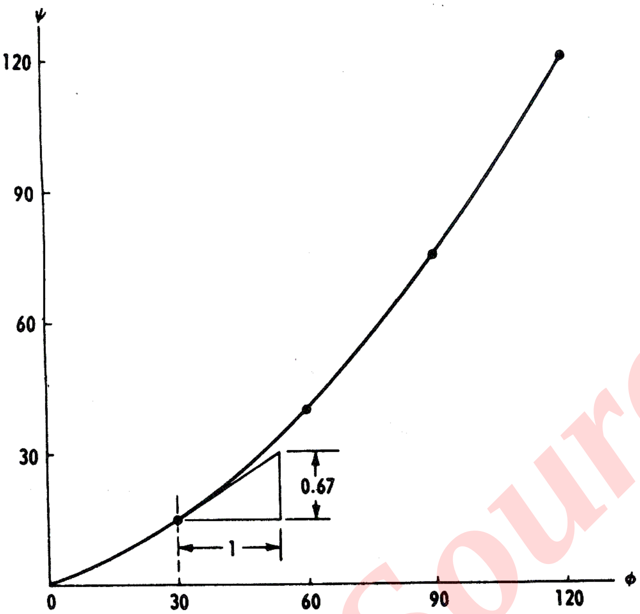
---

1. rolling curves

2. H. E. Golber, Rollcurve Gears, "Trans. ASME", vol. 61, p. 223.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۴ـ۲۲

جدول ۱۴ـ۲

R	r	$d\psi/d\phi$	ψ (درجه)	ϕ (درجه)	y	x	موقعیت
۲۵	۷۵	۰٫۳۳	۰	۰	۱٫۵	۱	۰
۴۰	۶۰	۰٫۶۷	۱۵	۳۰	۶	۲	۱
۵۰	۵۰	۱٫۰۰	۴۰	۶۰	۱۳٫۵	۳	۲
۵۷	۴۳	۱٫۳۳	۷۵	۹۰	۲۴	۴	۳
۶۲	۳۸	۱٫۶۷	۱۲۰	۱۲۰	۳۷٫۵	۵	۴

مقادیر ϕ و ψ این مقادیر در روابط (۱۴ـ۱۸) و (۱۴ـ۱۹) قرارداده شده است. سپس مقادیر به دست آمده برای ϕ و ψ، مطابق شکل ۱۴ـ۲۳ جداگردیده‌اند.

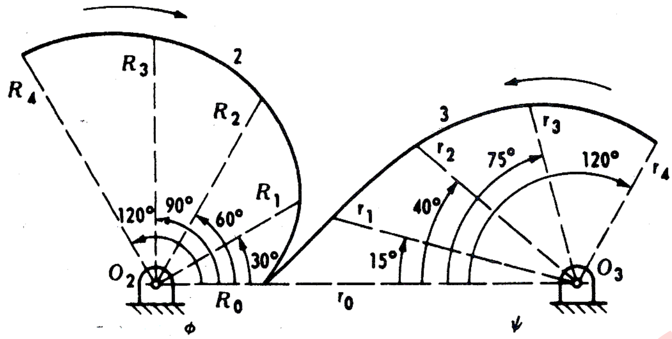
در فصل دوم آنجا که تماس غلتشی مورد بحث بود، نشان داده شد برای آنکه قطعات ۲ و ۳ از شکل ۱۴ـ۲۳ بر روی یکدیگر غلت بخورند، منحنیهای آنها بایستی طوری باشد که نقطهٔ تماس آنها همواره بر روی خط‌المرکزین O_2O_3 باشد. بنابراین در شکل ۱۴ـ۲۳

$$R + r = O_2O_3 \qquad (۱۴\text{ـ}۲۰)$$

شکل ۱۴ـ۲۲، ψ را که به صورت تابعی از ϕ ترسیم گردیده است، نشان می‌دهد. شیب این منحنی

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۴ـ۲۳

نسبت سرعت زاویه‌ای اجسام ۲ و ۳ را که می‌دانیم نسبت معکوس با شعاعها تا نقطهٔ تماس دارد نشان می‌دهد.

$$\frac{d\psi}{d\phi} = \frac{R}{r} \qquad (۱۴\text{ـ}۲۱)$$

به منظور تعیین عبارتی برای ψ، که تابعی از ϕ بوده باشد، می‌توانیم روابط (۱۴ـ۱۸) و (۱۴ـ۱۹) را برای x و y حل نموده و با قراردادن نتایج در رابطهٔ اصلی $y = ۱{,}۵x^۲$ به دست آوریم که

$$\psi = ۵\left(\frac{\phi}{۳۰} + ۱\right)^۲ - ۵ \qquad (۱۴\text{ـ}۲۲)$$

بنابراین

$$\frac{d\psi}{d\phi} = \frac{۱}{۳}\left(\frac{\phi}{۳۰} + ۱\right) \qquad (۱۴\text{ـ}۲۳)$$

با حذف R از روابط (۱۴ـ۲۰) و (۱۴ـ۲۱)، به دست می‌آوریم که

$$r = \frac{O_۲O_۳}{۱ + d\psi/d\phi} \qquad (۱۴\text{ـ}۲۴)$$

در جدول ۱۴ـ۲، مقادیر $d\psi/d\phi$، با استفاده از رابطهٔ (۱۴ـ۲۳) حساب شده و برای مقدار فرضی $O_۲O_۳ = ۱۰۰\,\text{mm}$ و با استفاده از رابطهٔ (۱۴ـ۲۴) مقادیر r تعیین گردیده است. منحنیهای حاصله در شکل ۱۴ـ۲۳ نشان داده شده‌اند.

تمرینها

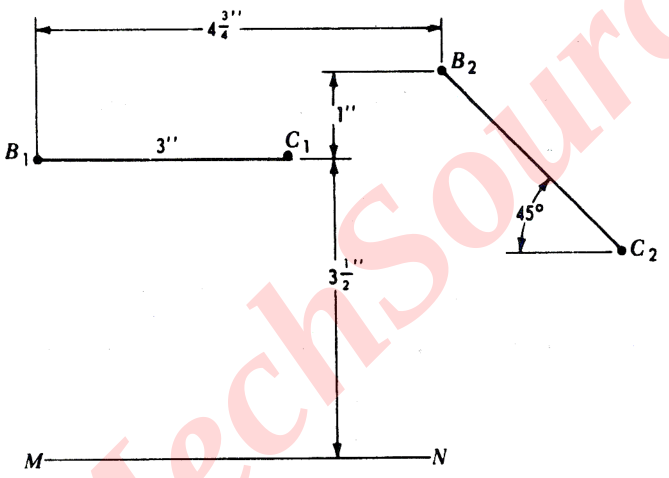
۱۴ـ۱ یک مکانیزم چهارمیله‌ای مطابق شکل ۱۴ـP1 را طوری طرح کنید که تابع زیر را تولید نماید. $B_۱C_۱$ دو نقطهٔ واقع بر یک عضو می‌باشند که می‌بایست ظرف ۰٫۷ ثانیه به موقعیت $B_۲C_۲$ رفته و

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

در ظرف ۵ر۰ ثانیه برگشت نمایند. این دو وضعیت، وضعیتهای انتهایی عضو را نشان می‌دهند. نقطهٔ مربوطه را ممکن است روی کاغذی به ابعاد $\frac{1}{2}$ ۸ × ۱۱ اینچ طوری کشید که نقطهٔ B_1 در فاصلهٔ سه اینچی از بالا و یک اینچی از لبه سمت چپ قرارگیرد. به منظور نشان دادن بازوی نوسان‌کننده از نقطهٔ C_2 خطی به لولای D، بازوی نوسان‌کننده وصل کنید. میلهٔ رابط می‌بایستی در نقطه‌ای واقع بر روی C_2D به میلهٔ نوسان‌کننده پین گردد. فاصلهٔ این نقطه از D، برابر ۵ر۳ اینچ می‌باشد. لنگ محرک در نقطه‌ای واقع بر روی خط MN لولا شده و طولش می‌بایست برابر یک اینچ باشد. تعداد دورلنگ را در دقیقه تعیین کرده و جهت گردش آن را بر روی نقشه نشان دهید.



شکل P۱-۱۴

۲-۱۴ برای طراحی یک مکانیزم چهارمیله‌ای، که می‌بایست در فاصلهٔ ۱ − = x تا ۱ + = x تابع $y = e^x$ را تولید نماید با استفاده‌از روش انطباق‌مشروح در قسمت ۱۴ ـ ۶ طراحی کنید. ابتدا با استفاده از روابط (۱۴-۴) و (۱۴-۶)، جدول زیر را تکمیل و مقادیر ϕ و ψ را تعیین کنید. فرض کنید لنگ دارای طولی معادل ۵ر۱ اینچ و میلهٔ رابط دارای طولی معادل ۴ اینچ باشد. با استفاده از یک مقیاس حقیقی، مکانیزم‌نهایی‌را در وضعیت شروعش نشان‌دهید. در سایر اوضاع آن‌را با خط‌چین نشان دهید.

موقعیت	x	y	ϕ (محرک)	ψ (متحرک)
۰	۱−		۰	۰
۱	۵ر۰ −			
۲	۰			
۳	۵ر۰ +			
۴	۱+		۱۰۰	۱۰۰

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۴ـ۳ مقادیر حدی μ' و μ'' زاویهٔ انتقال یک مکانیزم لنگ و آونگ مشابه شکل ۱۴ـ۴ را محاسبه کنید. عضو ۲ محرک می‌باشد. $r_1 = ۱۳۰\text{mm}$، $r_2 = ۳۴\text{mm}$، $r_3 = ۱۳۳\text{mm}$ و $r_4 = ۶۰\text{mm}$. بااستفاده از مقیاس ۱:۲ مکانیزم را موقعی که عضو ۲ در سمت راست قرار دارد با خط پر و وقتی که در سمت چپ قرار دارد، با خطچین رسم نمایید. زوایای μ' و μ'' را نامگذاری کرده و برای کنترل جواب فوق آنها را اندازه‌گیری نمایید.

۱۴ـ۴ یک مکانیزم لنگ و آونگ مشابه شکل ۱۴ـ۶ را طراحی کنید. عضو ۲ محرک بوده و می‌بایست وقتی که عضو ۴ در زاویهٔ ۸۰° نوسان می‌نماید، دوران کامل نماید. عضو ۴ دارای طول ۳۶ میلیمتر بوده و موقعی که در دورترین وضعیت سمت راست قرار دارد، شیب آن ۶۰ درجه به طرف بالا و متمایل به راست می‌باشد. با فرض آنکه $r_1 = ۶۰\text{mm}$ مقادیر r_2 و r_3 را تعیین کنید. با استفاده از مقیاس حقیقی مکانیزم را موقعی که در منتهاالیه سمت راست قرار دارد با خط پر، و موقعی که در منتهاالیه سمت چپ قرار دارد با خطچین رسم نمایید. مطابق شکل ۱۴ ـ ۴ زوایای انتقال θ_1 و θ_2 را نامگذاری کنید. آنها را اندازه‌گیری کرده و مقادیر آن را ثبت کنید. اگر لنگ با سرعت ثابت دوران کند، نسبت زمانی دو نوسان عضو ۴ را تعیین کنید.

۱۴ـ۵ با تغییرات x از صفر تا ۹۰° برای تولید تابع $y = \sin x$، روش فرودنشتن را مورد استفاده قرار داده و با انتخاب نقاط دقیقی در $x = ۰$، $x = ۶۰°$ و $x = ۹۰°$ یک مکانیزم چهارمیله‌ای طراحی کنید. فرض کنید $\phi_s = ۳۰۰°$، $\Delta\phi = ۹۰°$، $\psi_s = ۲۵۰°$ و $\Delta\psi = ۹۰°$. ضمناً فرض کنید طول عضو ثابت a مکانیزم، برابر ۲۵ میلیمتر می‌باشد. با استفاده از یک مقیاس حقیقی مکانیزم را در حالت شروع نشان دهید. در سایر اوضاع، آن را با خطچین نمایش دهید.

۱۴ـ٦ با تغییرات x از یک تا دو برای تولید تابع $y = ۱/x$، روش فرودنشتن را مورد استفاده قرار داده و با انتخاب نقاط دقیقی در $x = ۱$، $x = ۱٫۵$ و $x = ۲$ یک مکانیزم چهارمیله‌ای طراحی کنید. فرض کنید $\phi_s = ۳۰°$، $\Delta\phi = ۱۰۰°$، $\psi_s = ۱۲۰°$ و $\Delta\psi = ۹۰°$. ضمناً فرض کنید طول عضو ثابت a مکانیزم، برابر ۱۰۰ میلیمتر می‌باشد. با استفاده از یک مقیاس حقیقی، مکانیزم را در حالت شروع آن نشان دهید. در سایر اوضاع، آن را با خطچین نمایش دهید.

۱۴ـ۷ برای تولید تابع $y = \ln x$ در فاصلهٔ $x = ۱$ تا $x = ۲$ قرار است از منحنیهای غلتان استفاده گردد. فرض می‌کنیم تغییرات ϕ از صفر تا ۱۰۰ درجه و تغییرات ψ از صفر تا ۱۵۰ درجه می‌باشد. با افزایش x در فاصله‌های ۰٫۲ جدولی مشابه جدول ۱۴ـ۲ را ترتیب دهید. اگر فاصلهٔ دو مرکز، برابر ۷۶ میلیمتر باشد، منحنیهای غلتان را رسم نمایید.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۵

مکانیزمهای حسابگر قیاسی[۱]

۱۵ـ۱ مقدمه

بالارفتن تقاضا برای کنترلهای خودکار و تمایل در جهت خودکار نمودن موجب یک توسعه پیوسته در مکانیزمهای حسابگر شده است. مکانیزمهای حسابگر به دو دسته حسابگرهای عددی[۲] و حسابگرهای قیاسی[۳] تقسیم شده‌اند.

ماشینهای حسابگر عددی کمیتهای وارده را به صورت عددی معمولاً از طریق صفحه کلید دریافت کرده و عملیات ریاضی جمع، تفریق، ضرب و تقسیم را به وسیله تکرار جمع در وسائل شمارش انجام می‌دهد. انتگرال از طریق جمع و سریهای حدی جایگزین توابع مثلثاتی گردیده و نهایتاً نتیجه به فرم عددی در اختیار عمل کننده قرار می‌گیرد. ماشین حساب دستی، ماشینهای حساب رومیزی و کامپیوترهای عددی الکترونیکی، نمونه‌هائی از حسابگرهای عددی می‌باشند. بیشتر ماشینهای حسابگر عددی اطلاعات لازم از طریق کارتهای پانچ شده یا نوار دریافت می‌نمایند. یک ویژگی این نوع حسابگرها نتایج عددی حاصل از محاسبات قدم به قدم بوده که خود با صرف وقت قابل توجه و تأخیر مواجه است. جمع اثر این تاخیرها در کارهای محاسباتی پیچیده می‌تواند قابل توجه باشد. از حسابگرهای عددی که اطلاعات خود را از کارتهای پانچ شدهٔ، نوارهای مغناطیسی، دیسکتها و یا استوانه‌ها دریافت می‌کنند، در کارخانجات برای خودکار نمودن عملیات و

---

1. analog computing mechanisms *

* مؤلف از دو مقاله زیر استفاده کرده است.

"Computing Mechanisms" *Prod*, Eng March April 1956, and G.W.Michalec, "Analog Computing Mechanisms." *Mach*, des., March 1959, for the approach to most of the mechanisms discussed in this chapter.
2. digital comp
3. Analog Comp puters

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

یا سوارکردن قطعات استفاده می‌شود.

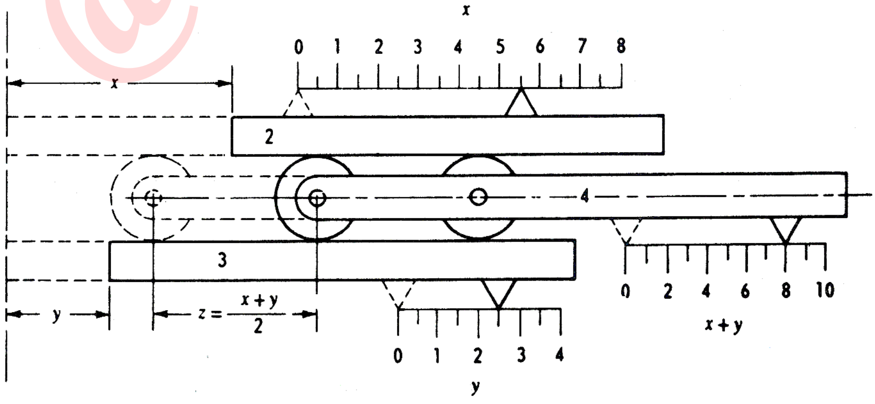
حسابگرهای قیاسی به جای مقادیر حسابی محض، با اندازه کار می‌کنند. این حسابگرها به مسائل مشخصی جواب لحظه‌ای و آنی داده و به داده‌های متغیر حل پیوسته خواهد داد. این وسائل ممکن است مکانیکی، برقی، هیدرولیکی و یا پنیوماتیکی باشند. معمولاً مکانیکی و یا برقی می‌باشند. حسابگرهای قیاسی می‌توانند به گونه‌ای طراحی شوند که عملیات معمول و متداول جبری مثل جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، انتگرال و تجزیه بردارها را انجام دهند. بعضی نمونه‌های ساده از حسابگرهای قیاسی، عبارت‌اند از خط کش محاسبه، اندازه گیر سطح و سرعت‌سنج. مهمترین حسابگر قیاسی، می‌تواند برای نمایش تابع یک و یا چند متغیر مستقل مورد استفاده قرار گیرد. مثالهایی از این نوع عبارت‌اند از انواعی که در رابطه با هدف‌گیریهای تفنگ و بمب و یا خودکارهای هواپیما مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۱۵ـ۲ جمع و تفریق

اصول کار مکانیزمهائی که عملیات جمع و تفریق را انجام می‌دهند، معمولاً مبتنی بر اصول تفاضل و تشخیص است. دو نوع ابتدائی از این نوع مکانیزمها عبارت‌اند از لغزنده و عضو تفاضلی و جعبه‌دنده‌های دیفرانسیل متشکل از چرخدنده‌های مخروطی و یا ساده. این مکانیزمها معادله اساسی زیر را حل می‌کنند.

$$z = \frac{x + y}{۲} \qquad (۱ـ۱۵)$$

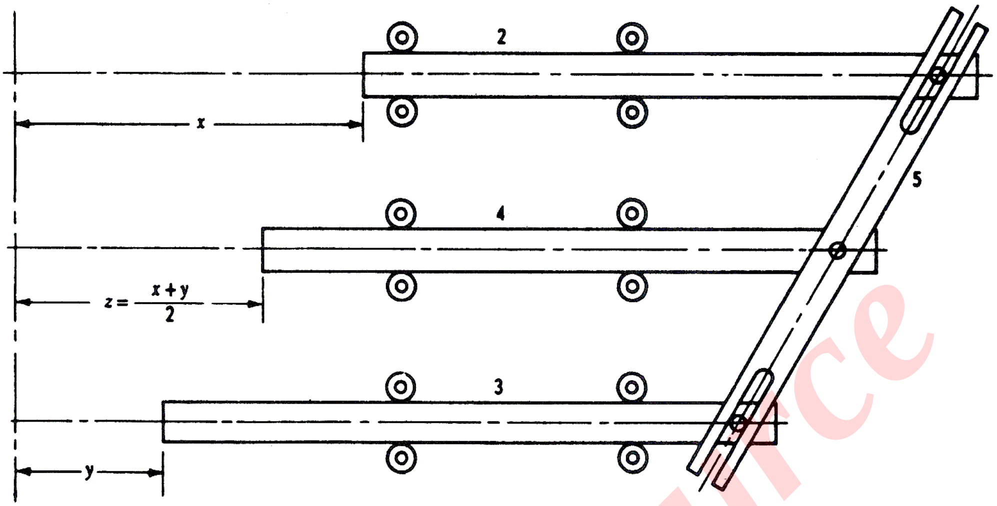
که در آن z خروجی و x و y ورودیها می‌باشند. در شکلهای ۱۵ـ۱ و ۱۵ـ۲ اعضای ۲ و ۳ به طور افقی بر روی غلتکها حرکت می‌کنند. این حرکت موجب حرکت عضو ۴ که تغییرمکان آن توسط معادله



شکل ۱۵ـ۱

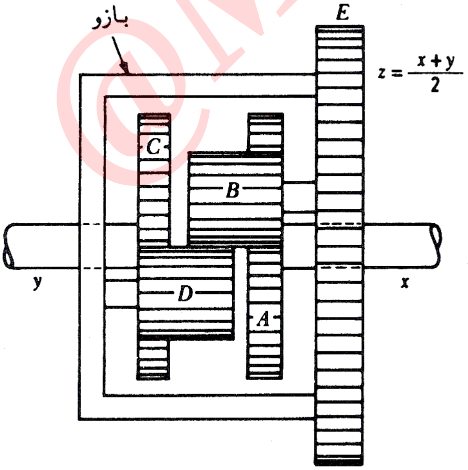
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

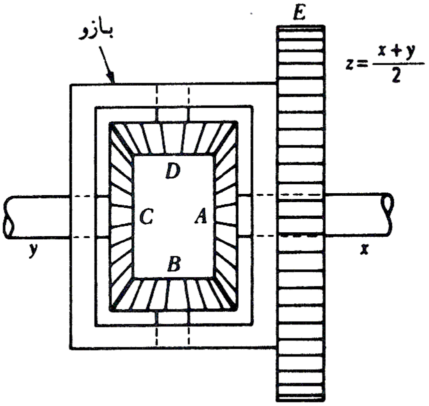


شکل ۱۵ـ۲

۱ـ۱۵ مشخص شده می‌گردد. وقتی قرار است دو عدد با یکدیگر جمع گردند، عضو ۲ به یکی از این اعداد و عضو ۳ به عدد دیگر حرکت کرده و جمع آنها توسط عضو ۴ مشخص می‌شود. مقیاس ۲ و ۳ با یکدیگر مساوی بوده و مقیاس ۴ دو برابر مقیاس استفاده شده برای ۲ و ۳ می‌باشد. عمل تفریق را می‌توان با ادامه مقیاسها به سمت چپ انجام داد.



شکل ۱۵ـ۴



شکل ۱۵ـ۳

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

احتمالاً متداولترین مکانیزم برای جمع و یا تفریق دیفرانسیل با جعبه‌دنده‌های مخروطی نشان داده شده در شکل ۱۵ـ۳ می‌باشد. چرخدنده E با بازو یک پارچه بوده و چرخدنده‌های A، B، C و D همگی قادر به گردش نسبت به بازو می‌باشند. تـغییرمکانهای زاویـه‌ای چـرخـدنده‌های A و C ورودیهای x و y را تشکیل داده و تغییرمکان زاویه‌ای بازو و یا چرخدنده E خروجی z را تشکـیل می‌دهد. بیانی از عملکرد این وسیله در قسمت ۱۳ـ۶ آمده که نشان می‌دهد معادله ۱۵ـ۱ صـادق است. طرز کار دیفرانسیل با چرخدنده‌های ساده نشان داده شده در شکل ۱۵ـ۴ مشابه دیفرانسیل با چرخدنده‌های مخروطی می‌باشد. دیفرانسیلهای دنده‌ای منسجم و کم حجم بوده و دارای ظـرفیت غیرمحدود تغییرمکان زاویه‌ای می‌باشند.

۱۵ـ۳ ضرب‌کننده‌ها

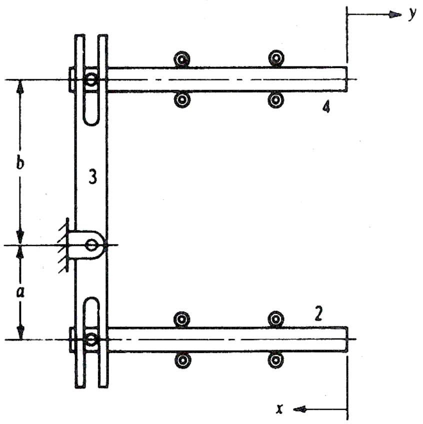
ساده‌ترین ضرب قابل مکانیزه، ضرب یک متغیر در یک عدد ثابت یعنی $y = cx$ می‌باشد. این کار را می‌توان با یک نسبت دنده c برای حرکت زاویه‌ای و به وسیله یک سیستم اهرمی مثل شکل ۱۵ـ۵ برای حرکت انتقالی انجام داد. در شکل، $y = cx$ که در آن $c = b/a$ می‌باشد.

ضرب دو متغیر را می‌توان، به وسیله یک ضرب‌کننده از نوع لغزشی، مطابق شکل ۱۵ـ۶ که در آن فاصله c یک ثابت می‌باشد انجام داد. از مثلثهای متشابه

$$\frac{z}{x} = \frac{y}{c}$$

بنابراین

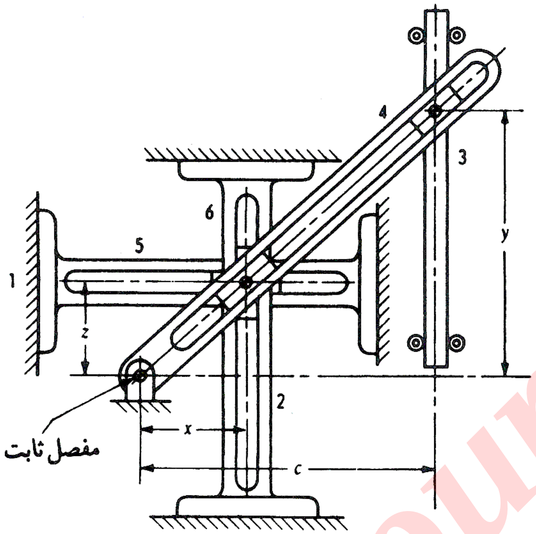
$$z = \frac{xy}{c} \tag{۱۵ - ۲}$$



شکل ۱۵ـ۵

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

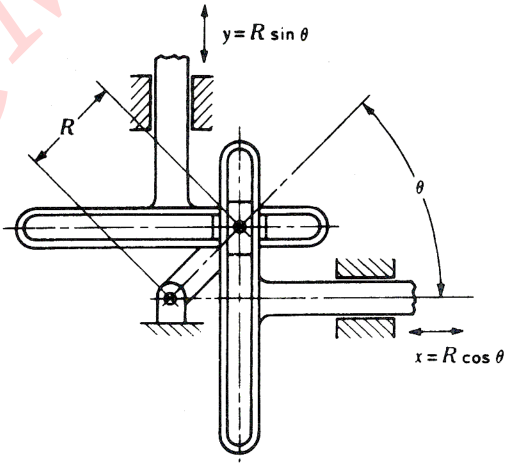


شکل ۱۵ـ۶

۱۵ـ۴ توابع مثلثاتی

مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱۵ـ۷، متشکل از دو اسکاچ یوک بوده و توابع سینوس و کسینوس را در تمام فاصله، صفر تا ۳۶۰ درجه ایجاد می‌کند.

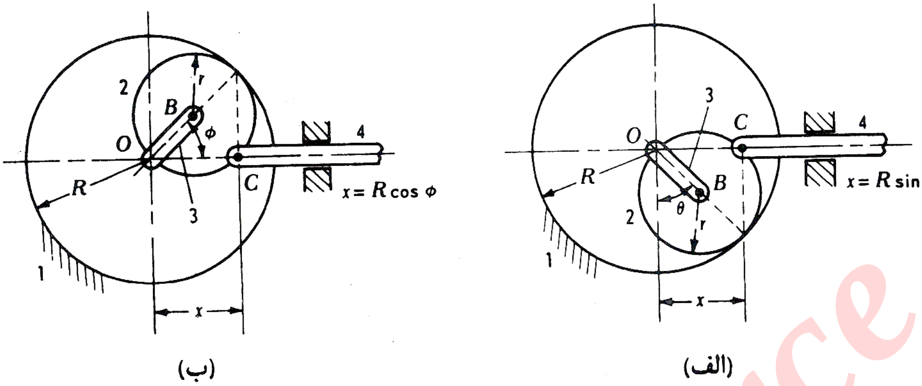
مکانیزم دیگر برای ایجاد سینوس و کسینوس یک زاویه، مورد استفاده قرار دادن رشته چرخدنده‌های اقماری نشان داده شده در شکل ۱۵ـ۸ می‌باشد. پینیون با شعاع $r = R/2$، بر روی یک چرخدنده داخلی ثابت به شعاع R غلت می‌خورد. یک نقطه ثابت C واقع بر محیط پینیون با حرکت



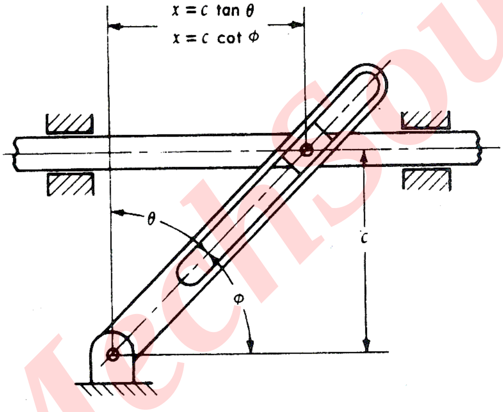
شکل ۱۵ـ۷

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۵-۸



شکل ۱۵-۹

@MechSource

هارمونیک ساده در امتداد یکی از اقطار چرخدنده حرکت خواهد کرد.

از آنجا که، توابع تانژانت و کتانژانت تا بینهایت ادامه دارند، تنها در فاصله محدودی ایجاد خواهند شد. مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱۵-۹ معمولاً برای ایجاد این توابع مورد استفاده قرار می‌گیرد. تغییرمکان x، بسته به اینکه θ یا ϕ، زاویه ورودی بوده باشند تانژانت و یا کتانژانت را ایجاد خواهند کرد.

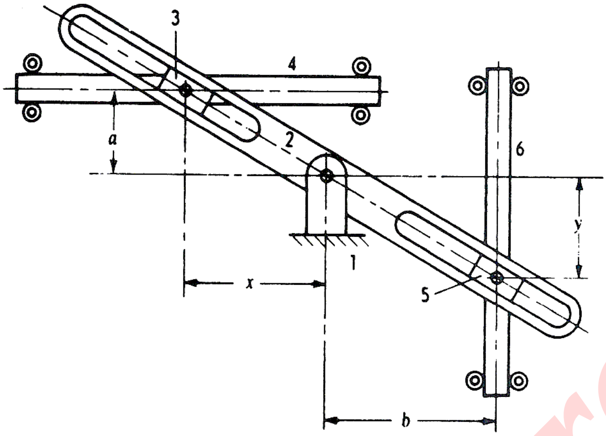
۱۵-۵ معکوس‌کننده

مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱۵-۱۰ عکس یک عدد را می‌دهد. از مثلثهای متشابه

$$\frac{x}{a} = \frac{b}{y}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۵ـ۱۰

بنابراین

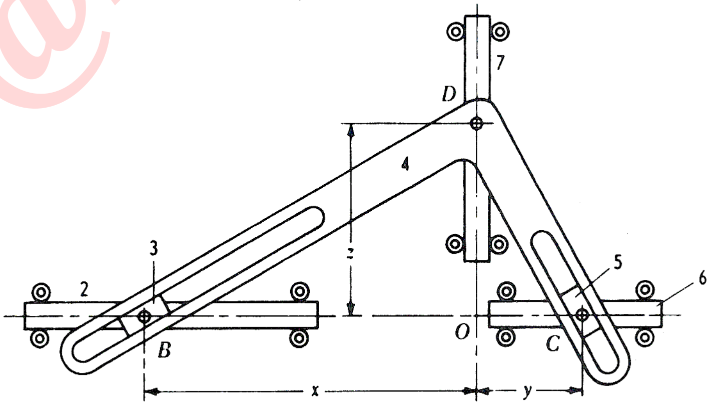
$$x = \frac{ab}{y} \tag{۱۵ـ۳}$$

این مکانیزم موقعی که به طور همزمان با مکانیزم شکل ۱۵ـ۷ مورد استفاده قرار گیرند، می‌توانند برای تعیین $\sec\theta$ و $\csc\theta$ مورد استفاده قرار گیرد.

۱۵ـ۶ مجذور، ریشه‌ها و ریشه‌های حاصلضرب

در شکل ۱۵ـ۱۱، BDC یک مثلث قائم‌الزاویه می‌باشد. از مثلثهای متشابه داریم

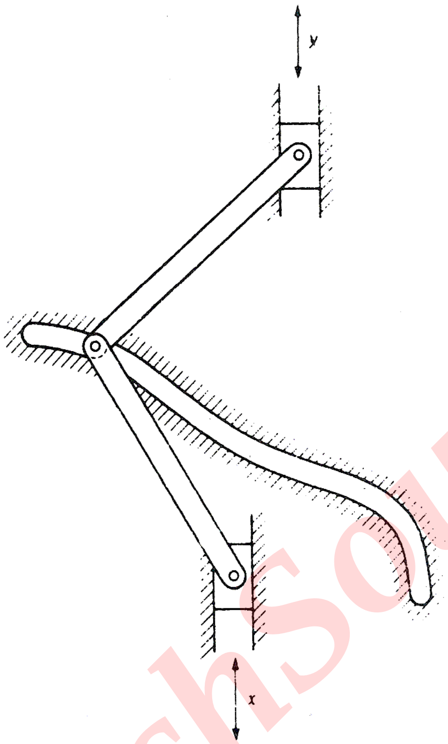
$$\frac{z}{x} = \frac{y}{z} \qquad z^2 = xy \qquad z = \sqrt{xy} \tag{۱۵ـ۴}$$



شکل ۱۵ـ۱۱

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۵ـ۱۲

عضو ۴ به عضو ۷ لولا شده و x، y و z متغیرها بوده که هریک از نقطه O شروع می‌شوند. اگر x و y ورودی بوده باشند، آنگاه z ریشه حاصلضرب آنها خواهد بود. اگر نقطه C در ۱ = y ثابت گردد، آنگاه $x = z^2$ و یا $z = \sqrt{x}$. اگر y با مقداری غیر از واحد، ثابت نگاه داشته شود، آنگاه می‌بایست یک مقیاس تبدیل منظور شود.

۱۵ـ۷ مولد از نوع شیاردار

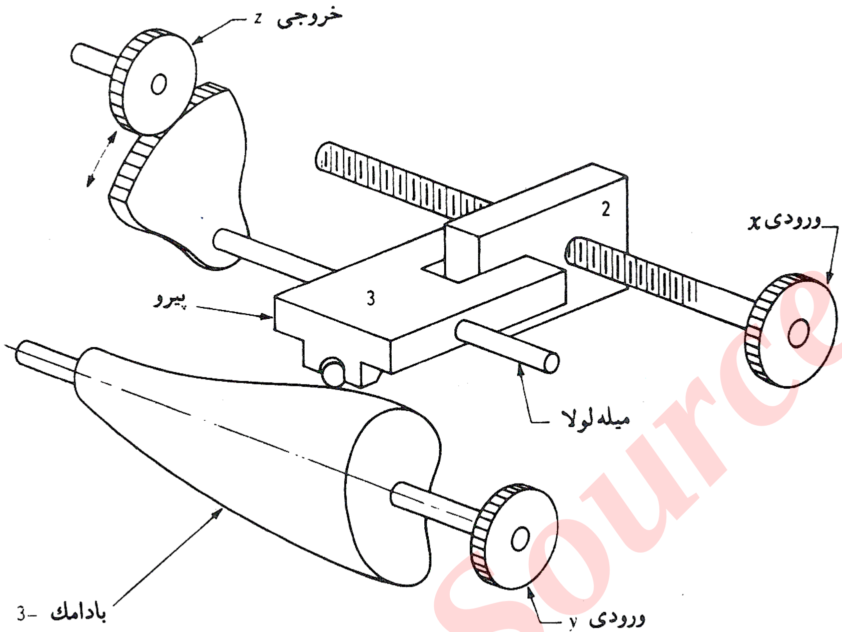
شکل ۱۵ـ۱۲ یک مولد تابع از نوع شیاردار را نشان می‌دهد، که برای تولید تابع $y = f(x)$ مورد استفاده قرار می‌گیرد. چنین ترتیبی برای توابع یک متغیره مناسب می‌باشد.

۱۵ـ۸ توابع دو متغیره

شکل ۱۵ـ۱۳ کاربرد بادامک سه بعدی را برای تولید تابع دو متغیره $z = f(x, y)$ نشان می‌دهد. به منظور ممانعت از چرخش قطعه ۲ این قطعه در راهنمائی که نشان داده نشده حرکت می‌کند. ولی این

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۵-۱۳

قطعه می‌تواند در امتداد محور پیش روی پیچ رفت و برگشت نماید. انتهای چپ قطعه ۲ آزادانه در شیار پیرو ۳ که توسط میله لولا مهار شده، جا داده شده است. بنابراین عضو ۳ می‌تواند در امتداد میله لولا حرکت کرده ولی سبب گردش میله با خود می‌گردد. یک ساچمه فولادی که در انتهای پیرو قرار گرفته بر روی بادامک می‌غلتد. بنابراین، ورودی x پیرو را در امتداد میله لولا جابه‌جا کرده و ورودی y بادامک را چرخانده و موجب یک تغییرمکان زاویه‌ای برای چرخدنده خروجی z می‌گردد.

۱۵-۹ بادامکها، منحنیهای غلتان و مکانیزمهای چهارمیله‌ای

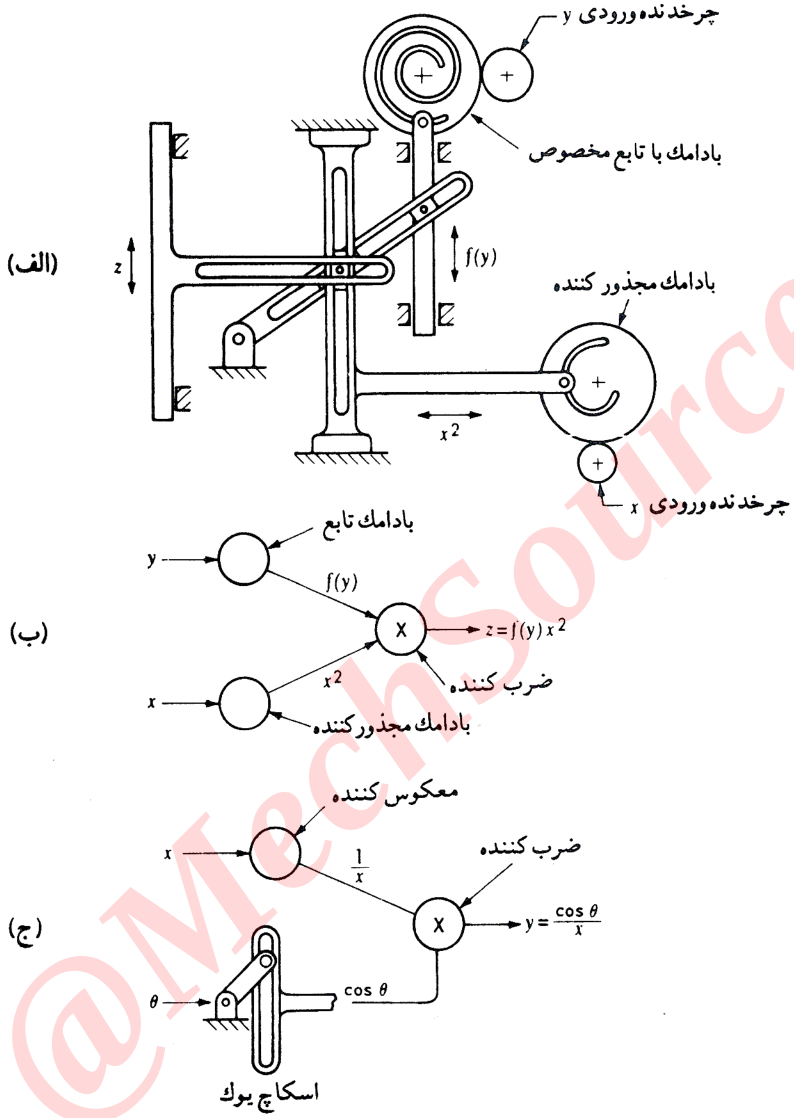
با توجه به مطالعات بادامک در فصل ۱۰ و مکانیزمهای چهارمیله‌ای و منحنیهای غلتان در فصل ۱۴ دیدیم که این مکانیزمها می‌توانند برای تولید توابع مختلف زیادی طراحی گردند. اگرچه طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای مشکل می‌باشد، ولی هزینه ساخت آن کمتر از بیشتر انواع دیگر وسائل حسابگر مورد بحث می‌باشد. مکانیزمهای چهارمیله‌ای از نظر ساختمان و ترکیب‌بندی بسیار ساده بوده می‌توانند با دقت زیاد ساخته شوند.

۱۵-۱۰ ضرب توابع پیچیده

ضرب توابع پیچیده، می‌تواند با کنترل حرکتهای میله‌های لغزنده ضرب کننده شکل ۱۵-۶ توسط

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۵ـ۱۴

بادامک انجام گیرد. تقسیم دو متغیر می‌تواند با تغذیه یکی از متغیرها در داخل یک معکوس‌کننده و سپس ضرب در دیگری انجام شود. مکانیزم شکل ۱۵ـ۱۴ الف معادله زیر را حل می‌نماید.

$$z = f(y)\,x^2$$

عملیات در دیاگرام شماتیک شکل ۱۵ـ۱۴ ب نشان داده شده است. شکل ۱۵ـ۱۴ ج شماتیکی از

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

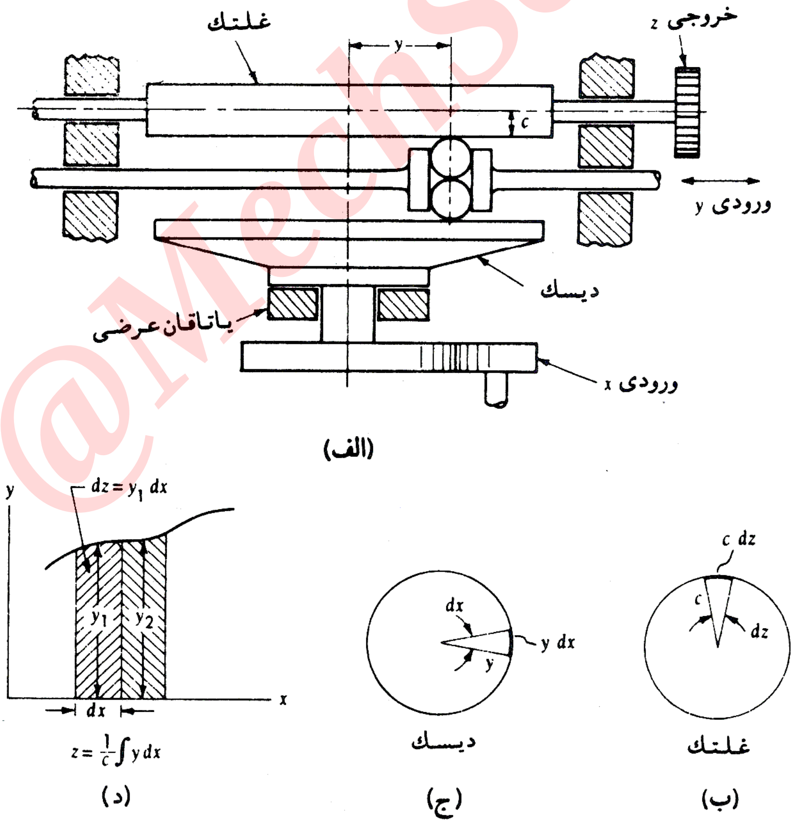
تولید تابع زیر را نشان می‌دهد.

$$y = \frac{\cos\theta}{x}$$

یک حسابگر مرکب، متشکل از ترکیب تعدادی حسابگرهای میله‌ای می‌باشد. دیاگرامهای شماتیکی نشان داده‌شده در شکلهای ۱۵-۱۴ ب و ۱۵-۱۴ ج کمکی در طرح اولیه یک حسابگر مرکب می‌باشند.

۱۵-۱۱ انتگرالگیر

انتگرالگیر نشان داده شده در شکل ۱۵-۱۵ الف اساساً یک محرک سرعت متغیر می‌باشد. بین دیسک و غلتک دو گلوله قرار داشته که قادرند در هر امتدادی غلتش خالص نمایند. دیسک در حالی که ورودی y فاصله مرکز دیسک تا گلوله‌های بدون اصطکاک یعنی y را تغییر می‌دهد، توسط ورودی x دوران می‌نماید. گردش جزئی دیسک به مقدار dx موجب غلتش در امتداد کمان مساوی بر روی



شکل ۱۵-۱۵

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

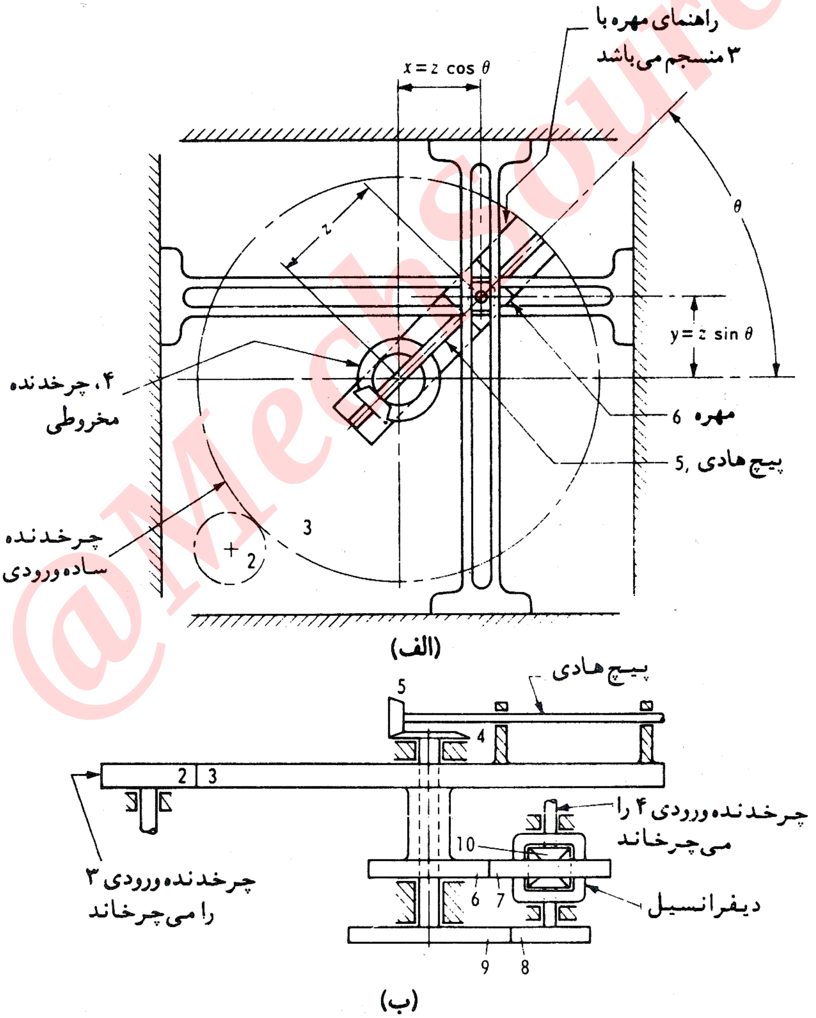
دیسک و غلتک می‌گردد. بنابراین

$$y\,dx = c\,dz \qquad \text{یا} \qquad dz = \frac{1}{c}y\,dx$$

برای تعداد دور معین x، تعداد دور گردش کلی dz برابر انتگرال $(1/c)\,y dx$ خواهد شد، که در آن y مطابق خواسته مسئله تغییر می‌کند.

۱۵ـ۱۲ تجزیه کننده بردار به مؤلفه‌ها

شکل ۱۵ـ۱۶ یک تجزیه‌کننده بردار به مؤلفه‌ها را نشان می‌دهد. مکانیزم یک بردار با مقدار z و



شکل ۱۵ـ۱۶

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

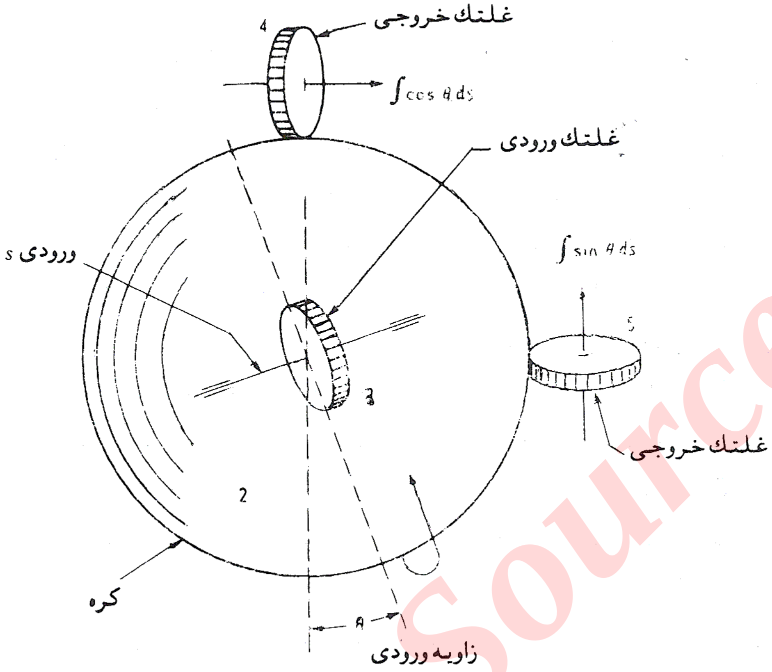
زاویه θ، که نسبت به زمان دارای تغییرات پیوسته می‌باشد را به مؤلفه‌های x و y تجزیه می‌کند. شکل ۱۵ـ۱۶ الف تصویر افقی می‌باشد. بردار در امتداد محور گام پیش روی پیچ قرار دارد. امتداد θ توسط چرخدنده ورودی ۳ تغییر می‌کند. چرخدنده مخروطی ۴ به عنوان ورودی دوم در امتداد گام پیش روی پیچ حرکت کرده تا مقدار z را تغییر دهد. با توجه به تصویر قائم در شکل ۱۵ـ۱۶ ب می‌توان مشاهده کرد که چرخدنده‌های ورودی ۳ و ۴ دارای حرکتهای مستقل می‌باشند. اگر z ثابت بوده باشد، تغییری در θ موجب دوران پیچ شده که این دوران موجب تغییری در z از مقدار موردنظر می‌شود. اگر برای نمو معینی در گردش، چرخدنده ۳ نمو یکسانی برای گردش چرخدنده ۴ پیش‌بینی شده باشد، این تغییرات را می‌توان ثبت نمود. به این منظور از یک دیفرانسیل جبرانی استفاده شده است. نسبت سرعت چرخدنده‌های ۶ و ۷، ۱:۱ بوده و نسبت سرعت چرخدنده‌های ۸ و ۹، ۲:۱ می‌باشد. بنابراین اگر قرار است مقدار z ثابت مانده و θ تغییر کند، چرخدنده ۱۰ می‌بایست ثابت نگاه داشته شده و چرخدنده ۳ گردش نماید. با یک دور گردش ۳ در جهت گردش عقربه‌های ساعت، چرخدنده ۶ چرخدنده ۷ از دیفرانسیل را یک دور در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت می‌چرخاند. این مطلب موجب دو دور گردش چرخدنده ۸ در خلاف گردش عقربه‌های ساعت می‌شود. به علاوه با دیفرانسیل به کار گرفته برای هر حرکت چرخدنده ۱۰ یعنی هر نموی از حرکت ۳، نموی با همان مقدار و جهت برای ۴ ایجاد خواهد شد.

۱۵ـ۱۳ برآیندگیر مؤلفه‌ها

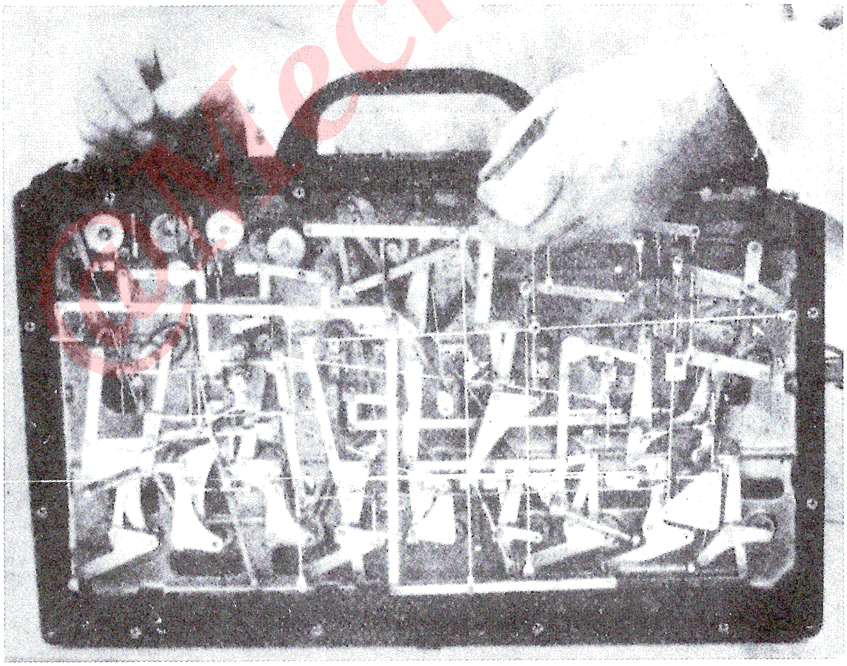
شکل ۱۵ـ۱۷ یک برآیندگیر مؤلفه‌ها را نشان می‌دهد. عضو ۲ گلوله‌ای می‌باشد که به وسیله غلتکها (نشان داده نشده‌اند) به گونه‌ای نگهداری می‌گردد که قادر است حول هر محور مار بر مرکزش دوران نماید. دیسک ۳ کره را حرکت داده و زاویه θ می‌تواند با دوران دیسک ۳ تغییر کند. در اینجا دو ورودی متغیر وجود دارد که عبارت‌اند از تغییر مکان زاویه‌ای s دیسک ۳ و موقعیت زاویه‌ای θ. دیسکهای ۴ و ۵ دارای محورهای ثابت بوده و تغییر مکان زاویه‌ای این دیسکها برابر برآیند مؤلفه‌های سینوس و کسینوس حرکتهای ورودی می‌باشد. مثالی از نحوه کار این وسیله به شرح زیر است. فرض می‌کنیم یک نقطه مادی در حال حرکت در صفحه xy بوده و جهت حرکت آن (زاویه θ که مماس بر مسیر آن با محور xها می‌سازد) برای هر وضعیت نقطه معلوم است. بنابراین فاصله‌ای را که در امتداد مسیر حرکت طی کرده، برابر تغذیه ورودی s بوده و جهت حرکت در هر لحظه مطابق ورودی θ می‌باشد. خروجیهای ۴ و ۵ برآیند تغییر مکانهای نقطه مادی در امتداد x و y می‌باشند.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۵ـ۱۷



شکل ۱۵ـ۱۸ مکانیزم حسابگر متداول.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۵ـ۱۴ میزان دقت

در مکانیزمهای حسابگر مکانیکی دو خطا وجود دارد: ۱. خطاهای سینماتیکی که مربوط به تقریبها در تابع ایجاد شده می‌باشد و ۲. خطاهای ساخت که مربوط به لقی‌های ساخت به کار رفته جهت امکان حرکت اجزاء می‌باشد. تمام مکانیزمهائی که در این فصل مورد بحث قرار گرفتند، همراه با بادامکها و منحنیهای غلتان که در فصلهای پیش به آنها اشاره رفت به طور تئوری صحیح بوده و دارای خطای سینماتیکی نمی‌باشند. ولی مکانیزمهای چهارمیله‌ای، که در فصل ۱۴ مورد بحث قرار گرفتند، نمی‌توانند طوری طراحی شوند که قادر بوده در یک محدوده معین کاملاً در تمام نقاط یک تابع صدق کنند و بنابراین دارای خطای سینماتیکی می‌باشند. برآیند گیر گلوله دیسکی ممکن است دارای خطای لغزشی باشد که این امر مربوط به ویژگیهای اجزای اصطکاکی است. تمام مکانیزمها، دارای خطای ساخت بوده و این خطا می‌بایست تا آنجا که از نظر اقتصادی امکان‌پذیر است به حداقل برسد.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

بخش دوم

دینامیک ماشینها

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۶

نیروهای استاتیکی در ماشینها

۱۶ـ۱ مقدمه

منابع و عوامل مختلفی موجب بروز نیرو در ماشینها می‌گردند. نیروها ممکن است ناشی از وزن قطعات اجزای سوار شده، بارهای وارده و انرژی انتقال یافته بوده باشند. همچنین در ماشینها، نیروهائی از انواع نیروهای اصطکاک، نیروهای اینرسی، نیروهای فنر، نیروهای ضربه و نیروهای ناشی از تغییر درجه حرارت ظاهر می‌شوند. در طرح نهائی یک ماشین با در نظر گرفتن کلیه این نیروها، قطعات مناسب می‌بایست به گونه‌ای انتخاب گردند که ایجاد اشکال ننمایند. در این کتاب، تأثیر کلیه نیروها مگر نیروهای ناشی از تأثیر اجزای سوار شده و نیروهای ناشی از تغییرات درجه حرارت منظور خواهد گردید. برای منظورنمودن این دو نوع نیرو، دانشجویان می‌توانند به کتابهای طراحی ماشین مراجعه نمایند.

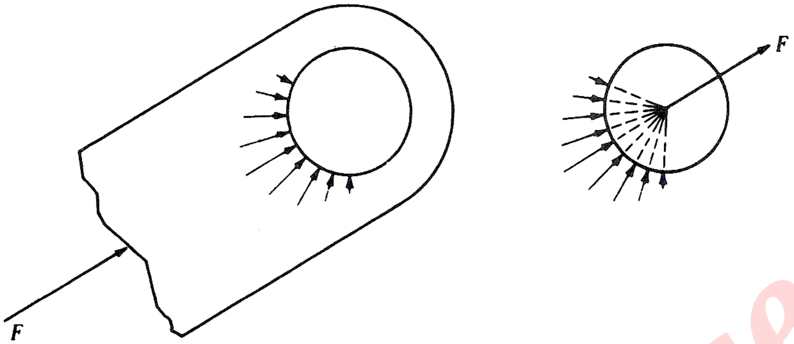
در تجزیه و تحلیل نیروهای استاتیکی وارد بر اجزای ماشین، از نیروهای اینرسی که تحت تأثیر شتاب بروز می‌نمایند صرفنظر می‌گردد. اگر نیروهای اینرسی به حساب آیند تجزیه و تحلیل را تجزیه و تحلیل دینامیکی می‌نامند. اغلب به دلیل آنکه وزن قطعات تشکیل دهنده ماشین در مقایسه با سایر نیروهای استاتیکی حاضر کوچک می‌باشند، در تجزیه و تحلیل استاتیکی از آنها صرفنظر می‌گردد. در این فصل، فقط نیروهای استاتیکی موردنظر قرار خواهند گرفت.

۱۶ـ۲ انتقال نیروها در یک ماشین

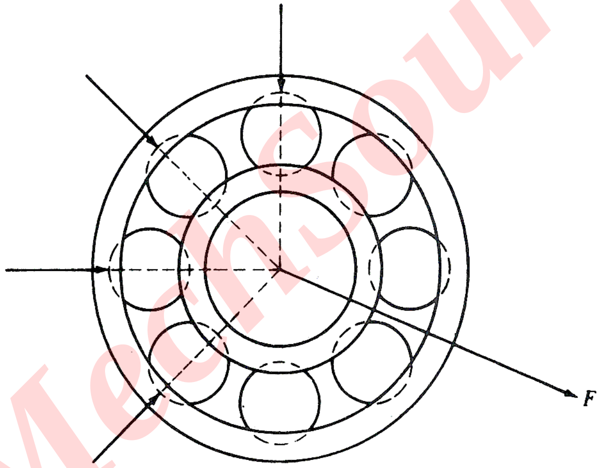
در فصل ۱ ماشین به عنوان مکانیزمی در نظر گرفته شده که نیروها را انتقال می‌دهد. نیروها در یک ماشین از طریق میله‌ها و یا بازوها و مفصلهائی که این میله‌ها را به هم مربوط می‌کنند انتقال می‌یابند. اگر از اصطکاک صرفنظر گردد، نیروی انتقالی از میله‌ای به میله دیگر عمود بر سطوح تماس

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



(الف)



(ب)

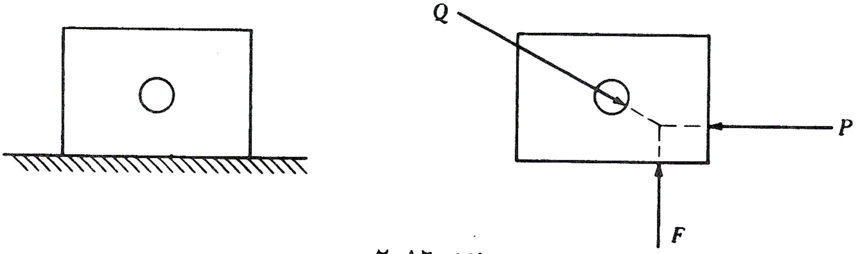
شکل ۱۶ـ۱

آنها می‌باشد. در ماشینهایی که خوب روغنکاری شده‌اند، نیروی اصطکاک در مقایسه با سایر نیروهای حاضر آن قدر ناچیز بوده که می‌توان از آن صرفنظر نمود.

یک مفصل گردشی به وسیله یک یاتاقان محوری و یا یک مفصل پینی نشان داده می‌شود. در شکل ۱۶ـ۱ الف، محور و یا پین در داخل سوراخ تعبیه شده در میله و یا عضو مربوطه قرار می‌گیرد. نیروهای وارده بر پین در امتداد عمود بر سطح آن عمل کرده و از این رو برآیند آنها یعنی F از مرکز پین خواهد گذشت. بالبرینگ نشان داده شده در شکل ۱۶ـ۱ ب و رولربیرینگ‌ها، نمونه‌هائی از مفصلهای گردشی می‌باشند. از آنجا که نیروهای نشان داده شده در شکل در امتداد سطوح تماس وارد می‌گردند، برآیند آنها یعنی نیروی F از مرکز یاتاقان می‌گذرد.

https://t.me/MechSource

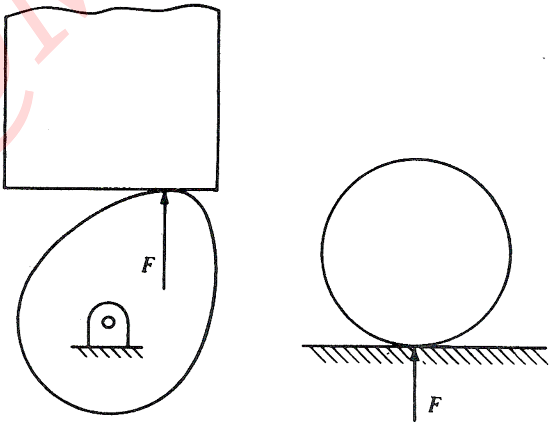
https://t.me/MechSource



شکل ۱۶ـ۲

یک مفصل لغزشی از نوع مفصلهای با تماس سطحی، به وسیله میله‌ای که با داشتن یک سطح تماس بر روی میله دیگر لغزش نماید مشخص می‌گردد. پیستون و یا لغزنده نشان داده شده در شکل ۱۶ـ۲ نمونه‌ای از این مفصل می‌باشند. فرض می‌کنیم P و Q نیروهای وارده بوده باشند. بنابراین برآیند نیروهای وارده بر سطح پایین لغزنده برابر F می‌باشد. این برآیند عمود بر سطوح تماس بوده و می‌بایست از محل برخورد نیروهای P و Q عبور کند. اگر خط اثر نیروی P، از مرکز پین گذشته باشد، نیروی F هم از این مرکز خواهد گذشت.

مفصلهای با تماس خطی یا نقطه‌ای (مفصلهای غلتشی و لغزشی) دارای نقطه و یا خط تماس می‌باشند. اگر از اصطکاک صرفنظر گردد، نیروی انتقال یافته از طریق مفصل در نقطه تماس اعضای عمود بر سطوح تماس خواهد بود. تماس غلتشی در بالبرینگ و یا رولربیرینگ نشان داده شده در شکل ۱۶ـ۱ ب و یا مطابق شکل ۱۶ـ۳ الف در چرخی که بر روی سطحی غلت می‌خورد به وجود می‌آید. مفصل خطی و یا نقطه‌ای با تماس لغزشی مطابق شکل ۱۶ـ۳ ب بین بادامک دیسکی و پیرو با سطح تخت و یا مطابق شکل ۱۶ـ۴ بین دنده‌های چرخدنده‌های ساده به وجود می‌آید. در

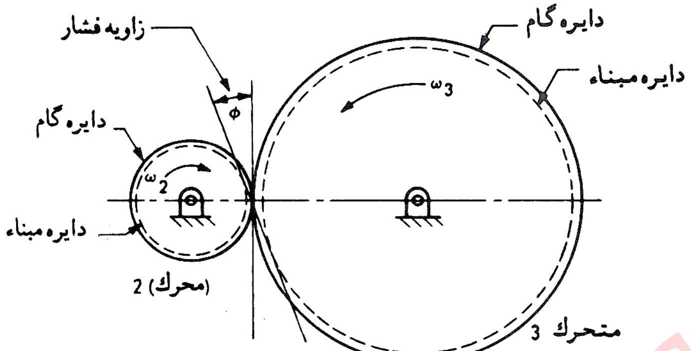


(ب) (الف)

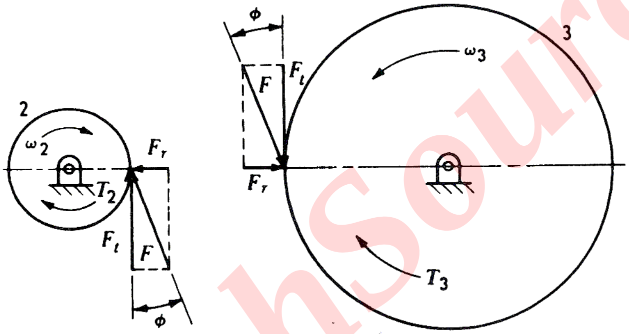
شکل ۱۶ـ۳

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



(الف)



(ب)

شکل ۱٦ـ۴

@MechSource

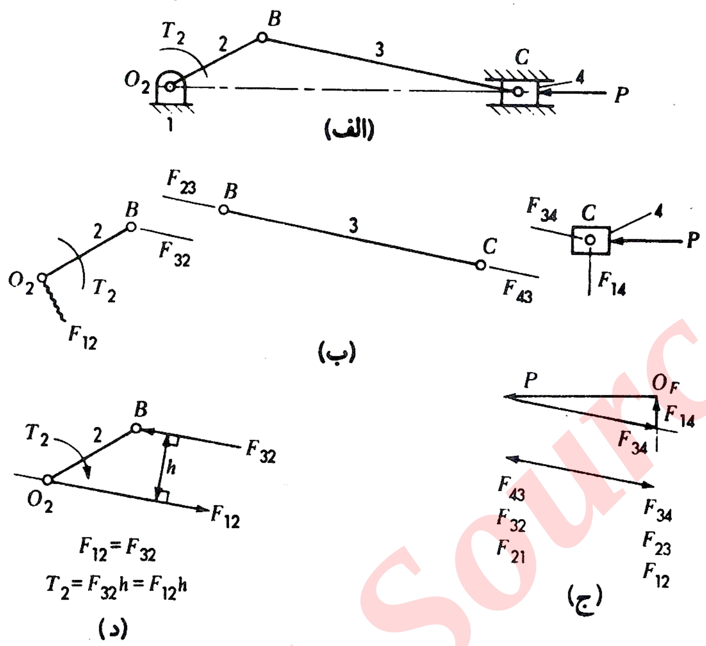
مفصلهای با تماس خطی و یا نقطه‌ای در صورت انتقال نیرو خط و یا نقطه تماس به وجود نخواهد آمد. به واسطه نیرو اعضاء تغییر فرم داده و به جای داشتن خط و یا نقطه تماس سطح تماس بسیار کوچکی ایجاد خواهد شد. اما می‌توان فرض نمود، که نیرو به یک نقطه وارد می‌گردد. اگر در شکل ۱۶ـ۴ از اصطکاک بین دنده‌ها صرفنظر گردد، مطابق شکل نیروی انتقال یافته بین چرخدنده‌ها برابر F می‌باشد. این نیرو از نقطه تماس دو دایره تقسیم گذشته و در امتداد خط فشار، یعنی در امتداد قائم مشترک نقطه تماس دو دنده درگیر می‌باشد. F_t و F_r مؤلفه‌های مماسی و شعاعی نیروی F می‌باشند. $T_۲$ گشتاور محرکی است که از طریق شفت چرخدنده شماره ۲ به آن وارد گردیده و $T_۳$ گشتاور مقاومی است که از طریق شفت چرخدنده شماره ۳ به آن وارد می‌گردد.

۱٦ـ۳ مکانیزم لنگ و لغزنده

شکل ۱۶ـ۵ الف، یک مکانیزم لنگ و لغزنده‌را نشان می‌دهد.نیرویی مانند P، که‌می‌توان فرض نمود برآیند فشار گاز می‌باشد بر پیستون وارد می‌گردد. برای حفظ تعادل می‌بایست گشتاوری مانند $T_۲$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۶ـ۵

توسط شفت واقع در $O_۲$ به لنگ وارد گردد.

روشی که برای تجزیه و تحلیل نیروها در مسائل مورد استفاده قرار خواهد گرفت، رسم دیاگرام آزاد برای هر عضو خواهد بود. گاهی اوقات ترکیبی از چند عضو به عنوان دیاگرام آزاد در نظرگرفته خواهد شد. در یک دیاگرام آزاد، عضو مورد نظر ازکل مجموعه و یا مکانیزم جدا شده وکلیه نیروها وگشتاورهای خارجی وارده بر آن نشان داده خواهد شد. اگر تعداد مجهولها بیش از سه تا نبوده باشد، با استفاده از معادلات تعادل مسئله قابل حل خواهد بود. اگر مجهولهای مربوط به یک عضو واحد، بیش از سه تا بوده باشد، آنگاه قبل از آنکه بتوان مسئله را حل نمود، می‌بایست با استفاده از معادلات تعادل اعضای دیگر اطلاعات بیشتری را به دست آورد. در مورد اهمیت جداسازی اعضاء و رسم دیاگرام آزاد آنها، بیش از این نمی‌توان تأکید نمود.

شکل ۱۶ـ۵ ب، هریک از اعضاء را نشان می‌دهد که ضمن جداشدن از مکانیزم اصلی مقادیر نیروهای معلوم وارد بر آنها مشخص شده است. در یک مفصل پینی هیچ گشتاوری وجود ندارد. بنابراین در هریک از دو انتهای عضو شماره ۳ فقط نیرو وجود دارد. هر وقت که عضوی فقط تحت تأثیر دو نیرو قرار داشته باشد، نیروها می‌بایست با مقادیر مساوی و جهت مخالف در یک خط قرار گیرند. در مکانیک چنین عضوی به عضو دو نیرو معروف است. $F_{۲۳}$ نشان‌دهنده نیروئی است که عضو ۲ به عضو ۳ وارد کرده و $F_{۴۳}$ نیروئی است که عضو ۴ به عضو ۳ وارد می‌نماید. در این

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

دیاگرامها برای نیروهائی که امتداد آنها معلوم بوده ولی مقدار آنها مشخص نیست، از یک خط پر بدون جهت استفاده می‌کنیم. با تجزیه و تحلیلی بر روی عضو شماره ۳ نمی‌توان تعیین نمود که این عضو تحت تأثیر کشش قرار دارد و یا فشار.

عضو شماره ۴، تحت تأثیر سه نیرو قرار دارد. نیروی P چه از نظر مقدار و چه از نظر امتداد معلوم بوده و در شکل ۱۶-۵ ب با یک خط پر جهتدار نشان داده شده است. F_{34} نیروئی است که عضو شماره ۳ به عضو شماره ۴ وارد نموده که چون جهت آن می‌بایست مخالف F_{43} باشد پس امتدادش معلوم است. F_{14} نیروئی است که عضو شماره ۱ به عضو شماره ۴ وارد می‌نماید. امتداد آن عمود بر سطوح تماس بوده، معهذا مقدارش مجهول است. در دیاگرام مربوط به عضو شماره ۴ فقط دو مجهول وجود دارد. این دو مجهول عبارت‌اند از مقادیر نیروهای F_{34} و F_{14}.

F_{32} نیروئی است که از عضو ۳ به عضو ۲ وارد شده، امتدادش معلوم ولی مقدارش مجهول است. F_{12} نیروئی است که با مقدار و امتداد نامعلوم از طرف بدنه و یا عضو شماره ۱ به عضو شماره ۲ وارد می‌گردد. T_2 گشتاوری است که توسط شفت به لنگ شماره ۲ وارد گردیده و کلاً مجهول می‌باشد. بدین ترتیب عضو شماره ۲ دارای چهار مجهول می‌باشد. خط دندانه‌دار رسم شده از نقطه O_2 نشان می‌دهد که نیروی F_{12} وارده بر این نقطه از نظر مقدار و یا امتداد نامشخص است.

ابتدا عضو شماره ۴ که فقط دارای دو مجهول است، مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. با رسم کثیرالاضلاع نشان داده شده در شکل ۱۶-۵ ج دو مقدار مجهول تعیین می‌گردند. نقطه O_F هر نقطه دلخواهی است که به عنوان قطب کثیرالاضلاع نیرو مورد استفاده قرار گرفته و سپس نیروی P با هر مقیاس دلخواه و مناسبی از این نقطه رسم گردیده است. آنگاه مقادیر نیروهای F_{34} و F_{14} با رعایت مقیاس در نظر گرفته شده تعیین می‌گردند. توجه داشته باشید که چون به منظور تعادل عضو شماره ۴ مجموع نیروهای وارده می‌بایست برابر صفر باشند، پس جهت نیروهای F_{34} و F_{14} مطابق آنچه می‌باشد که در شکل نشان داده‌شده است. این بدان دلیل‌است که وقتی‌بردارها را جمع‌کنیم می‌بایست آنها را به طور زنجیری سر یکی را به ته دیگری متصل نمائیم. از آنجا که نیروی F_{34} تعیین شده از کثیرالاضلاع فوق به‌طرف پایین و متمایل به‌سمت راست تأثیر می‌نماید، پس نیروی F_{43} می‌بایست به طرف بالا و متمایل به سمت چپ تأثیر نماید. بنابراین نیروی F_{23} به طرف پایین و متمایل به راست تأثیر نموده و از این رو درمی‌یابیم که عضو شماره ۳ در این حالت تحت فشار قرار دارد.

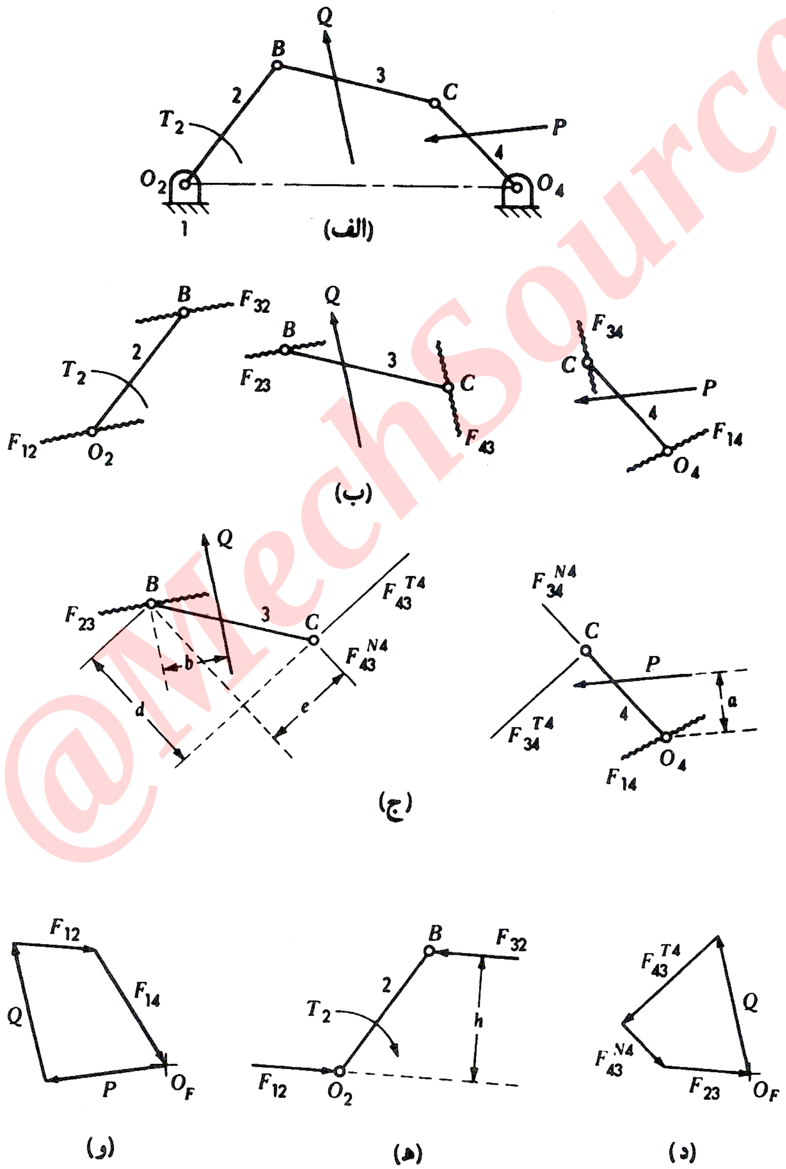
به منظور تعادل نیروهای وارده بر عضو شماره ۲ توجه می‌کنیم که مطابق شکل ۱۶-۵ د، نیروی F_{12} می‌بایست برابر و در جهت خلاف F_{32} بوده باشد. اما دو نیروی مساوی، موازی و در جهت خلاف یکدیگر کوپلی را ایجاد می‌کنند که فقط توسط کوپل دیگری می‌تواند تعادل پیدا کند. این کوپل T_2 بوده که مقدارش برابر $F_{32}h$ و در جهت گردش عقربه‌های ساعت بوده که توسط شفت به لنگ شماره ۲ وارد می‌گردد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۶ـ۴ مکانیزم چهارمیله‌ای

مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱۶ـ۶ الف، تحت تأثیر دو نیروی نشان داده شده P و Q قرار دارد. برای حفظ تعادل می‌بایست به عضو شماره ۲ گشتاوری مانند $T_۲$ وارد گردد. فرض کنید می‌خواهیم نیروهای وارده بر پینهای مختلف و مقدار گشتاور $T_۲$ را تعیین کنیم.



شکل ۱۶ـ۶

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

ابتدا با در نظر گرفتن ترکیبی از اعضای ۲، ۳ و ۴ به عنوان دیاگرام آزاد، سعی در حل مسئله می‌نمائیم. بدین ترتیب پنج مجهول خواهیم داشت که عبارت‌اند از مقدار و امتداد نیروی $F_{۱۲}$، مقدار و امتداد نیروی $F_{۱۴}$ و مقدار گشتاور $T_۲$. از آنجا که تنها سه معادله تعادل داریم از این طریق به حلی نخواهیم رسید.

سپس مطابق شکل ۱۶-۶ ب، اعضای مختلف را جدا کرده و دیاگرام آزاد آنها را می‌کشیم. اگر عضو ۲ در نظر گرفته شود پنج مجهول، اگر عضو ۳ در نظر گرفته شود چهار مجهول و بالاخره اگر عضو شماره ۴ را در نظر بگیریم چهار مجهول وجود داشته که می‌بایست تعیین گردند. بنابراین هیچ یک از اعضا، به خودی خود نمی‌توانند مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرند. توجه داشته باشید اگر اعضای ۳ و ۴ با هم در نظر گرفته شوند، چون می‌دانیم نیروهای $F_{۴۳}$ و $F_{۳۴}$ مساوی و در جهت خلاف یکدیگر می‌باشند رویهم رفته شش مجهول خواهیم داشت. از آنجا که برای هریک از این دو عضو سه معادله تعادل و جمعاً شش معادله تعادل داریم، می‌توان یک حل به دست آورد. بنابراین مطابق شکل ۱۶-۶ ج، اعضای ۳ و ۴ راکه در آن نیروی $F_{۳۴}$ به دو مولفه $F_{۳۴}^{N۴}$ و $F_{۳۴}^{T۴}$ به ترتیب موازی و عمود بر $O_۴C$ تجزیه گردیده در نظر می‌گیریم. با گشتاور گرفتن حول $O_۴$ مقدار مؤلفه $F_{۳۴}^{T۴}$ تعیین می‌گردد. این مقدار برابر است با

$$F_{۳۴}^{T۴} = \frac{Pa}{O_۴C}$$

عکس‌العملهای وارده برنقطه C از عضو شماره ۳ برابر و در جهت خلاف عکس‌العملهای وارد بر نقطه C از عضو ۴ می‌باشند. چون مقدار $F_{۳۴}^{T۴}$ از تجزیه و تحلیل عضو شماره ۴ تعیین گردیده است، بنابراین مقدار $F_{۴۳}^{T۴}$ معلوم می‌باشد. سپس با بررسی عضو شماره ۳، ملاحظه می‌کنیم که فقط سه مجهول وجود داشته که این مجهولها عبارت‌اند از مقدار و جهت نیروی $F_{۲۳}$ و مقدار مؤلفه $F_{۴۳}^{N۴}$. مقدار $F_{۴۳}^{N۴}$ را می‌توان با گرفتن گشتاور حول نقطه B به دست آورد.

$$Qb - F_{۴۳}^{T۴} d + F_{۴۳}^{N۴} e = ۰$$

بنابراین

$$F_{۴۳}^{N۴} = \frac{F_{۴۳}^{T۴} d - Qb}{e}$$

توجه داشته باشید که در معادلهٔ گشتاور، فرض شده که $F_{۴۳}^{N۴}$ به طرف بالا و متمایل به چپ می‌باشد. بنابراین اگر جواب به دست آمده برای $F_{۴۳}^{N۴}$ مثبت بوده باشد امتداد و جهت آن به صورتی است که در بالا فرض شده‌است. اگر جواب به‌دست آمده منفی بوده باشد، آنگاه مؤلفهٔ $F_{۴۳}^{N۴}$ در جهت خلاف آنچه که در بالا فرض شده، یعنی به طرف پایین و متمایل به راست است. حال برای به دست آوردن مقدار و جهت نیروی $F_{۲۳}$ کثیرالاضلاع نیروهای وارد بر عضو شمارهٔ ۳ مطابق شکل ۱۶-۶ د رسم می‌گردد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

در شکل ۱۶ـ۶ هـ، نیروی F_{32} می‌بایست در جهت خلاف F_{23} که در شکل ۱۶ـ۶ د پیدا شده باشد. آنگاه نیروی F_{12} می‌بایست مساوی و در جهت خلاف F_{32} باشد. با گرفتن گشتاور حول نقطهٔ O_2، مقدار گشتاور وارده توسط شفت واقع در نقطهٔ O_2 به عضو شمارهٔ ۲، یعنی T_2 تعیین می‌گردد.

$$T_2 = F_{32}\, h$$

نیروی F_{14} را می‌توان از کثیرالاضلاع ۱۶ـ۶ د که برای اعضای ۲، ۳ و ۴ به عنوان یک مجموعهٔ واحد رسم گردیده است به دست آورد.

۱۶ـ۵ مکانیزم صفحهٔ تراش

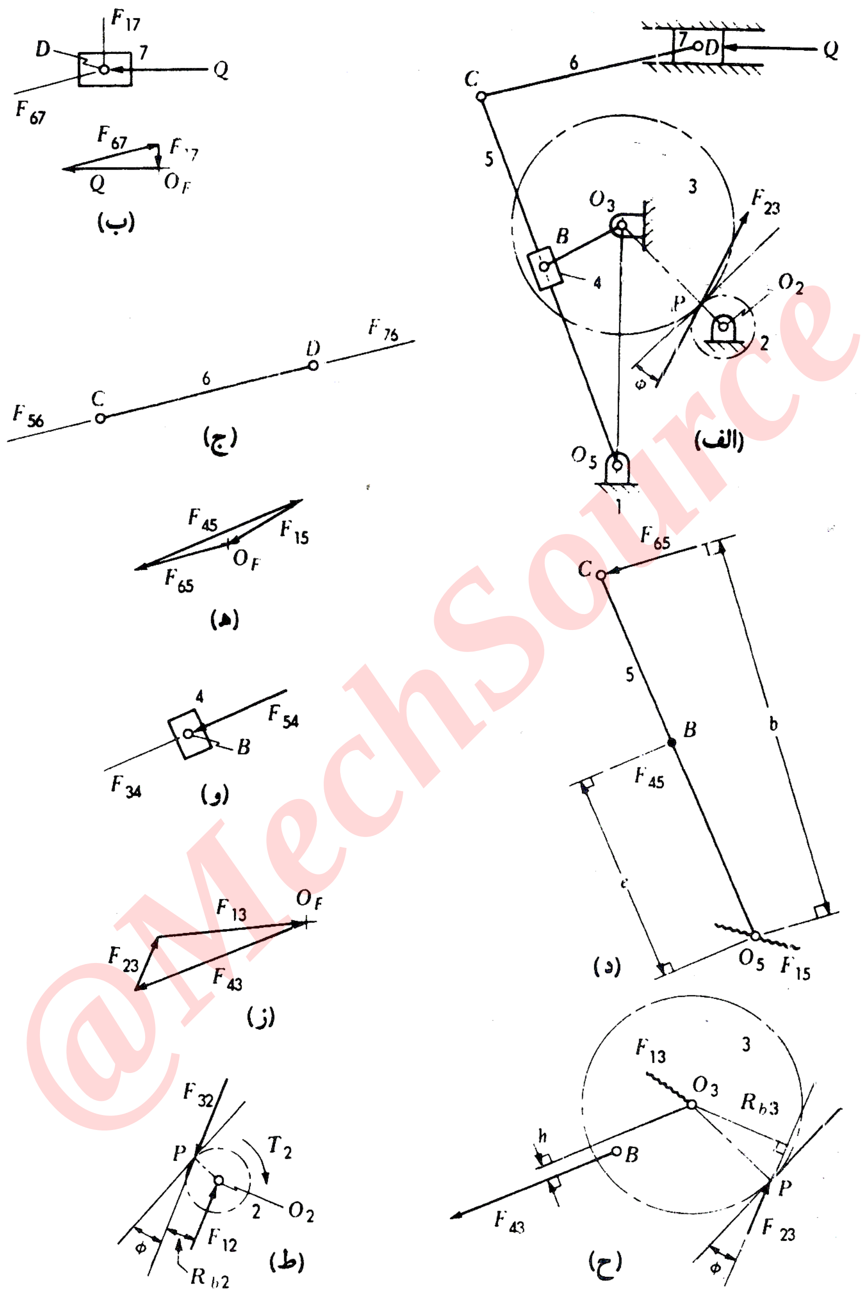
در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱۶ـ۷ الف، لنگ O_2B به چرخدندهٔ ۳ ثابت بوده و چرخدندهٔ ۲ محرک مکانیزم می‌باشد. فرض کنید می‌خواهیم نیروی F_{23} را طوری تعیین کنیم که با نیروی مقاوم و معلوم Q مقابله کرده و عکس‌العملهای نقاط O_2، O_3 و O_5 را تعیین کنیم. کار را می‌توان با در نظر گرفتن لغزندهٔ شمارهٔ ۷ و رسم دیاگرام آزاد نشان داده شده در شکل ۱۶ـ۷ ب شروع کرد. امتداد نیروهای F_{67} و F_{17} معلوم بوده و مقادیر آنها را می‌توان از کثیرالاضلاع مربوطه به دست آورد. شکل ۱۶ـ۷ ج، دیاگرام آزاد عضو شمارهٔ ۶ را نشان می‌دهد. نیروی F_{76} مساوی و در جهت خلاف F_{67} بوده و چون عضو شمارهٔ ۶ یک عضو دو نیرویی است، پس نیروی F_{56} می‌بایست مساوی و در جهت خلاف F_{76} باشد.

دیاگرام آزاد عضو شمارهٔ ۵ در شکل ۱۶ـ۷ د نشان داده شده است. در این دیاگرام نیروی F_{65} مساوی و در جهت خلاف جهت F_{56} می‌باشد. نیروی F_{45} در امتداد عمود بر عضو ۵ بوده ولی مقدار آن مجهول است. نیروی F_{15} هم از نظر مقدار و هم از نظر جهت مجهول می‌باشد. با رعایت مقیاس استفاده شده و رسم دیاگرام مقادیر b و e را تعیین می‌کنیم. سپس با گرفتن گشتاور حول O_5 مقدار نیروی F_{45} را می‌توان تعیین نمود. آنگاه می‌توان از روی کثیرالاضلاع نیروی نشان داده شده در شکل ۱۶ـ۷ هـ، مقدار و جهت F_{15} را تعیین نمود. دیاگرام آزاد لغزندهٔ شمارهٔ ۴، در شکل ۱۶ـ۷ و، نشان داده شده است. در این دیاگرام F_{54} مساوی و در جهت خلاف F_{45} می‌باشد. نیروی F_{34} می‌بایست مساوی و در جهت خلاف F_{54} باشد.

دیاگرام آزاد عضو شمارهٔ ۳ در شکل ۱۶ـ۷ ز، نشان داده شده است. در این شکل، F_{43} مساوی و در جهت خلاف F_{34} بوده و F_{13} چه از نظر مقدار و چه از نظر جهت مجهول می‌باشد. مقادیر بازوی گشتاور یعنی h و شعاع دایرهٔ پایه یعنی R_{b3} را می‌توان از شکلی که در آن زاویهٔ فشار با ϕ نشان داده شده است به دست آورد. با گشتاورگرفتن حول O_3 می‌توان مقدار نیروی F_{23} را تعیین نمود. آنگاه از

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۶ـ۷

کثیرالاضلاع نیروی نشان داده شده در شکل ۱۶ـ۷ ح، می‌توان مقدار و جهت نیروی $F_{۱۳}$ را تعیین نمود. بالاخره به طوری که در شکل ۱۶ـ۷ ط نشان داده شده است، نیروی $F_{۳۲}$ مساوی و در جهت

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

خلاف $F_{۲۳}$ بوده و نیروی $F_{۱۲}$ مساوی و در جهت خلاف $F_{۳۲}$ می‌باشد. گشتاور $T_{۲}$، که شفت پینیون (چرخدندهٔ کوچکتر) به پینیون وارد می‌کند، برابر $F_{۳۲} \times R_{b۲}$ و در جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد.

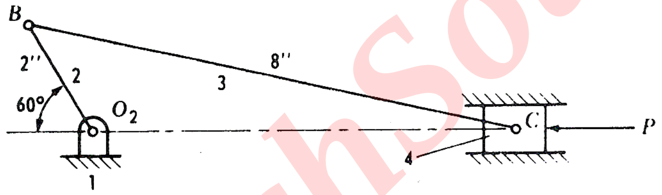
تمرینها

در تمرینهای زیر، از نیروهای اصطکاک صرفنظر شده مگر آنکه خلاف آن ذکر گردد.

۱۶ـ۱ در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱۶ـ۱ P، نیروی P برابر ۲۰۰ پوند می‌باشد.

الف) مکانیزم را با مقیاس ۱:۲ رسم کرده و گشتاوری را که شفت واقع در نقطهٔ $O_۲$ به لنگ وارد می‌کند تعیین کنید. نیروها را با مقیاس ۱ mm = ۱۰۰ lb رسم کنید.

ب) نیرویی را که اعضای ۲ و ۴ به بدنه وارد می‌کنند تعیین کنید.



شکل ۱۶ـ۱ P

۱۶ـ۲ در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۲ـ۲۰ P، شفت واقع در $O_۲$ گشتاوری معادل ۵۶۵ر۰ N.m. را در جهت گردش عقربه‌های ساعت به عضو ۲ وارد می‌کند، همچنین یک نیروی ۵ر۴۴ نیوتون در امتداد قائم به طرف پایین در وسط B و C به عضو شمارهٔ ۳ وارد می‌گردد. مکانیزم را با مقیاس حقیقی و نیروها را با مقیاس ۱mm = ۸۷۶ر۰ N. رسم کنید. کوپل مقاومی را که شفت واقع در نقطهٔ $O_۴$ به عضو شمارهٔ ۴ وارد می‌کند حساب کرده و تعیین کنید در نقاط $O_۲$ و $O_۴$ چه نیروهایی به بدنه وارد می‌شود.

۱۶ـ۳ در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۲ـ۲۲ P، گشتاور مؤثر در شفت بادامک برابر ۱۳ر۱ N.m. می‌باشد. مکانیزم را با مقیاس حقیقی رسم کرده و با صرفنظر نمودن از اصطکاک بین اعضای ۲ و ۴ گشتاور مقاوم در محور پیرو و نیروهای وارده توسط اعضای ۲ و ۴ به نقاط $O_۲$ و $O_۴$ از بدنه را تعیین کنید.

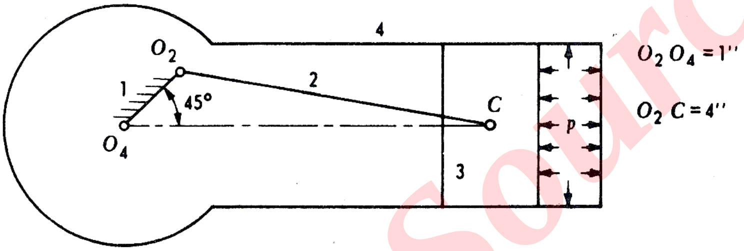
۱۶ـ۴ با صرفنظرنمودن از سرعت V_E در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۶ـ۱۲P و فرض آنکه در نقطهٔ E از لغزندهٔ شمارهٔ ۶ نیرویی معادل ۴۴۵N. در امتداد قائم به طرف پایین واردمی‌گردد، مکانیزم را با مقیاس ۱:۲ و نیروها را با مقیاس ۱mm = ۵ر۱۷ N. رسم کنید. گشتاور مقاومی راکه شفت واقع

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

در نقطهٔ $O_۲$ بر عضو شمارهٔ ۲ وارد می‌کند حساب کرده و کلیهٔ نیروهای وارد بر بدنه را تعیین کنید.

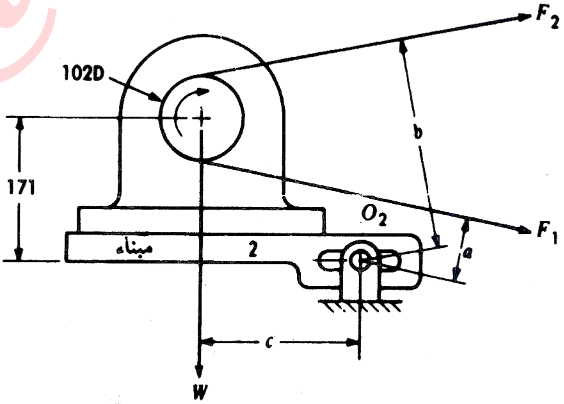
۱۶-۵ شکل ۱۶-۵ P برگردانی از یک مکانیزم لنگ و لغزنده را نشان می‌دهد. لنگ شمارهٔ ۱ بدنه و یا عضو ساکن می‌باشد. عضو شمارهٔ ۴ حول نقطهٔ $O_۴$ واقع در بدنه دوران می‌نماید. شفتی را که دارای محور عمود بر صفحهٔ کاغذ بوده و در نقطهٔ $O_۴$ واقع است به عضو شمارهٔ ۴ مربوط می‌باشد. پینیون دارای قطری معادل ۲٫۵ اینچ بوده و فشار گاز برابر ۵۰psi می‌باشد. مکانیزم را با مقیاس حقیقی و نیروها را با مقیاس .۱۰۰lb = ۱mm رسم کنید. گشتاور مقاوم $T_۴$ را که شفت به عضو شمارهٔ ۴ وارد می‌کند حساب کنید. ضمناً نیروهای وارد بر بدنه را تعیین کنید.



شکل ۱۶-۵ P

۱۶-۶ در شکل ۳-۲۱ فاصلهٔ نقطهٔ $O_۲$ تا خط $O_۴D$ برابر ۱۰۱٫۶mm می‌باشد. لنگ شمارهٔ ۲ در وضعیت ۳۰ درجه نسبت به افق می‌باشد. $O_۲B$ = ۱۹٫۱ mm، BC = ۷۶٫۲ mm و $O_۴C = CD$ = ۷۶٫۲mm. مکانیزم را با مقیاس حقیقی و نیروها را با مقیاس ۱mm = ۴٫۳۸N رسم کنید. اگر شفت واقع در نقطهٔ $O_۲$ گشتاوری معادل ۲٫۸۳ نیوتون متر در جهت گردش عقربه‌های ساعت را به لنگ ۲ وارد کند، نیروی F را تعیین کنید. همچنین کلیهٔ نیروهای وارد بر بدنه را تعیین کنید.

۱۶-۷ شکل ۱۶-۷ P یک موتور لولایی با محرک تسمه را نشان می‌دهد. $F_۱$ و $F_۲$، نیروهای وارده



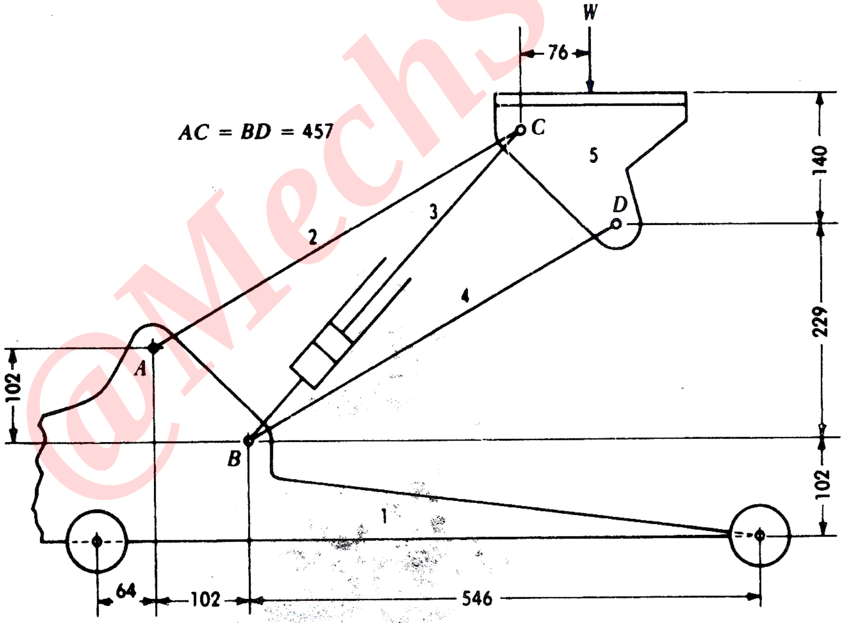
شکل ۱۶-۷ P

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

توسط تسمه بوده و W برابر وزن موتور و پایه می‌باشد. با جابه‌جانمودن لولای واقع در نقطهٔ O_2، بازوی گشتاور c می‌تواند تغییر کند. با افزایش c هر دو نیروی F_1 و F_2 ازدیاد پیدا کرده و موجب انتقال قدرت بیشتری می‌گردند. فرض می‌کنیم $F_1 = 1330$ N.، $F_2 = 445$ N.، $W = 667$ N.، $a = 76$ mm. و $b = 254$ mm. مقدار c را تعیین کنید. دیاگرامی از مکانیزم را با مقیاس ۱:۶ رسم کرده و با استفاده از مقیاس ۱mm. = ۱۷٫۵N.، برای نیروها مقدار و جهت نیروی F_{21} که پایه در نقطهٔ O_2 به بدنه وارد می‌کند را تعیین کنید.

۱۶ـ۸ نمونهٔ جک اتومبیل نشان داده شده در شکل P ۸ـ۱۶، به وسیلهٔ فشار هیدرولیک داخل سیلندر بالا و پایین می‌رود. اعضای ۲، ۳، ۴ و ۵ را با مقیاس ۱mm. = ۴mm. رسم کرده و برای نیروها از مقیاس ۱mm. = ۱۷۵N. استفاده کنید. تعیین کنید: الف) با صرفنظر نمودن از اصطکاک، نیروی وارده توسط سیلندر برای بالابردن وزن $W = 4450$ N. چقدر بوده و ب) نیروی وارده بر عضو شمارهٔ ۲ چقدر می‌باشد.



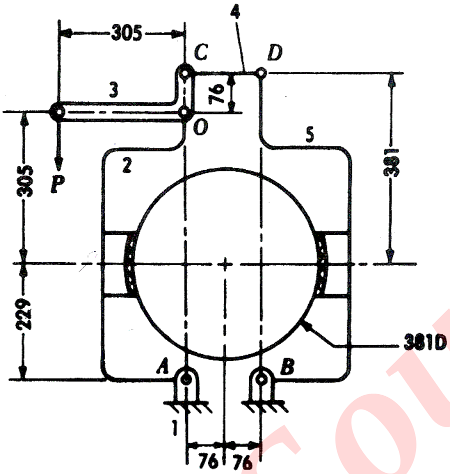
شکل P۸ـ۱۶

۱۶ـ۹ ترمز یک بالابر به طور شماتیک در شکل P ۹ـ۱۶ نشان داده شده است. ضریب اصطکاک کفشکهای ترمز برابر ۰٫۳ می‌باشد. برای استفاده از نیروی $P = 445$ N.، تعیین کنید: الف) برای

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

گردش استوانه، در جهت گردش عقربه‌های ساعت، گشتاور لازم توسط ترمز چقدر بوده؛ و ب) برای گردش استوانه در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت گشتاور لازم توسط ترمز چقدر خواهد بود.



شکل ۱۶ـ۹ P

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۷

نیروهای اینرسی در ماشینها

۱۷ـ۱ مقدمه

در فصل قبل توضیح داده شد، که تمام نیروها مگر آنها که ناشی از شتاب بوده باشند، به عنوان نیروهای استاتیکی منظور می‌گردند. به علاوه دیدیم که نیروهای استاتیکی چگونه از طریق اعضای تشکیل دهنده یک مکانیزم انتقال پیدا می‌کنند.

نیروهای ناشی از شتاب به نیروهای اینرسی و یا نیروهای دینامیکی موسوم می‌باشند. در تجزیه و تحلیل نیروهای اینرسی، داشتن معلوماتی راجع به شتابها از نکات اصلی بوده که به همین دلیل در فصول قبل شتابها در مکانیزمهای مختلف به دقت مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. به طور کلی اعضای یک مکانیزم تحت تأثیر هر دو نیروی استاتیکی و دینامیکی قرار دارد. در ماشینهای با سرعت خیلی زیاد، شتابها و در نتیجه نیروهای اینرسی در مقایسه با نیروهای استاتیکی که کار مفید انجام می‌دهند، می‌توانند خیلی زیاد باشند. مثلاً در یک موتور رفت و آمدی مثل موتور اتومبیل در سرعتهای زیاد، نیروهای اینرسی حاصله می‌توانند به مراتب بزرگتر از نیروی ایجاد شده توسط فشار گاز باشند. در یک توربین گاز نیروهای اینرسی ناشی از نامتعادل بودن روتور موجب واردشدن نیروهائی به تکیه‌گاههای روتور می‌گردد که به مراتب بزرگتر از وزن خود روتور است. در چنین حالاتی می‌بایست در طراحی ماشینها این نیروهای اینرسی را در نظر گرفت. در ماشینهایی که با سرعت خیلی کم کار می‌کنند، می‌توان از تأثیر نیروهای اینرسی صرفنظر نمود.

در این فصل، در کنار نیروهای استاتیکی، همچنین مطالعه خواهیم کرد که نیروهای اینرسی چگونه از طریق اعضای تشکیل دهنده مکانیزم انتقال پیدا کرده و ضمناً تأثیر آنها را بر روی بدنه تعیین خواهیم نمود. چنین تجزیه و تحلیل ترکیبی نیروها، به تجزیه و تحلیل کلی نیروها موسوم می‌باشد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۷ـ۲ معادلات حرکت

اگر سرعت و شتاب زاویه‌ای جسمی یعنی ω و α معلوم بوده و شتاب یک نقطه واقع بر این جسم را بدانیم، آنگاه شتاب هر نقطه دیگر از این جسم قابل محاسبه خواهد بود. مثلاً فرض می‌کنیم در شکل ۱۷ـ۱ الف، شتاب نقطه B یعنی A_B معلوم است. بنابراین شتاب هر نقطه‌ای مانند C، یعنی A_C برابر است با

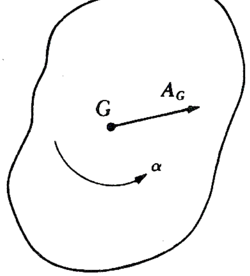
$$A_C = A_B \mathrel{+\!\!\!\rightarrow} A^n_{C/B} \mathrel{+\!\!\!\rightarrow} A^t_{C/B} \tag{۱۷ـ۱}$$

که در آن مقدار $A^n_{C/B}$ برابر $(BC)\omega^2$ و مقدار $A^t_{C/B}$ برابر $(BC)\alpha$ می‌باشد. حل این رابطه در شکل ۱۷ـ۱ ب نشان داده شده است.

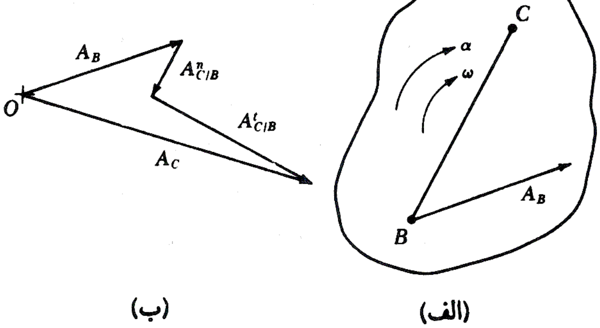
تغییر مکان و یا جابه‌جایی یک جسم را می‌توان به صورت تغییر مکان خطی نقطه‌ای واقع بر روی این جسم به اضافه تغییر مکان زاویه‌ای جسم حول نقطهٔ فوق در نظر گرفت. همین مفهوم را می‌توان عیناً برای سرعت جسم به کار برد. به همین ترتیب شتاب یک جسم را می‌توان از جمع شتاب خطی یک نقطه بر روی این جسم و شتاب زاویه‌ای آن حول نقطه فوق به دست آورد. مناسب است این نقطه را منطبق بر مرکز ثقل جسم انتخاب کنیم.

جسم نشان داده شده در شکل ۱۷ـ۲ را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم G مرکز ثقل جسم و A_G شتاب این نقطه بوده باشد. همچنین فرض می‌کنیم که شتاب زاویه‌ای جسم، یعنی α معلوم بوده و مقدار و جهتش مطابق آنچه می‌باشد که در شکل نشان داده شده است. می‌خواهیم تعیین کنیم چه نیرو، چه گشتاور و یا چه نیرو و گشتاوری می‌بایست به جسم وارد شود تا شتابهای A_G و α را ایجاد کند.

جسم نشان داده شده در شکل ۱۷ـ۲ ، مجدداً در شکل ۱۷ـ۳ الف نشان داده شده است. با توجه به قوانین مکانیک، می‌دانیم هرگاه نیرویی مانند F در امتداد A_G به نقطه G وارد گردد، شتابی خطی



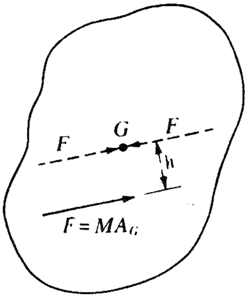
شکل ۱۷ـ۲

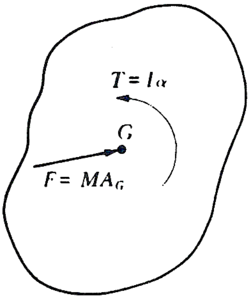


شکل ۱۷ـ۱

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource





شکل ۱۷-۳

ایجاد کرده که مقدارش برابر است با

$$F = MA_G \qquad (۱۷\text{-}۲)$$

که در آن M جرم جسم می‌باشد. این همان قانون دوم نیوتون برای حرکت خطی می‌باشد. برای ایجاد شتاب زاویه‌ای می‌بایست گشتاوری مانند T در جهت α به جسم وارد شود، به طوری که

$$T = I\alpha \qquad (۱۷\text{-}۳)$$

که در آن I همان ممان اینرسی جرمی جسم حول محور مار بر نقطهٔ G و عمود بر صفحه دوران، یعنی محوری عمود بر صفحه کاغذ می‌باشد. رابطه (۱۷-۳) قانون نیوتون برای حرکت زاویه‌ای است. در حالت کلی، جسمی که دارای حرکت در صفحه می‌باشد ممکن است تحت تأثیر بیش از یک نیروی واحد و یا یک گشتاور واحد بوده باشد. از این رو در شکل ۱۷-۳ الف، F برآیند نیروهای وارده و T برآیند کلیه گشتاورهای وارد بر جسم می‌باشند. بنابراین F به برآیند نیروها و یا نیروی برآیند و T برآیند گشتاورها و یا گشتاور برآیند می‌باشد.

در مکانیک تورک[1]، ممان[2] و کوپل[3] اغلب با معانی مشابه و مترادف به کار می‌روند. یک قانون مهم در مکانیک، قانونی است که بر اساس آن می‌توان یک نیرو و یک کوپل را با یک نیروی تنها جابه‌جا نمود. جسم نشان داده شده در شکل ۱۷-۳ الف مجدداً در شکل ۱۷-۳ ب به صورتی ظاهر شده است که سه نیروی نشان داده شده از نظر مقدار با یکدیگر مساوی می‌باشند. نیروی نشان داده شده با خط‌چین که به طرف بالا و متمایل به راست عمل می‌کند، همان عمل نیروی F در شکل ۱۷-۳ الف را انجام می‌دهد. نیروی نشان داده شده با خط‌چین که به طرف پایین و متمایل به چپ

1. torque 2. moment 3. couple

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

تأثیر می‌نماید، همراه با نیروی F که با خط پر نشان داده شده، کوپلی معادل Fh را ایجاد می‌کند که می‌بایست چه از نظر مقدار و چه از نظر جهت معادل کوپل T در شکل ۱۷-۳ الف باشد. بنابراین

$$Fh = T = I\alpha$$

یا

$$h = \frac{I\alpha}{F} \qquad (۱۷\text{-}۴)$$

دو نیروی مساوی و مختلف‌الجهت وارد بر نقطه G، از شکل ۱۷-۳ ب همدیگر را خنثی نموده و بنابراین تنها نیروی F در فاصله h از مرکز ثقل جایگزین نیروی F و کوپل (یا تورک) T در شکل ۱۷-۳ الف گردیده است.

۱۷-۳ نیروی اینرسی و تورک اینرسی

در تشریح معادله حرکت دیدیم، هرگاه جسمی تحت تأثیر یک مجموعه نیرو قرار گیرد، شتاب مرکز ثقل آن برابر خواهد بود با

$$F = MA_G \qquad (۱۷\text{-}۵)$$

که در آن F برآیند نیروها می‌باشد. همچنین دیدیم هرگاه جسمی تحت تأثیر یک مجموعه تورک قرار گرفته باشد، شتاب زاویه‌ای آن برابر خواهد بود با

$$T = I\alpha \qquad (۱۷\text{-}۶)$$

که در آن T برآیند تورکها می‌باشد.

نیروی اینرسی و تورک اینرسی به ترتیب با عکس برآیند نیروها و برآیند تورکها مشخص می‌گردد. هرگاه فرض کنیم همراه با برآیند نیروهای وارده نیروی اینرسی با مقدار مساوی در امتداد برآیند نیروها، ولی در جهت خلاف آن به جسم تأثیر نماید آنگاه شتاب مرکز ثقل صفر خواهد بود. همچنین هرگاه فرض کنیم همراه با برآیند تورکهای وارده تورک اینرسی با مقدار مساوی ولی در جهت عکس برآیند تورکها به جسم تأثیر نماید آنگاه شتاب زاویه‌ای جسم برابر صفر خواهد بود. بنابراین با اضافه نمودن نیروی اینرسی و تورک اینرسی به جسمی که تحت تأثیر برآیند نیروها و برآیند تورکها بوده، جسم به حالت تعادل در خواهد آمد. این مطلب به قانون دالامبر[1] معروف بوده و با استفاده از آن می‌توان مسائل دینامیک را همانند مسائل استاتیک حل نمود.

1. D'Alembert's principle.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۷ـ۴ نیروهای اینرسی در مکانیزم چهارمیله‌ای

برای نشان دادن تأثیر نیروهای اینرسی مکانیزم چهارمیله‌ای نشان داده شده در شکل ۱۷ـ۴ الف را با فرض آنکه مقدار $\omega_۲$ معلوم و ثابت باشد، به عنوان یک مسئله نمونه حل می‌نمائیم. در تجزیه و تحلیلی که انجام خواهد گرفت، تورک لازم جهت حرکت مورد نظر که می‌بایست توسط شفت واقع در نقطه $O_۲$ به عضو شماره ۲ وارد گردد تعیین خواهد شد.

به منظور تعیین شتاب خطی نقاط $G_۲$، $G_۳$ و $G_۴$ ابتدا می‌بایست کثیرالاضلاع شتاب را رسم نمود. با توجه به مقدار و جهت مؤلفه‌های مماسی شتابها در کثیرالاضلاع می‌توان مقدار و جهت شتابهای زاویه‌ای $\alpha_۳$ و $\alpha_۴$ را تعیین نمود. جهت این شتابها، مطابق آنچه که نشان داده شده تعیین گردیده است. این نکته حائز اهمیت است که در شکل ۱۷ـ۴ الف، جهت شتاب زاویه‌ای هر عضو را طوری نشان دهیم که بعداً بتوان جهت صحیح برآیند تورکها و تورک اینرسی را نشان داد.

عضو شماره ۲ در شکل ۱۷ـ۴ ج که در آن $A_{G_۲}$ شتاب مرکز ثقل می‌باشد، نشان داده شده است. برآیند نیروها یعنی $F_۲$ مساوی $M_۲A_{G_۲}$ که در آن $M_۲$ جرم عضو شماره ۲ می‌باشد، در امتداد جهت $A_{G_۲}$ می‌باشد. نیروی اینرسی $f_۲$ مساوی و در جهت خلاف $F_۲$ می‌باشد. توجه: از f برای نشان دادن نیروی اینرسی استفاده می‌گردد.

عضو شماره ۳ باشتاب مرکز ثقل، یعنی $A_{G_۳}$ در شکل ۱۷ـ۴ د نشان داده شده است. برآیند نیروها یعنی $F_۳$ مساوی $M_۳A_{G_۳}$ که در آن $M_۳$ جرم عضو شماره ۳ می‌باشد در امتداد و جهت $A_{G_۳}$ می‌باشد. $f_۳$ نیروی اینرسی مربوط به این عضو می‌باشد. برای ایجاد شتاب زاویه‌ای $\alpha_۳$ می‌بایست، برآیند تورکهای وارده بر این عضو برابر $T_۳$ مساوی $I_۳\alpha_۳$ در جهت $\alpha_۳$ بوده باشد. $I_۳$ همان اینرسی جرمی عضو شماره ۳ حول محوری عمود بر صفحه کاغذ و مار بر نقطه $G_۳$ می‌باشد. تورک اینرسی $t_۳$ به طوری که نشان داده شده مساوی و در جهت خلاف $T_۳$ می‌باشد. توجه داشته باشید که در اینجا t برای نشان دادن تورک اینرسی به کار رفته است.

عضو شماره ۳ که مطابق شکل نیروی اینرسی $f_۳$ و تورک اینرسی $t_۳$ وارد بر آن با تنها نیروی $f_۳$ عوض شده‌اند، مجدداً در شکل ۱۷ـ۴ هـ نشان داده شده است. مقدار، امتداد و جهت می‌بایست همانند شکل ۱۷ـ۴ د بوده، ولی خط اثر آن به فاصله $h_۳$ از $G_۳$ طوری تغییرمکان یافته که

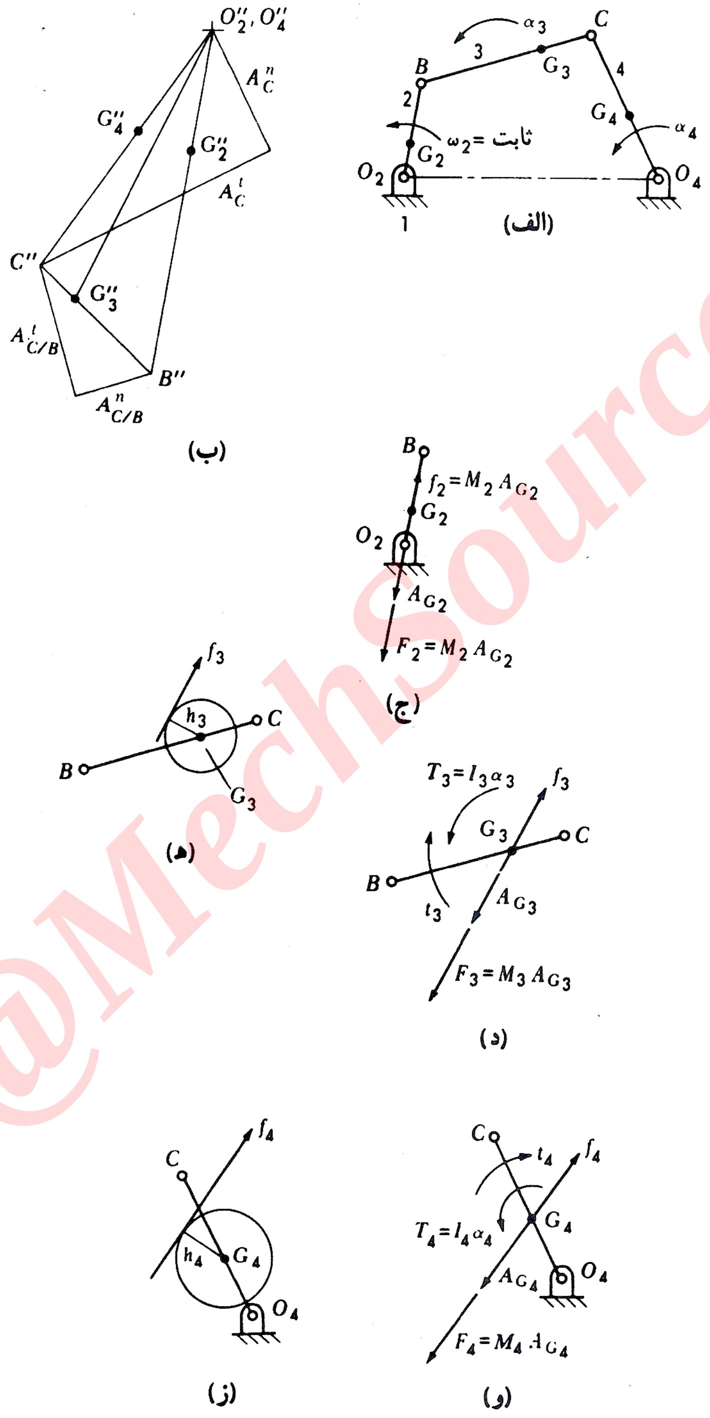
$$f_۳h_۳ = t_۳ \qquad \text{یا} \qquad h_۳ = \frac{t_۳}{f_۳} = \frac{I_۳\alpha_۳}{M_۳A_{G_۳}}$$

موقعیت $f_۳$ در شکل ۱۷ـ۴ هـ، را می‌توان به راحتی با رسم دایره‌ای به شعاع $h_۳$ و مرکز $G_۳$ به دست آورد. توجه داشته باشید که چون نیروی $f_۳$ می‌بایست حول $G_۳$ تورکی در جهت $t_۳$ تولید نماید، می‌بایست آن را مماس بر سمت چپ دایره رسم نمود.

عضو شماره ۴ که در آن نیروی اینرسی $f_۴$ مساوی و در جهت خلاف $F_۴$ می‌باشد، در شکل

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۷ـ۴

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۴-۱۷ و نشان داده شده است. $T_۴$ یعنی برآیند تورکها مساوی $I_۴\alpha_۴$ بوده که در آن $I_۴$ همان اینرسی جرمی این عضو حول محوری عمود بر صفحه کاغذ و مار بر مرکز ثقل $G_۴$ می‌باشد. تورک اینرسی $t_۴$ مساوی و در خلاف جهت $T_۴$ می‌باشد. عضو شماره ۴ که مطابق شکل نیروی اینرسی $f_۴$ و تورک اینرسی $t_۴$ وارد بر آن با تنها نیروی $f_۴$ تعویض گردیده، مجدداً در شکل ۱۷-۴ ز نشان داده شده است. از آنجا که $f_۴h_۴$ می‌بایست برابر $t_۴$ باشد

$$h_۴ = \frac{t_۴}{f_۴} = \frac{I_۴\alpha_۴}{M_۴A_{G_۴}}$$

پس از این، نیروهای وارد بر هریک از مفصلها و تورکی را که شفت واقع بر $O_۲$ جهت تأمین حرکت پیش‌بینی شده به عضو شماره ۲ وارد می‌کند تعیین می‌کنیم. دیاگرامهای آزاد اعضای شماره ۲، ۳ و ۴ در شکلهای ۱۷-۵ الف تا ۱۷-۵ ج نشان داده شده‌اند. با نیروهای اینرسی مشابه نیروهای خارجی معلوم رفتار شده و فرض می‌کنیم که هر عضو تحت تأثیر نیروهای اینرسی و عکس‌العملهای مجهول در حال تعادل می‌باشد. تعیین این عکس‌العملها، مشابه همان تجزیه و تحلیل استاتیکی بوده که در فصل شانزدهم تشریح گردید (پیشنهاد می‌گردد، دانشجویان این فصل را مجدداً مرور نمایند).

با شروع از عضو شماره ۴ می‌توان با گشتاور گرفتن حول نقطه $O_۴$ نیروی $F_{۳۴}^{T۴}$ را تعیین نمود. آنگاه در عضو شماره ۳ نیروی $F_{۴۳}^{T۴}$ مساوی و در خلاف جهت $F_{۳۴}^{T۴}$ خواهد بود. برای تعادل، عضو شماره ۳ مجموع گشتاورهای وارده حول نقطه B می‌بایست برابر صفر باشد. با توجه به این نکته نیروی $F_{۴۳}^{N۴}$ تعیین می‌گردد. به منظور تعیین نیروی $F_{۲۳}$ کثیرالاضلاع نیروهای مربوط به این عضو مطابق شکل ۱۷-۵ د ترسیم می‌گردد.

عضو شماره ۲ در شکل ۱۷-۵ ه ظاهر شده است. در اینجا نیروی $F_{۳۲}$ برابر و در خلاف جهت $F_{۲۳}$ که در شکل ۱۷-۵ د تعیین گردیده می‌باشد. آنگاه $F_{۱۲}$ می‌بایست مساوی و در خلاف جهت $F_{۳۲} \leftrightarrow f_۲$ باشد. با گشتاور گرفتن حول نقطه $O_۲$ به شرح زیر، تورکی را که شفت واقع در نقطه $O_۲$ به عضو شماره ۲ وارد می‌کند، یعنی $T_۲$ را تعیین می‌کنیم.

$$T_۲ = (f_۲ \leftrightarrow F_{۳۲})\, a$$

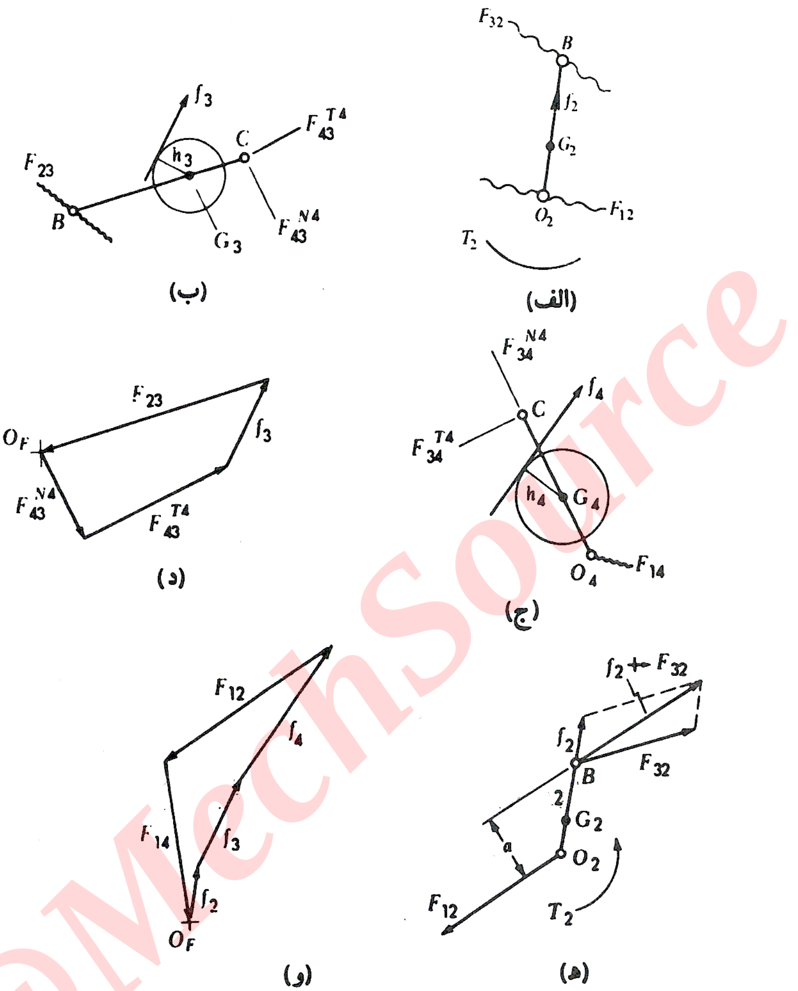
نیروی $F_{۱۴}$ از کثیرالاضلاع، نشان داده شده در شکل ۱۷-۵ و که برای اعضای ۲، ۳ و ۴ به عنوان یک مجموعه کلی رسم گردیده تعیین می‌گردد.

نیروی لرزشی[1] با برآیند نیروهای ناشی از نیروهای اینرسی وارد بر بدنه مکانیزم مشخص

1. Shaking force

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



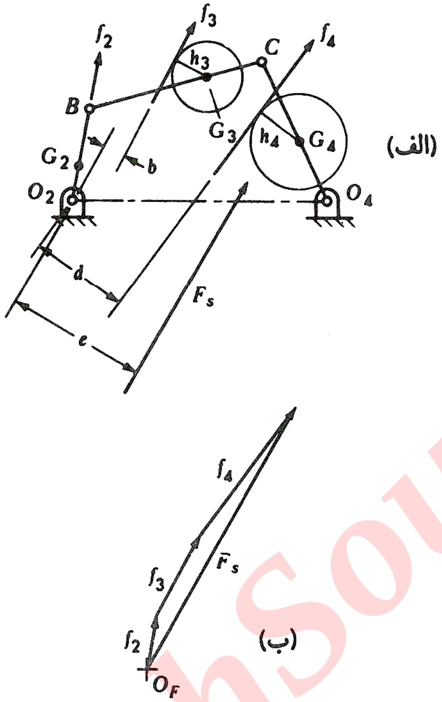
شکل ۱۷ـ۵

می‌گردد. توجه به چنین نیرو، از اهمیت خاص برخوردار بوده چرا که بدنه می‌بایست آن قدر مقاوم بوده باشد که بتواند در مقابل آن تحمل کافی را داشته باشد. نیروی لرزشی می‌تواند موجب ارتعاشات ناخواسته و مزاحم در بدنه شده و اگر ماشین در ساختمانی نصب گردد، این نیرو به کف انتقال پیدا کرده و اثرات نامطلوبی را به همراه خواهد داشت.

مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱۷ـ۴ مجدداً در شکل ۱۷ـ۶ الف نشان داده شده است. نیروی لرزشی همیشه برابر مجموع نیروهای اینرسی وارد بر مکانیزم می‌باشد. اگر فقط مقدار و امتداد نیروی لرزشی مورد نظر بوده باشد، می‌توان آن را از کثیرالاضلاع نیروی نشان داده شده در شکل که در آن F_s نشان دهنده نیروی لرزشی است به دست آورد. اما اگر موقعیت آن مورد نظر بوده باشد،

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۷-۶

@MechSource

می‌توان آن را با گشتاور گرفتن حول هر نقطه دلخواه واقع در صفحه نیروهای اینرسی به دست آورد. از آنجا که نیروی لرزشی برآیند نیروهای اینرسی می‌باشد، می‌بایست گشتاور یکسانی را تولید نماید. اگر حول نقطه O_2 گشتاور بگیریم آنگاه

$$F_s e = f_3 b + f_4 d$$

یا

$$e = \frac{f_3 b + f_4 d}{F_s}$$

۱۷-۵ تجزیه و تحلیل نیروهای مرکب استاتیکی و دینامیکی

تجزیه و تحلیل نیروهای استاتیکی و دینامیکی (اینرسی) به طور جداگانه مورد بحث قرار گرفته‌اند. جدا نمودن این نیروها از یکدیگر الزامی نبوده و می‌توان آنها را در یک تجزیه و تحلیل واحد مورد بحث قرار داد. نیروهای کلی وارد بر اعضای یک مکانیزم برابر مجموع نیروهای استاتیکی و نیروهای دینامیکی می‌باشد.

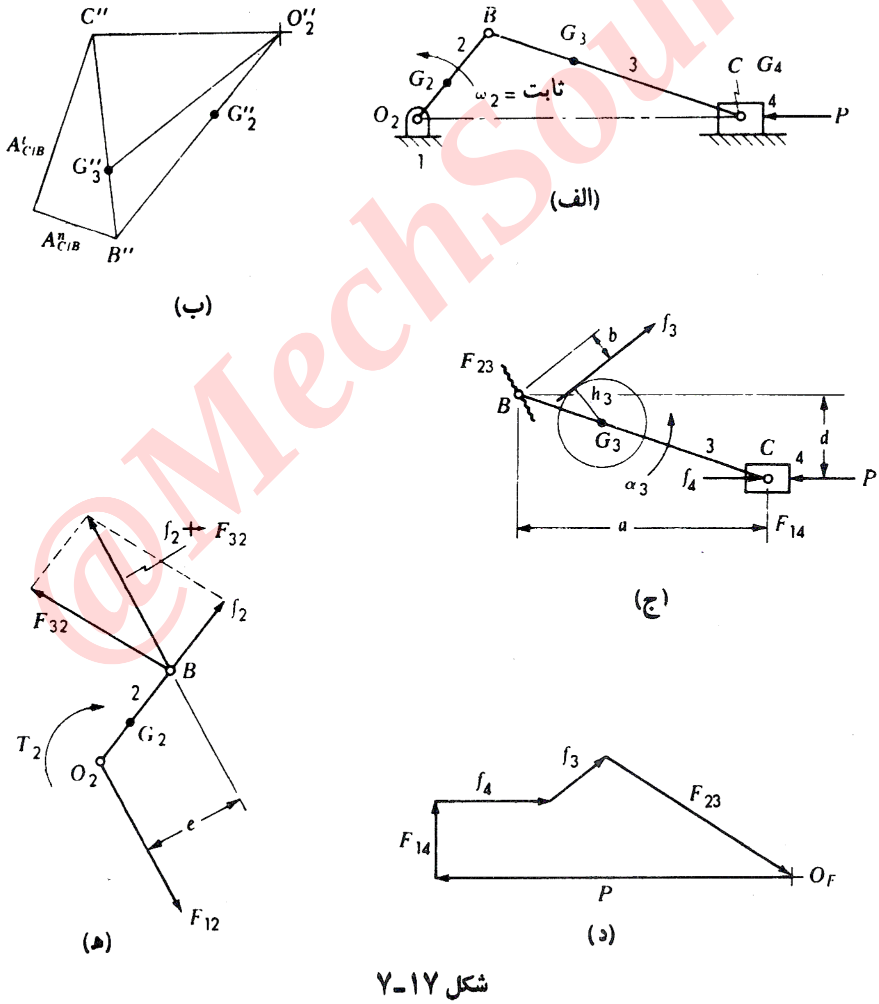
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

مکانیزم لنگ و لغزنده

در شکل ۱۷-۷ الف فرض می‌کنیم نیروی معلوم P نیروی ناشی از فشار گاز و $\omega_۲$ مقداری معلوم و ثابت بوده باشد. نقاط $G_۲$، $G_۳$ و $G_۴$ به ترتیب مراکز ثقل اعضای ۲، ۳ و ۴ می‌باشد. فرض کنید، تورک وارده توسط لنگ به شفت لنگ موردنظر بوده و می‌خواهیم آن را تعیین کنیم. همچنین می‌خواهیم مقدار، امتداد و موقعیت نیروی لرزشی را تعیین کنیم.

ابتدا کثیرالاضلاعهای سرعت و شتاب را رسم می‌نمائیم. کثیرالاضلاع شتاب در شکل ۱۷-۷ ب نشان داده شده است. دیاگرام آزاد اعضای ۳ و ۴ تواماً در شکل ۱۷-۷ ج نشان داده شده است. در تمام مسائل، مگر آنها که ذکر می‌گردد فرض شده که وزن اعضاء در مقایسه با نیروهای اینرسی کم بوده



شکل ۱۷-۷

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

است. بنابراین از نیروی ثقل هر عضو که به مرکز ثقل و به طرف پایین وارد می‌گردد، صرفنظر شده و حذف می‌گردند. نیروی اینرسی f_3 و بازوی گشتاور آن نسبت به مرکز ثقل G_3 و نیروی اینرسی f_4 مطابق آنچه که در مسئله قبل توضیح داده شد، محاسبه می‌گردند. مجهولها عبارت‌اند از مقدار و امتداد نیروی F_{23} و مقدار نیروی F_{14}. با گشتاور گرفتن حول نقطه B، مقدار F_{14} به صورت زیر تعیین می‌گردد.

$$F_{14}a + f_3 b + f_4 d - Pd = 0$$

یا

$$F_{14} = \frac{Pd - f_3 b - f_4 d}{a}$$

آنگاه با در نظر گرفتن دیاگرام آزاد، اعضای ۳ و ۴ به صورت یک مجموعه و جمع نیروها می‌توان F_{23} را تعیین نمود. این دیاگرام آزاد در شکل ۱۷-۷ د نشان داده شده است.

دیاگرام آزاد عضو شماره ۲ که در آن به منظور تعادل نیروی F_{12} می‌بایست برابر $f_2 \nrightarrow F_{32}$ باشد، در شکل ۱۷-۷ هـ نشان داده شده است. T_2 تورکی است که برای حفظ تعادل از شفت واقع در O_2 به لنگ شماره ۲ وارد می‌گردد. بنابراین

$$T_2 = (f_2 \nrightarrow F_{32})e$$

تورکی را که لنگ شماره ۲ به شفت لنگ وارد می‌کند، برابر T_2 و در خلاف جهت آن می‌باشد.

مکانیزم صفحه تراش

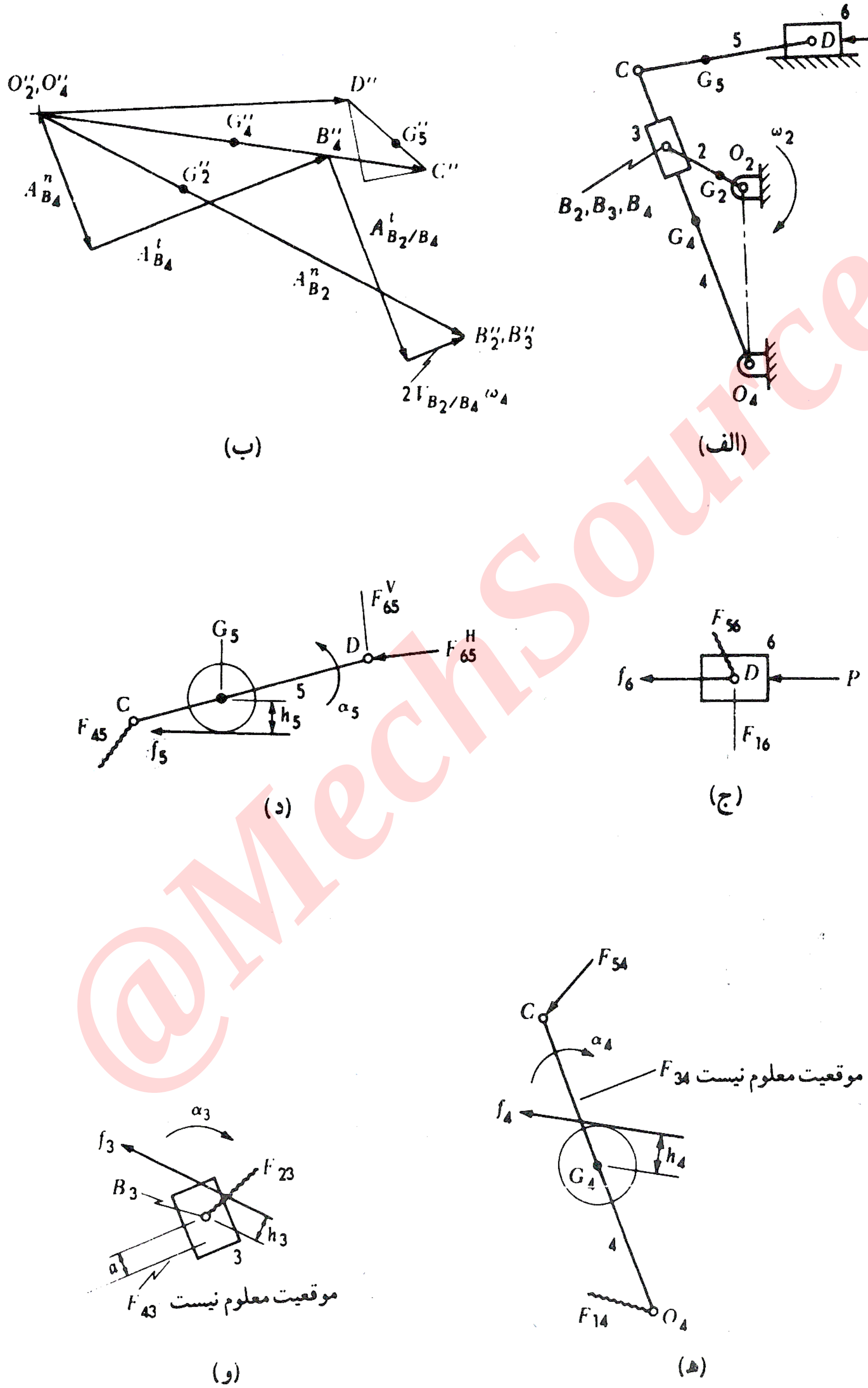
مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱۷-۸ الف که در آن عضو شماره ۲ محرک بوده و با سرعت زاویه‌ای ثابت و معلوم ω_2 دوران می‌نماید را در نظر می‌گیریم. نیروئی معلوم مانند P، که در مقابل حرکت مخالفت کرده به لغزنده شماره ۶ وارد می‌گردد. در این مسئله تعیین نیروهای وارده به کلیه مفصلها و اتصالات و همچنین تورک وارده توسط شفت واقع در نقطه O_2 به عضو شماره ۲ جهت تأمین حرکت مکانیزم موردنظر می‌باشد. ضمناً فرض خواهد شد که نیروهای ناشی از وزن اعضاء قابل اغماض می‌باشند. کثیرالاضلاع شتاب در شکل ۱۷-۸ ب نشان داده شده است. در بقیه شکلها، هر عضو جداگانه نشان داده شده و مقدار، امتداد و موقعیت نیروی اینرسی وارد بر هر عضو مطابق مسائل قبل تعیین می‌گردد.

تجزیه و تحلیل از عضو شماره ۶ که در شکل ۱۷-۸ ج نشان داده شده است، شروع می‌گردد. مجهولها عبارت‌اند از مقدار نیروی F_{16} و مقدار و جهت نیروی F_{56}. مؤلفه افقی نیروی F_{56} نیروی F_{56}^H بوده که می‌توان مقدار آن را از جمع نیروهای افقی وارد بر عضو شماره ۶ به دست آورد.

در شکل ۱۷-۸ د، نیروی F_{65}^H مساوی و در خلاف جهت F_{56}^H می‌باشد. مقدار مؤلفه F_{65}^V را

https://t.me/MechSource

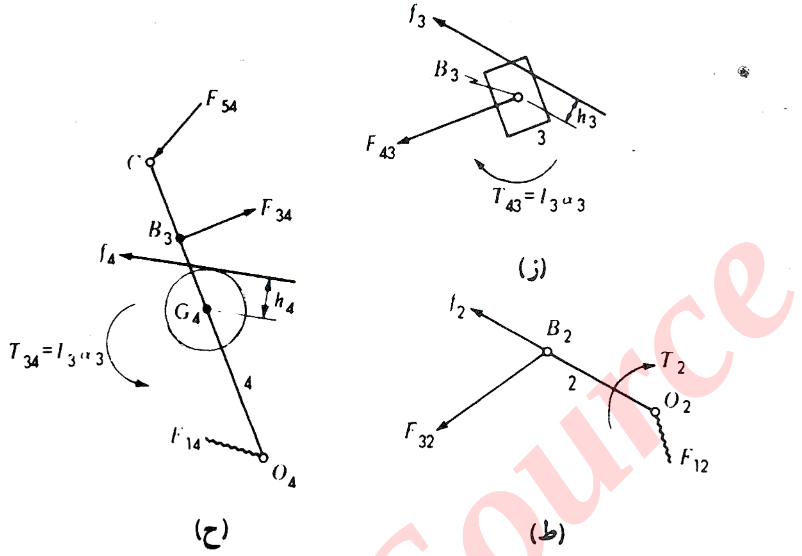
https://t.me/MechSource



شکل ۱۷-۸

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۷ـ۸ (ادامه)

@MechSource

می‌توان از جمع گشتاورها حول نقطه C به دست آورد. سپس با استفاده از کثیرالاضلاع نیروهای مربوط به عضو شماره ۵ مقدار و جهت نیروی $F_{۴۵}$ تعیین می‌گردد. در شکل ۱۷ـ۸ هـ چهارمجهول وجود دارد که به ترتیب عبارت‌اند از مقدار و جهت نیروی $F_{۱۴}$ و مقدار و موقعیت نیروی $F_{۳۴}$ از آنجا که فقط سه رابطه تعادل در دست می‌باشد، نمی‌توانیم با در نظر گرفتن این عضو تنها نیروهای فوق را تعیین کنیم. اگر عضو شماره ۳ نشان داده شده در شکل ۱۷ـ۸ و را در نظر بگیریم، ملاحظه می‌شود که در اینجا هم تعداد مجهولها چهارتا بوده که عبارت‌اند از مقدار و جهت نیروی $F_{۲۳}$ و مقدار موقعیت نیروی $F_{۴۳}$ که در امتداد عمود بر عضو شماره ۴ می‌باشد. اما اگر ترکیبی از اعضای شماره ۳ و ۴ در نظر گرفته شود تعداد مجهولها فقط شش تا بوده که به طور ترکیبی می‌توانند مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرند. از دیاگرام آزاد عضو شماره ۳ ملاحظه می‌شود که نیروی $F_{۲۳}$ حول مرکز ثقل $B_{۳}$ هیچ تورکی ایجاد نکرده که از این رو نیروی $F_{۴۳}$ بایستی دارای چنان مقداری بوده باشد که با نیروهای دیگر تعادل به وجود آورده و همین‌طور خط اثر آن می‌بایست نسبت به نقطهٔ $B_{۳}$ آنچنان فاصله‌ای را داشته که تورک اینرسی را متعادل نماید. حال نیروی $F_{۴۳}$ را می‌توان به یک نیروی مار بر نقطه $B_{۳}$ و تورکی کافی جهت تعادل تورک اینرسی حول نقطه $B_{۳}$ تجزیه نمود. این عمل در شکل ۱۷ـ۸ ز نشان داده شده است. به طوری که در شکل ۱۷ـ۸ ح نشان داده شده، نیروی مساوی و مختلف‌الجهت و تورک وارد بر عضو شماره ۴ موجب پیدایش یک دیاگرام آزاد برای عضو شماره ۴ شده، که دارای سه مجهول می‌باشد. با صفر قراردادن مجموع گشتاورهای حول نقطه $O_{۴}$ می‌توان

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

مقدار نیروی $F_{۳۴}$ را تعیین نمود. آنگاه با استفاده از کثیرالاضلاع نیروهای عضو شماره ۴ می‌توان $F_{۱۴}$ را تعیین نمود.

نیروی $F_{۴۳}$ در شکل ۱۷ـ۸ و، مطابق شکل ۱۷ـ۸ ز، با نیروی $F_{۴۳}$ و تورک $T_{۴۳}$ تعویض گردیده است. بنابراین در شکل ۱۷ـ۸ و

$$F_{۴۳}\,a = T_{۴۳} = I_{۳}\alpha_{۳}$$

و از این رو بازوی گشتاور a را می‌توان به صورت زیر تعیین نمود

$$a = \frac{I_{۳}\alpha_{۳}}{F_{۴۳}}$$

این رابطه موقعیت واقعی خط اثر نیروی $F_{۴۳}$ را مشخص می‌کند. در دیاگرام آزاد عضو شماره ۳، $F_{۴۳}$ مساوی و در خلاف جهت نیروی $F_{۳۴}$ که قبلاً تعیین شده است خواهد بود. حال نیروی $F_{۲۳}$ را می‌توان با رسم یک کثیرالاضلاع نیرو برای عضو شماره ۳ به دست آورد.

دیاگرام آزاد عضو شماره ۲ در شکل ۱۷ـ۸ ط نشان داده شده است. نیروی $F_{۳۲}$ مساوی و در خلاف جهت $F_{۲۳}$ بوده و نیروی $F_{۱۲}$ را می‌توان از کثیرالاضلاع نیروی مربوط به عضو شماره ۲ به دست آورد. بالاخره با جمع گشتاورها، حول نقطه $O_{۲}$ تورک $T_{۲}$ که شفت واقع در نقطه $O_{۲}$ به عضو شماره ۲ وارد می‌کند قابل محاسبه می‌باشد.

مکانیزم بادامک

در سرعتهای خیلی زیاد، نیروی تماسی بادامک و پیرو می‌تواند خیلی زیاد بوده و موجب خوردگی بیش از حد گردد. یک بادامک دیسکی متداول با پیرو شعاعی رفت و آمدی در شکل ۱۷ـ۹ نشان داده شده است. نیروهای مختلف عبارت‌اند از:

P = نیروی وارد به پیرو از طرف اجزای بالا (نشان داده نشده‌اند). این نیرو می‌تواند متغیر باشد.

f = نیروی اینرسی پیرو.

W = وزن پیرو.

F_s = نیروی فنر وارد بر پیرو.

$F_{۱}$ و $F_{۲}$ = نیروهای قائم وارد بر پیرو توسط بدنه.

N = نیروی قائم وارد بر پیرو توسط بادامک.

a = فاصله غلتک پیرو تا تکیه‌گاه تحتانی.

b = فاصله بین دو سطح یاتاقانها (اگر تعداد یاتاقانها یکی باشد b برابر طول یاتاقان است).

d = قطر دنباله پیرو.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

ϕ = زاویه فشار.

μ = ضریب اصطکاک بین پیرو و راهنمای آن.

نیروهای P، f، W و F_s در امتداد خط‌محور پیرو تأثیرکرده‌و مجموع‌آنها را با F نشان‌می‌دهیم. بنابراین

$$F = P + f + W + F_s \qquad (۱۷\text{-}۷)$$

از جمع نیروهای در امتداد قائم به دست می‌آوریم که

$$N\cos\phi = F + \mu(F_1 + F_2) \qquad (۱۷\text{-}۸)$$

در امتداد افق

$$F_1 = F_2 + N\sin\phi \qquad (۱۷\text{-}۹)$$

از جمع گشتاورهای حول نقطه اثر نیروی F_1 به دست می‌آوریم

$$F_2(b - \mu d) = Na\sin\phi + \frac{d}{2}(F - N\cos\phi) \qquad (۱۷\text{-}۱۰)$$

با حذف F_1 و F_2 در سه رابطه آخر به دست می‌آوریم که

$$N = \frac{Fb}{b\cos\phi - (2\mu a + \mu b - \mu^2 d)\sin\phi} \qquad (۱۷\text{-}۱۱)$$

این رابطه نیروی قائم وارد بر بادامک را برای هر حالتی از بادامک که سرعت پیرو به طرف بالا بوده باشد تعیین می‌نماید. اما باید توجه داشت که ϕ و F نسبت به موقعیت زاویه بادامک متغیر می‌باشند. موقعی که زاویه فشار بزرگ می‌گردد، نیروهای اصطکاک تأثیر قابل توجهی بر روی N دارند. موقعی که مخرج رابطه (۱۷-۱۱) صفر می‌گردد، مقدار N بینهایت خواهد شد. بنابراین، حد ϕ به طریق زیر تعیین می‌گردد.

$$b\cos\phi_m - (2\mu a + \mu b - \mu^2 d)\sin\phi_m = 0$$

یا

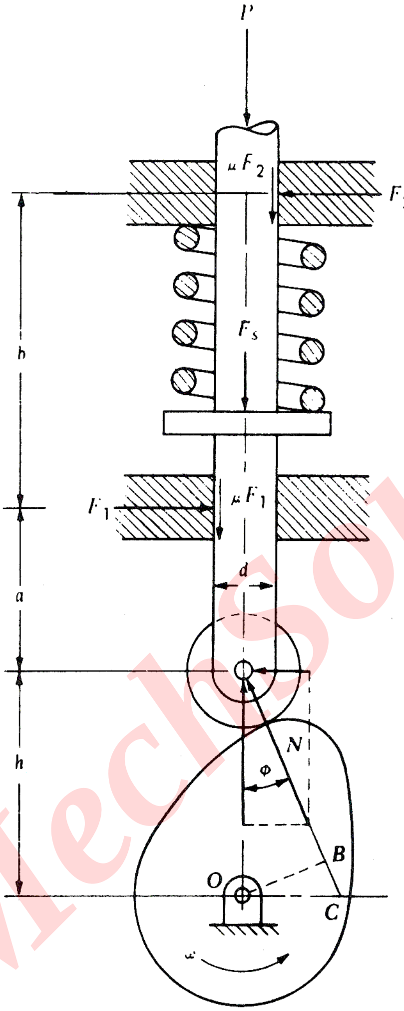
$$\tan\phi_m = \frac{b}{\mu(2a + b - \mu d)} \qquad (۱۷\text{-}۱۲)$$

نیروی اینرسی بستگی به جرم و شتاب پیرو داشته و با تغییر جهت پیداکردن شتاب تغییرجهت خواهد داد. نیروی فنر می‌بایست همواره به مقدار کافی جهت در تماس نگاه داشتن بادامک و پیرو بوده باشد. اگر نیروی فنر به اندازه کافی نبوده باشد، در سرعتهای زیاد پیرو از بادامک دور شده و احتمالاً جدا خواهد شد. این مطلب به پرش مصطلح بوده و به هنگام برگشت پیرو در اثر برخورد آن

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۷ـ۹

با بادامک بار ضربه‌ای پدید آمده و ایجاد ارتعاش خواهد گردید. فنر می‌بایست دارای چنان نیرویی بوده باشد که حتی موقعی که پیرو در پائینترین موقعیت خود می‌باشد، تماس آن را تضمین نماید. این نیرو معمولاً توسط فنر مارپیچی که دارای مدول سختی ثابت می‌باشد تأمین گردیده و بنابراین نیروی فنر متناسب با تغییرمکان می‌باشد. در طراحی فنر می‌بایست یک منحنی از نیروی خارجی P به اضافه وزن W مربوط به پیرو به اضافه نیروی اینرسی f نسبت به موقعیت بادامک ترسیم گردد. با توجه به این منحنی می‌توان نیروی فنر را برای حالتهای بحرانی تعیین نمود.

تورک لازم T جهت راندن بادامک را می‌توان با در نظر گرفتن شکل ۱۷ـ۹ تعیین نمود. بنابراین

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$T = N(OB) \qquad (۱۳-۱۷)$$

از آنجاکه نقطه C مرکز آنی سرعت می‌باشد، سرعت پیرو برابر است با

$$V = (OC)\,\omega \qquad (۱۴-۱۷)$$

روابط (۱۷-۱۱) تا (۱۷-۱۴) همچنین برای بادامکی که محور آن نسبت به محور پیرو دارای انحراف می‌باشد، صادق است. همچنین به طوری که ملاحظه می‌گردد از روابط (۱۷-۱۱)، (۱۷-۱۳)و (۱۷-۱۴) می‌توان در صورتی که اصطکاک بین بادامک و پیرو قابل صرفنظر نمودن باشد، برای بادامکهائی که دارای پیرو رفت و آمدی پیشانی تخت بوده باشند استفاده نمود.

جعبه‌دنده خورشیدی

در اینجا تعیین نیروهای وارد بر دنده‌های مختلف جعبه‌دنده خورشیدی نشان داده شده در شکل ۱۷-۱۰ الف موردنظر می‌باشد. چرخدنده ۲ محرک بوده که با سرعت $n_۲$ دور بر دقیقه در جهت گردش عقربه‌های ساعت گردش نموده و $T_۲$ تورک محرک وارد بر شفت چرخدنده ۲ می‌باشد. عضو شماره ۳، یعنی بازو عضو متحرک بوده که با سرعت $n_۳$ دور بر دقیقه دوران می‌نماید. $T_۳$ تورک مقاوم بوده که در شفت متحرک (عضو شماره ۳) ایجاد می‌گردد. چرخدنده‌های ساده دارای دنده‌های اینولوت با زاویه فشاری معادل ϕ درجه می‌باشند.

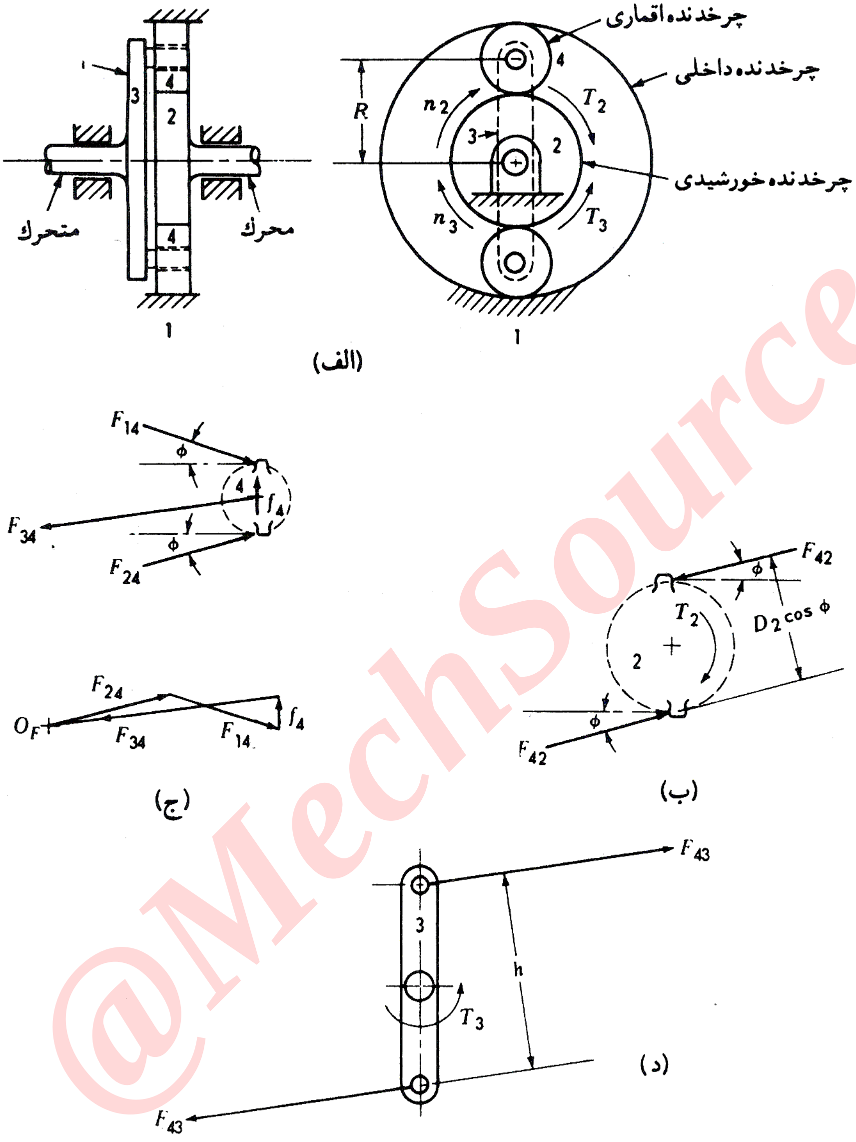
دیاگرامهای آزاد مربوط به هریک از اعضای ۲، ۳ و ۴ که در شکل نشان داده شده‌اند، کمک خواهندکرد تا بتوانیم نیروهای لازم جهت تعادل استاتیکی را تعیین نمائیم. چون شتاب مرکز جرمی اعضای ۱، ۲ و ۳ صفر می‌باشد، نیروهای اینرسی مربوط به این اعضاء صفر بوده و همین طور چون جعبه‌دنده با سرعت زاویه‌ای ثابت کار می‌کند تورک اینرسی هم صفر خواهد بود. اما به واسطه شتاب قائم (جانب مرکز) مراکز جرمی چرخدنده‌های اقماری، این چرخدنده‌ها تحت تأثیر نیروی اینرسی قرار دارند.

دیاگرام آزاد چرخدنده ۲ در شکل ۱۷-۱۰ ب ظاهرگردیده که در این شکل، $D_۲$ قطر دایره تقسیم و دو نیروی $P_{۴۲}$ نیروهای دنده می‌باشند. از آنجاکه قدرت انتقالی و تعداد دور چرخدنده ۲ یعنی $n_۲$ معلوم می‌باشند، با استفاده از رابطه زیر می‌توان تورک $T_۲$ که شفت محرک به چرخدنده ۲ وارد می‌نماید را برحسب نیوتون متر تعیین نمود.

$$T_۲ = \frac{۹{,}۵۵۱\ \mathrm{W}}{n_۲}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۷ـ۱۰

@MechSource

از آنجاکه دو کوپل وارده بر چرخدنده ۲ در حال تعادل می‌باشند.

$$F_{۴۲} D_۲ \cos\phi = T_۲$$

یا

$$F_{۴۲} = \frac{T_۲}{D_۲ \cos\phi}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

در شکل ۱۷ـ۱۰ ج، دیاگرام آزاد چرخدنده اقماری شماره ۴ نشان داده شده است. در اینجا نیروی F_{24} مساوی و در جهت خلاف F_{42} می‌باشد. از آنجا که مجموع گشتاورها حول مرکز چرخ ۴ می‌بایست صفر باشد، پس نیروی F_{14} می‌بایست از نظر مقدار برابر F_{24} باشد. شتاب مرکز جرمی این چرخدنده برابر است با

$$A_{G_4} = R\,\omega_3^2$$

که در آن ω_3، سرعت زاویه‌ای عضو شماره ۳ و R فاصله نشان داده شده در شکل ۱۷ـ۱۰ الف می‌باشند. پس نیروی اینرسی وارد بر چرخدنده ۴ برابر است با

$$f_4 = M_4 A_{G_4}$$

امتداد و جهت این نیرو مطابق شکل ۱۷ـ۱۰ ج می‌باشد. تنها نیروی مجهول در شکل ۱۷ـ۱۰ ج نیروی F_{34} بوده که به مرکز چرخدنده ۴ وارد می‌گردد. این نیرو را می‌توان از کثیرالاضلاع نشان داده شده برای نیروها تعیین نمود.

با توجه به دیاگرام آزاد عضو شماره ۳ که در شکل ۱۷ـ۱۰ د نشان داده شده است، می‌توان تورک مقاوم وارده توسط شفت متحرک به بازو را تعیین نمود. به منظور تعادل گشتاورها حول محور بازو

$$T_3 = F_{43}h$$

تورک T_3 را می‌توان برحسب نیوتون متر از روی قدرت برحسب وات و سرعت بازو برحسب دور در دقیقه به شرح زیر تعیین نمود.

$$T_3 = \frac{9{,}551\,\mathrm{W}}{n_3}$$

۱۷ـ۶ تعیین مرکز ثقل و ممان اینرسی

برای تجزیه و تحلیل نیروهای وارد به اعضای یک مکانیزم مرکز ثقل هریک از اعضاء می‌بایست معین باشد. مرکز ثقل یک جسم نقطه‌ای است که صرفنظر از موقعیت و وضعیت جسم، وزن جسم به آن وارد می‌گردد. مرکز ثقل را همچنین مرکز جرم می‌نامند. مرکز جرم یک مجموعه نقطه مادی را G خواهیم نامید. مختصات این مرکز جرمی نسبت به مبدأ دلخواه یعنی x_G، y_G و z_G از روابط زیر تعیین می‌گردند.

$$Mx_G = \Sigma m_i x_i \quad , \quad My_G = \Sigma m_i y_i \quad , \quad Mz_G = \Sigma m_i z_i$$

که در آنها m_i نشان‌دهنده جرم هر نقطه و x_i، y_i و z_i مختصات آن نقطه می‌باشد. جرم کلی مجموعه

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

نقاط مادی برابر M می‌باشد.

بیشتر اعضای ماشینها در صفحه حرکت خود دارای دو محور تقارن بوده و مرکز ثقل آنها در محل برخورد این دو محور تقارن قرار دارد. از جمله این اعضا، می‌توان چرخ طیارها، قرقره‌ها، چرخدنده‌ها و لغزنده‌ها را نام برد. درکتابهای مهندسی روابطی وجود دارد که به توسط آنها می‌توان موقعیت مرکز ثقل اجسام با شکلهای هندسی متداول را تعیین نمود. اغلب موقعیت مرکز ثقل اجسام با اشکال غیرمنظم را می‌توان با تقسیم آن به اجزائی با شکلهای متداول فوق به دست آورد. روش و مراحل انجام این کار، درکتابهای مکانیک آمده است.

یک روش تجربی، جهت تعیین موقعیت مرکز ثقل اجسام بدین ترتیب است که جسم را از نقطه‌ای طوری آویزان نموده که قادر است آزادانه چرخیده و آنگاه از نقطه آویز خطی قائم بر روی جسم می‌کشیم. سپس با آویزان نمودن جسم از نقطه‌ای دیگر و کشیدن خط قائم دیگری از نقطه آویز، مرکز ثقل که در محل برخورد دو خط قائم فوق واقع می‌باشد تعیین خواهد شد. لازم به تذکر است که در بعضی اجسام استثنائی محل برخورد این خطوط احتمالاً خارج از جسم قرار می‌گیرد. این واقعیت بدان دلیل است که جسم مجموعه‌ای از نقاط مادی بوده و در یک مجموعه نقاط مادی ممکن است مرکز ثقل مجموعه در میان نقاط واقع نگردد.

روش تجربی دیگری که برای تعیین موقعیت مرکز ثقل بعضی اعضاء مناسب است، عبارت است از قراردادن آنها بر روی دو ترازو مطابق شکل ۱۷-۱۱. وزن کلی عضو برابر M بوده که به مرکز ثقل G وارد می‌گردد. اعداد خوانده شده از روی ترازو، مقدار نیروهای عکس‌العمل F_1 و F_2 را نشان می‌دهد. اگر گشتاورهای حول تکیه‌گاه سمت چپ را با یکدیگر جمع کنیم، به دست می‌آوریم که

$$Mga = F_2 l$$

از آنجا که Mg برابر جمع اعداد خوانده شده توسط دو ترازو است

$$a = \frac{F_2 l}{F_1 + F_2}$$

ممان اینرسی یک جسم حول محوری معلوم برابر است با

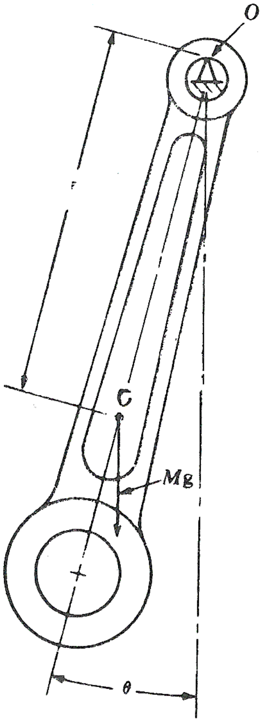
$$I = \Sigma m_i r_i^2$$

که‌در آن m_i برابر جرم‌هر نقطه واقع‌بر روی جسم و r_i فاصله آن تا محور فوق می‌باشد. به طور معمول آنچه که مورد دلخواه می‌باشد، تعیین ممان اینرسی حول محوری مار بر مرکز ثقل است. اگر این ممان اینرسی را I بنامیم، آنگاه ممان اینرسی حول هر محور موازی محور فوق عبارت خواهد بود از

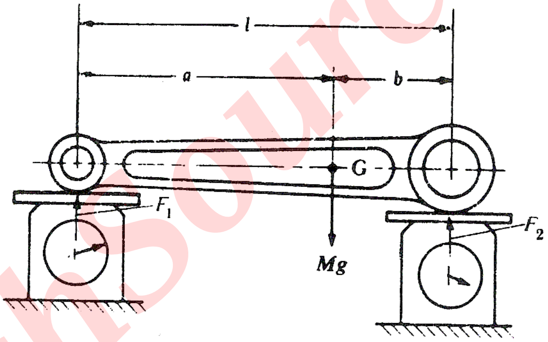
$$I_o = I + Md^2$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۷ـ۱۲



شکل ۱۷ـ۱۱

که در آن M جرم کلی جسم و d فاصله بین دو محور موازی است. این مطلب به قانون محورهای موازی معروف بوده و به طوری که در کتابهای مقدماتی مکانیک مفصل شرح داده شده ممان اینرسی هر جسم مرکب حول محوری دلخواه را می‌توان با دانستن ممان اینرسی اجزای آن جسم حول محور مار بر مرکز ثقلش تعیین نمود.

یک روش تجربی، جهت تعیین ممان اینرسی یک جسم در شکل ۱۷ـ۱۲ نشان داده شده است. مطابق شکل جسم از نقطه‌ای مانند O غیر از مرکز ثقل بر روی لبه تیزی آویزان گردیده است. اگر جسم به اندازه زاویه کوچکی مانند θ، تغییرمکان داده شده و رها گردد، حول نقطه O نوسان خواهد نمود. با توجه به زمان لازم جهت تعداد معلومی نوسان در نهایت می‌توانیم ممان اینرسی حول مرکز ثقل G را تعیین نمائیم.

رابطه بین ممان حول نقطه O و شتاب زاویه‌ای α عبارت است از

$$T_o = I_o \alpha \qquad (۱۷\text{-}۱۵)$$

یا

$$-Mgr\sin\theta = I_o \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

که در آن $r\sin\theta$ بازوی گشتاور مربوط به نیروی Mg بوده و علامت منفی بدان جهت منظور شده که تورک در جهت خلاف زاویه θ می‌باشد. اگر زاویه θ کوچک بوده باشد، $\sin\theta$ تقریباً برابر خود زاویه برحسب رادیان بوده و رابطه فوق را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$-Mgr\theta = I_o \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

یا

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{Mgr}{I_o}\theta = 0$$

که معادله دیفرانسیل مربوط به حرکت می‌باشد. این یک معادله دیفرانسیل خطی از درجه دوم بوده که حل کلی آن عبارت است از

$$\theta = A\sin\sqrt{\frac{Mgr}{I_o}}\,t + B\cos\sqrt{\frac{Mgr}{I_o}}\,t$$

شرایط مرزی مربوط به موقعی است که $t = 0$ که در این صورت $\theta = \theta_{max}$ و $d\theta/dt = 0$، یعنی سرعت زاویه‌ای برابر صفر است. با حل رابطه برای تعیین ثابتهای انتگرال درمی‌یابیم که $A = 0$ و $B = \theta_{max}$. بنابراین

$$\theta = \theta_{max}\cos\sqrt{\frac{Mgr}{I_o}}\,t$$

معادله یک موج کسینوسی بوده و موقعی یک سیکل کامل را خواهد پیمود که

$$\sqrt{\frac{Mgr}{I_o}}\,t = 2\pi$$

با حل این رابطه برای t، زمان لازم جهت پیمودن یک سیکل کامل که اصطلاحاً آن را پریود یا زمان تناوب می‌نامند، تعیین خواهد شد.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_o}{Mgr}} \qquad (۱۷-۱۶)$$

با حل این رابطه برای I_o به دست می‌آوریم که

$$I_o = Mgr\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \qquad (۱۷-۱۷)$$

آنگاه با استفاده از قانون محورهای موازی می‌توان ممان اینرسی حول مرکز ثقل را تعیین نمود. بنابراین

$$I = I_o - Mr^2$$
$$= Mr\left[\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g - r\right] \qquad (۱۷-۱۸)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

دقت در محاسبه I، بستگی به دقت تعیین T و r دارد. اگر دو جمله داخل کروشه از نظر مقدار تقریباً یکسان بوده باشند، آنگاه خطائی ناچیز در هر کدام موجب خطای زیاد در مقدار I خواهد شد. برای آنکه این خطا را کم کنیم، لازم است که T را بزرگ و r را کوچک انتخاب کنیم. این عمل را برای میله نشان داده شده در شکل ۱۷-۱۲ می‌توان با آویزان نمودن میله از انتهای دیگر آن انجام داد.

ممان اینرسی یک قطعه را همچنین می‌توان مطابق شکل ۱۷-۱۳ با قراردادن آن بر روی پاندولی متشکل از میز بدون وزن آویزان شده از نخهائی به دست آورد. برای تعیین ممان اینرسی قطعه حول محور G-G مار بر مرکز ثقل آن را بر روی میز طوری قرار می‌دهیم که محور G-G موازی O-O و مستقیماً زیر آن قرار گیرد. زمان تناوب نوسانهای کوچک را می‌توان با مشاهده و شمارش تعداد نوسانهای انجام شده در چند دقیقه تعیین نمود. ممان اینرسی قطعه حول مرکز جرمش یعنی محور G-G را می‌توان به صورت زیر تعیین نمود. فرض می‌کنیم

$M_p =$ وزن قطعه

$M_t =$ وزن میز

$r_p =$ فاصله نقطه O تا مرکز ثقل قطعه

$r_t =$ فاصله نقطه O تا مرکز ثقل میز

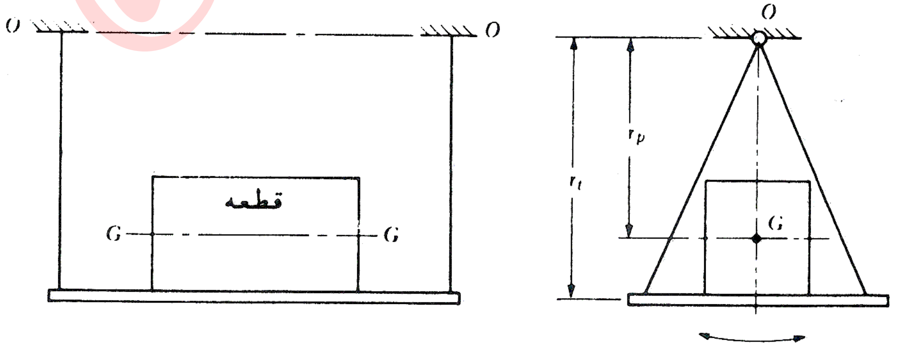
$I_{po} =$ ممان اینرسی قطعه حول محور O-O

$I_{to} =$ ممان اینرسی میز حول محور O-O

$T =$ زمان تناوب میز با قطعه

$T_t =$ زمان تناوب میز بدون قطعه

باشند. رابطه (۱۷-۱۶) که در آن I_o مجموع ممانهای اینرسی میز و قطعه حول محور O-O و M جرم کلی قطعه و میز رویهم می‌باشد، مقدار زمان تناوب میز با قطعه واقع بر روی آن را تعیین



شکل ۱۷-۱۳

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

می‌نماید. بنابراین

$$T = ۲\pi \sqrt{\frac{I_{po} + I_{to}}{(M_p + M_t)\, gr}} \qquad (۱۹\text{-}۱۷)$$

که در آن r فاصله $O\text{-}O$ تا مرکز ثقل قطعه و میز بر روی هم می‌باشد. با توجه به مطالب مشروحی که درکتابهای درسی مکانیک آمده، مقدار r را می‌توان به صورت زیر با گرفتن گشتاور استاتیکی حول $O\text{-}O$ به دست آورد.

$$(M_p + M_t)\, r = M_p r_p + M_t r_t$$

یا

$$r = \frac{M_p \cdot r_p + M_t \cdot r_t}{M_p + M_t} \qquad (۲۰\text{-}۱۷)$$

با قراردادن رابطه (۱۷ـ۲۰) در رابطه (۱۷ـ۱۹)

$$\frac{T}{۲\pi} = \sqrt{\frac{I_{po} + I_{to}}{(M_p r_p + M_t r_t)\, g}} \qquad (۲۱\text{-}۱۷)$$

با حل برای I_{po} به دست می‌آوریم که

$$I_{po} = \left(\frac{T}{۲\pi}\right)^۲ (M_p r_p + M_t r_t)\, g - I_{to} \qquad (۲۲\text{-}۱۷)$$

اما از رابطه (۱۷ـ۱۷)

$$I_{to} = M_t g r_t \left(\frac{T_t}{۲\pi}\right)^۲$$

با قراردادن مقدار فوق در رابطه (۱۷ـ۲۲) به دست می‌آوریم که

$$I_{po} = \left(\frac{T}{۲\pi}\right)^۲ M_p g r_p + \frac{M_t g r_t}{۴\pi^۲} (T^۲ - T_t^۲) \qquad (۲۳\text{-}۱۷)$$

اما با توجه به قانون محورهای موازی

$$I_{po} = I_p + M_p r_p^۲ \qquad (۲۴\text{-}۱۷)$$

که در آن I_p ممان اینرسی قطعه حول محور $G\text{-}G$ مار بر مرکز ثقل می‌باشد. با قراردادن رابطه (۱۷ـ۲۴) در رابطه (۱۷ـ۲۳) به دست می‌آوریم که

$$I_p = M_p g r_p \left[\left(\frac{T}{۲\pi}\right)^۲ - \frac{r_p}{g}\right] + \frac{M_t g r_t}{۴\pi^۲} (T^۲ - T_t^۲) \qquad (۲۵\text{-}۱۷)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

از آنجا که ممان اینرسی هر قطعه حول محوری معلوم با حاصلضرب مجموع جرمهای نقاط مادی تشکیل دهنده قطعه در مجذور فاصله محور تا نقاط مادی نشان داده می‌شود، اغلب می‌توانیم آن را به صورت زیر بیان کنیم

$$I = Mk^{2} \qquad (۲۶-۱۷)$$

که در آن M جرم کلی قطعه و k به شعاع ژیراسیون موسوم می‌باشد. به بیانی دیگر، اگر تمام جرم قطعه به صورت متمرکز در فاصله k از محور موردنظر منظور گردد، آنگاه ممان اینرسی چنین مجموعه‌ای برابر ممان اینرسی قطعه خواهد بود.

۷-۱۷ مجموعه‌های معادل دینامیکی

با مطالعه جسمی که تحت تأثیر یک مجموعه از نیروهای خارجی قرار دارد، دیدیم که شتاب آن بستگی دارد به

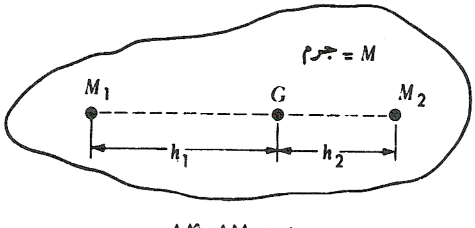
۱. جرم جسم

۲. موقعیت مرکز جرم

۳. ممان اینرسی

گاهی حل مسائل مربوط به دینامیک را می‌توان با تعویض یک عضو با یک مجموعه معادل دینامیکی ساده‌تر نمود. بنا به تعریف یک مجموعه معادل دینامیکی عبارت از یک دسته اجسام بوده که ضمن اتصال صلب به یکدیگر، تحت تأثیر نیروهای خارجی همسان وارد بر عضو موردنظر شتابی معادل شتاب آن عضو را پیدا کنند.

جسم نشان داده شده در شکل ۱۷-۱۴ دارای جرمی معادل M و ممان اینرسی I حول مرکز جرم G می‌باشد. اگرچه در تعداد جرمهای مورد استفاده قرار گرفته در یک مجموعه، محدودیتی وجود ندارد، ولی ساده‌ترین مجموعه مرکب از دو جرم می‌باشد. از آنجا که یک سیستم معادل می‌بایست یک جسم صلب بوده باشد، فرض می‌کنیم که این سیستم متشکل از دو نقطه مادی به جرمهای M_1 و



شکل ۱۷-۱۴

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$M_۲$ بوده که مطابق شکل توسط میله‌ای بدون جرم به یکدیگر متصل شده‌اند. برای آنکه این دو نقطه مادی، از نظر دینامیکی معادل عضو اصلی بوده باشند، روابط زیر می‌بایست صادق بوده باشند.

$$M_1 + M_2 = M$$

$$M_1 h_1 = M_2 h_2 \qquad (۱۷\text{-}۲۷)$$

$$M_1 h_1^2 + M_2 h_2^2 = I$$

اولین رابطه از روابط (۱۷-۲۷) به این دلیل می‌بایست صادق باشد که

$$\Sigma F = MA_G$$

اگر قرار باشد مرکز جرم عضو اصلی و مجموعه معادل آن دارای شتاب یکسان A_G بوده باشند، می‌بایست دارای جرم کلی یکسان M نیز بوده باشند. برای آنکه شتاب مرکز جرم دو سیستم، یعنی A_G، یکسان بوده باشند موقعیت مرکز جرم می‌بایست یکی بوده و بنابراین رابطه دوم می‌بایست صادق باشد. مضافاً چون

$$\Sigma T = I\alpha$$

و از آنجا که شتاب زاویه‌ای α برای هر دو مجموعه یکی است، ممان اینرسی مجموعه معادل و عضو اصلی می‌بایست یکسان باشند. این شرایط لازم به وسیله سه رابطه بیان گردیده است.

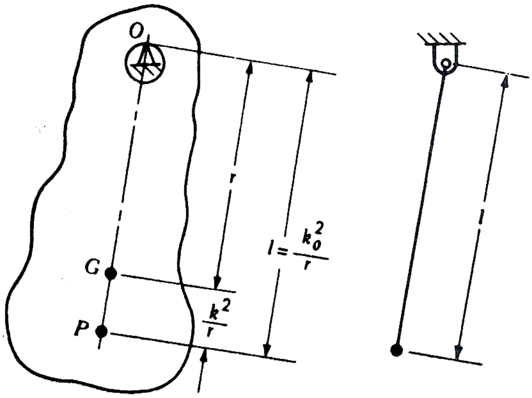
در اینجا چهار مجهول وجود دارد که عبارت‌اند از M_1، M_2، h_1 و h_2. هریک از این چهارمجهول را می‌توان به طور فرضی انتخاب نموده و با استفاده از روابط فوق سه تای دیگر را تعیین نمود. به طوری که بعداً خواهیم دید، استفاده از سیستم معادل روش مفیدی در موازنه مکانیزم لنگ و لغزنده خواهد بود.

۱۷-۸ مرکز ضربه

پدیده مهم دیگری که در مطالعه دینامیک مورد استفاده قرار گرفته و مفید می‌باشد، مفهوم مرکز ضربه است. این مفهوم به وسیله پاندولهای ساده و مرکب بیان خواهد شد. یک پاندول ساده مطابق شکل ۱۷-۱۵ الف شامل جرم متمرکز واقع در انتهای میله و یا نخ بدون جرم می‌باشد. جسمی که مطابق شکل ۱۷-۱۵ ب جرم آن مطابق پاندول ساده متمرکز نبوده ولی همانند پاندول ساده نوسان می‌کند، پاندول مرکب نامیده می‌شود. جرم یک پاندول مرکب را ممکن است به صورت متمرکز در نقطه‌ای طوری در نظر گرفت که زمان تناوب آن تغییر نکرده و ثابت باقی بماند. این نقطه را مرکز

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۷ـ۱۵

ضربه می‌نامند. زمان تناوب پاندول ساده برابر است با

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (۱۷\text{ـ}۲۸)$$

قبلاً در این فصل دیدیم، که زمان تناوب یک پاندول مرکب به وسیله رابطه (۱۷ـ۱۶) به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_o}{Mgr}} = 2\pi\sqrt{\frac{Mk_o^2}{Mgr}} = 2\pi\sqrt{\frac{k_o^2}{gr}} \qquad (۱۷\text{ـ}۲۹)$$

که در آن M جرم پاندول مرکب و I_o و k_o به ترتیب ممان اینرسی و شعاع ژیراسیون پاندول مرکب حول نقطه تعلیق O می‌باشد. اگر زمان تناوب پاندول ساده را مساوی زمان تناوب پاندول مرکب قرار دهیم درمی‌یابیم که

$$l = \frac{k_o^2}{r} \qquad (۱۷\text{ـ}۳۰)$$

بنابراین، اگر جرم پاندول مرکب نشان داده شده در شکل ۱۷ـ۱۵ ب، در نقطه‌ای مانند P متمرکز گردد، زمان تناوب آن تغییر نخواهد کرد. نقطه P نسبت به نقطه O را مرکز ضربه می‌نامند. باید توجه داشت که نمی‌توان به تنهایی از مرکز ضربه جسم صحبت کرد بلکه همیشه می‌بایست آن را نسبت به نقطه دیگری واقع بر روی جسم ارجاع داد. اگر جسم نشان داده شده در شکل ۱۷ـ۱۵ ب، در نقطه‌ای دیگر متکی بوده باشد، مرکز ضربه در نقطه دیگر غیر از نقطهٔ P واقع خواهد بود.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

حال فاصله بین مرکز ضربه و مرکز جرم را محاسبه خواهیم نمود. با استفاده از قانون محورهای موازی

$$I_o = I + Mr^۲$$

که در آن I ممان اینرسی حول مرکز جرم می‌باشد. اگر k شعاع ژیراسیون نسبت به مرکز جرم بوده باشد، آنگاه

$$Mk_o^۲ = Mk^۲ + Mr^۲$$

و

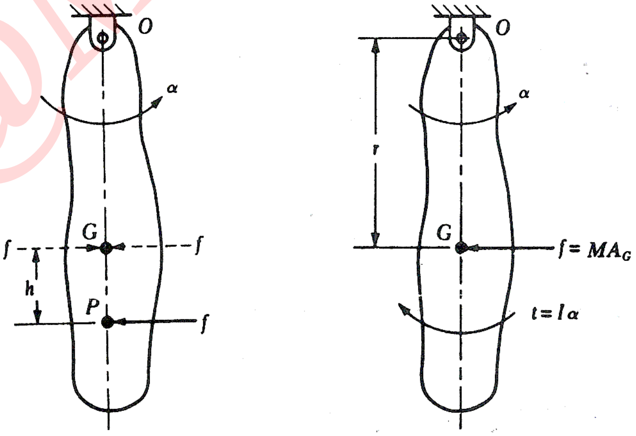
$$k_o^۲ = k^۲ + r^۲$$

با قراردادن عبارت اخیر در رابطه (۱۷ـ۳۰) به دست می‌آوریم که

$$l = \frac{k^۲}{r} + r$$

به طوری که ملاحظه می‌کنیم $k^۲/r$ فاصله مرکز جرم تا مرکز ضربه می‌باشد.

اگر به پاندولی حول نقطه تعلیقش، شتابی برابر α داده شود، می‌توان نشان داد که نیرو و تورک اینرسی قابل جابه‌جایی با یک نیرو در مرکز ضربه می‌باشند. پاندول نشان داده شده در شکل ۱۷ـ۱۶ الف را در نظر می‌گیریم که مطابق شکل دارای شتابی معادل α می‌باشد. نیروی اینرسی f در مرکز جرم G مؤثر بوده و جهت آن در خلاف جهت $A_G = r\alpha$ می‌باشد. همچنین یک تورک اینرسی مانند t



(ب) (الف)

شکل ۱۷ـ۱۶

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

وجود خواهد داشت، که جهت آن در جهت خلاف α می‌باشد. نیروی f و تورک t مجدداً در شکل ۱۷ـ۱۶ ب که در آن تورک به وسیله کوپل fh مشخص شده، نشان داده شده‌اند. بنابراین

$$t = fh \quad \text{یا} \quad I\alpha = MA_G h$$

و

$$h = \frac{I\alpha}{MA_G} = \frac{Mk^2\alpha}{Mr\alpha} = \frac{k^2}{r} \tag{۱۷ـ۳۱}$$

از این رو می‌بینیم که h برابر فاصله GP بوده که قبلاً هم ملاحظه کردیم. از آنجا که دو نیروی مؤثر در نقطه G مساوی و مخالف هم می‌باشند، همدیگر را خنثی کرده و به طوری که ملاحظه می‌کنیم اثر ناشی از اینرسی را می‌توان تنها با نیروی f وارد بر مرکز ضربه نشان داد. این بدان معنا است که اگر به پاندولی نیروئی عمود بر خط OG طوری وارد شده که خط اثر آن از مرکز ضربه عبور کند، در نقطه تعلیق، هیچ‌گونه عکس‌العملی وجود نخواهد داشت. یک مثال عملی از این پدیده احساس لرزش و عکس‌العمل در ماهیچه‌های دست به هنگام نواختن توپ در نقطه‌ای غیر از مرکز ضربه راکت تنیس می‌باشد.

تمرینها

۱۷ـ۱ یک واگن راه‌آهن با سرعت ثابت ۵۵ میل در ساعت، در امتداد پیچی با شعاع ۴۰۰ فوت و متمایل به راست در حرکت است. شخصی به جرم ۱۶۰ پوند و سرعت ثابت ۵ فوت بر ثانیه نسبت به واگن از وسط راهرو به طرف جلوی واگن قدم می‌زند.

الف) معادله‌ای بنویسید که بیان‌کننده شتاب شخص بوده باشد. موقع نوشتن مؤلفه‌های شتاب در معادله فوق از حرف M برای نامگذاری شخص و از حرف C برای نقطه‌ای ثابت واقع در زیر پای شخص و در کف واگن استفاده کنید.

ب) دیاگرام شتاب نشان‌دهنده تابع برداری فوق را رسم کرده و تمام بردارها را نامگذاری کنید. شتاب شخص را برحسب فوت در مجذور ثانیه تعیین کنید.

ج) نیروی اینرسی مؤثر بر روی شخص را تعیین و خط اثر آن را تعیین کنید.

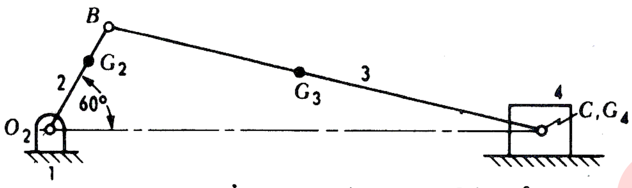
۱۷ـ۲ مکانیزم لنگ و لغزنده یک دیزل تک سیلندری در شکل P۲ـ۱۷ نشان داده شده است. نیروی P حاصل از اشتعال گاز که معادل ۱۷۸۰۰ نیوتون می‌باشد به نقطه C از پیستون و به سمت چپ وارد می‌گردد. لنگ با سرعت ثابت ۱۸۰۰ r/min در خلاف گردش عقربه‌های ساعت دوران می‌نماید. مکانیزم را با مقیاس $1\text{mm.} = 2\text{mm.}$ رسم کنید. دیاگرامهای سرعت، شتاب و نیرو را به ترتیب با مقیاسهای $1\text{mm.} = 0{,}3\text{m./s.}$، $1\text{mm.} = 22{,}5\text{m./s}^2.$ و $1\text{mm.} = 175\text{N}$ بکشید. نیروهای استاتیکی و اینرسی را به طور ترکیبی مورد تجزیه و تحلیل قرار دهید.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

الف) به منظور حفظ تعادل نیروهای F_{14} و F_{12} و تورک T_2 که توسط میل لنگ به لنگ وارد می‌شود را برحسب نیوتون متر تعیین کنید.

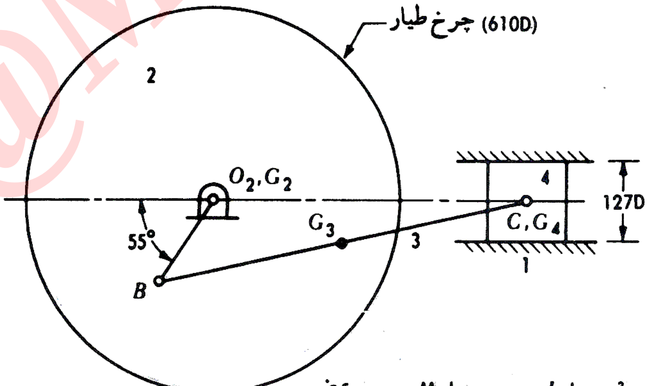
ب) مقدار، امتداد و موقعیت نیروی لرزشی را نسبت به نقطه O_2 تعیین کنید.



	عضو	M, kg	I, kg · m²
O_2B = 76.2 mm	2	2.26	0.00544
O_2G_2 = 50.8 mm	3	3.63	0.0408
BC = 286 mm	4	2.72	
BG_3 = 127 mm			

شکل ۱۷ـ P۲

۱۷ـ۳ شکل ۱۷ـP۳ مکانیزم لنگ و لغزنده مربوط به یک کمپرسور را نشان می‌دهد. چرخ طیار به عنوان لنگ عمل می‌کند. یک تورک خارجی توسط میل‌لنگ چرخ طیار را با سرعت تقریباً ثابت ۶۰۰ دور در دقیقه در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت به گردش درمی‌آورد. فشار هوای وارد به سمت چپ پیستون در لحظه موردنظر برابر ۲۰۹۰۰۰ پاسگال می‌باشد. الف) با استفاده از مقیاس 1mm. = 5mm. مکانیزم را رسم کنید. برای رسم دیاگرامهای سرعت، شتاب و نیرو بـه تـرتیب از مقیاسهای 1mm. = ۰٫۱۲m/s.، 1mm. = ۶m./s.²، 1mm. = ۵۲٫۵N. استفاده کنید. با یک تجزیه و



	عضو	M, kg	I, kg · m²
O_2B = 152 mm	2	136	
BC = 610 mm	3	6.35	0.394
BG_3 = 305 mm	4	3.63	

شکل ۱۷ـ P۳

@MechSource

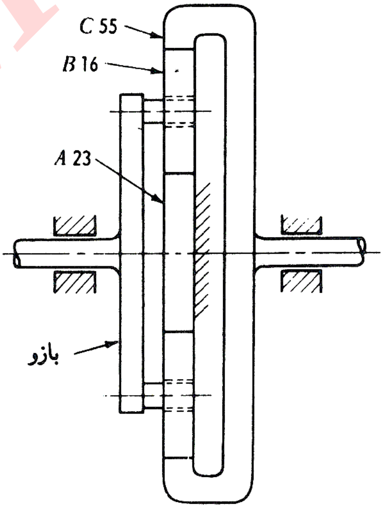
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

تحلیل کامل استاتیکی و دینامیکی تورک لازم $T_۲$ را برحسب نیوتون متر و جهتی را که این تورک توسط میل‌لنگ به لنگ وارد می‌شود تعیین کنید. ب) مقدار و امتداد نیروی لرزشی و همچنین موقعیت خط اثر آن را نسبت به نقطهٔ $O_۲$ تعیین کنید.

۱۷-۴ بادامک نشان داده شده در شکل ۶-P۸ را در نظر بگیرید. بادامک با سرعت ثابت ۱۵ رادیان بر ثانیه در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت گردش می‌نماید. بار وارده بر پیرو برابر ۲ر۲۲ نیوتون بوده که توسط قطعه‌ای که در شکل نشان داده نشده از طرف بالا وارد می‌گردد. جرم خود پیرو معادل یک کیلوگرم می‌باشد. ضریب فنر برابر ۵ر۳ نیوتون بر میلیمتر بوده و در موقعی که پیرو در پایینترین وضعیت خود می‌باشد، نیرویی معادل ۸ر۱۷ نیوتون به پیرو وارد می‌نماید. مکانیزم را در شرائطی که بادامک در وضعیت نشان داده شده می‌باشد با مقیاس حقیقی رسم کنید. در این وضعیت، سرعت و شتاب پیرو تعیین و به ترتیب معادل ۱۲۹ر۰ متر بر ثانیه و ۲ر۱۱ متر بر مجذور ثانیه می‌باشند. جهت سرعت و شتاب هر دو به طرف بالا می‌باشند. فرض می‌کنیم بادامک و پیرو مطابق شکل ۱۷-۹ دارای $a = ۲۷٫۸\text{mm}$، $b = ۵۰٫۸\text{mm}$، $d = ۹٫۵۳\text{mm}$ و $\mu = ۰٫۱$ باشد. تعیین کنید: الف) نیروی قائم وارد بر بادامک چقدر است؛ ب) حد زاویه فشار چقدر می‌باشد؛ ج) تورکی که میل‌لنگ بر بادامک وارد می‌کند برحسب نیوتون متر چقدر خواهد بود.

۱۷-۵ در رشته چرخدنده خورشیدی نشان داده شده در شکل ۱۷-P۵ چرخدنده‌های اینولوت ۲۰ درجه با مدول ۳ می‌باشند. بازو محرک جعبه‌دنده بوده و با نگاه از انتهای سمت راست با سرعت ۲۰۰۰ دور در دقیقه در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت گردش می‌نماید. چرخدنده A ثابت



شکل ۱۷-P ۵

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

بوده و چرخدنده‌های اقماری B هریک دارای جرمی معادل ۲۲۷ر۰ کیلوگرم می‌باشند. چرخدنده داخلی C متحرک جعبه‌دنده می‌باشد. فرض کنید راندمان این جعبه‌دنده که قدرتی معادل ۳۷۳۰۰ وات را انتقال می‌دهد ۱۰۰٪ می‌باشد.

الف) تعداد دور بر حسب دور در دقیقه و جهت گردش چرخدنده C را به هنگام نگاه از انتهای سمت راست تعیین کنید.

ب) نیروی وارد بر هریک از چرخدنده‌ها را تعیین کنید. برای رسم دیاگرام نیروها از مقیاس ۱mm. = ۱۸N. استفاده کنید. همچنین تورکی را که شفت محرک به بازو وارد کرده، تورکی را که شفت محرک به چرخدنده C وارد می‌کند و تورک مقاومی را که بدنه به چرخدنده A وارد می‌کند را برحسب نیوتون متر تعیین کنید.

۱۷ـ۶ به منظور تعیین ممان اینرسی یک چرخ طیار آن را بر روی لبه تیزی که از داخل محل نشیمن شفت گذشته قرار می‌دهیم. سوراخ دارای قطری معادل ۵۰ میلیمتر بوده که از این رو فاصله بین تکیه‌گاه مربوط به لبه تیز و مرکز جرم برابر ۲۵ میلیمتر می‌باشد. چرخ طیار در زمانی معادل ۱۹۸ر۵ ثانیه ۱۰۰ بار نوسان نموده است. اگر جرم چرخ طیار برابر ۴۰ کیلوگرم بوده باشد، ممان اینرسی جرمی آن را بر حسب $kg-m^2$ حول محور مار بر مرکز جرم تعیین کنید.

۱۷ـ۷ شاتون نشان داده شده در شکل ۱۷ـ۱۲، بر روی لبه تیزی قرار گرفته و قادر است در یک زاویه کم نوسان نماید. این قطعه در مدت ۱۸۹ ثانیه ۲۰۰ سیکل نوسان می‌نماید. فاصله مراکز یاتاقان واقع در دو انتهای قطعه برابر ۲۵۴ میلیمتر بوده و فاصله r در شکل برابر ۱۷۸ میلیمتر می‌باشد. جرم میله برابر ۲۰ر۱ کیلوگرم می‌باشد.

الف) ممان اینرسی شاتون را بر حسب $kg-m^2$ حول محور مار بر مرکز جرم تعیین کنید.

ب) M_1، M_2 و h_2 مربوط به دو جرم معادل شاتون را در صورتی که M_1 در مرکز یاتاقان بالایی قرار گرفته باشد تعیین کنید.

ج) موقعیت مرکز ضربه شاتون فوق را حول لبه تیز تعیین کنید.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۸

چرخ طیارها

۱۸ـ۱ مقدمه

یک چرخ طیار، جرمی گردان می‌باشد که برای ذخیره انرژی در ماشینها مورد استفاده قرار می‌گیرد. انرژی جنبشی یک جسم گردان برابر $(۱/۲) I\omega^۲$ بوده که در آن I ممان اینرسی جرمی حول محور دوران و ω سرعت زاویه‌ای جسم می‌باشد. اگر سرعت جسم افزایش یابد انرژی در چرخ طیار ذخیره و اگر سرعت کاهش یابد انرژی توسط چرخ طیار پس داده خواهد شد.

دو نوع ماشین که از مزایای چرخ طیار بهره می‌گیرند عبارت‌اند از ژنراتورهای برق که توسط موتورهای احتراق داخلی به حرکت درآمده و پرسهای مکانیکی. یک سیلندر چهارزمانه مربوط به یک موتور احتراقی را در نظر می‌گیریم. چون در هر دو دور گردش فقط یک بار احتراق صورت گرفته و قدرت حاصل می‌گردد، تورک وارد به ژنراتور متغیر می‌باشد. ولتاژ خروجی ژنراتور تابع سرعت بوده و تغییر ولتاژ موجب چشمک‌زدن چراغها می‌گردد. در این حالت، به منظور تأمین سرعت تقریباً یکنواخت و همچنین تأمین تورک تقریباً یکنواخت در ژنراتور از چرخ طیار استفاده می‌گردد.

همان‌طور که در بالا اشاره رفت، پرسهای مکانیکی دومین دسته از ماشینها بوده که از مزایای چرخ طیار بهره می‌گیرد. پرسها به هنگام عمل پرسکاری نیاز به قدرت نسبتاً زیادی داشته که اگر از چرخ طیار استفاده نگردد، این قدرت می‌بایست توسط موتور تأمین گردد. با استفاده از چرخ طیار می‌توان از یک موتور کوچکتر استفاده نمود. این بدان دلیل است که چرخ طیار در فواصل عمل پرسکاری انرژی را در خود ذخیره و به هنگام عمل پرسکاری این انرژی ذخیره شده را به مقدار لزوم در اختیار قرار می‌دهد.

۱۸ـ۲ ضریب تغییرات

ضریب تغییرات عبارت از تغییرات مجاز در سرعت بوده و با رابطه زیر مشخص می‌گردد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$C = \frac{\omega_۱ - \omega_۲}{\omega}$$

که در آن $\omega_۱$ ماکزیمم سرعت زاویه‌ای چرخ طیار، $\omega_۲$ مینیمم سرعت زاویه‌ای چرخ طیار و ω سرعت زاویه‌ای متوسط چرخ طیار و یا سرعت اسمی می‌باشد. این ضریب را همچنین می‌توان به صورت زیر بیان نمود.

$$C = \frac{V_۱ - V_۲}{V}$$

که در آن $V_۱$ ماکزیمم سرعت خطی نقطه‌ای واقع بر روی چرخ طیار، $V_۲$ مینیمم سرعت خطی آن نقطه و V سرعت متوسط همان نقطه واقع بر روی چرخ طیار می‌باشند.

مقادیر قابل قبول این ضریب در عمل بین ۰٫۲ برای سنگ کوبها و ۰٫۰۰۲ برای ژنراتورها متغیر می‌باشند. مقادیر پیشنهادی برای انواع ماشینها را می‌توان در کتابهای مهندسی و کتابهای درسی مربوط به طراحی اجزاء یافت.

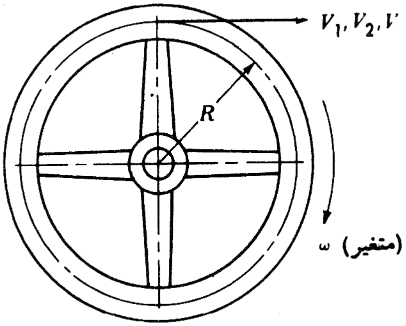
۱۸ـ۳ جرم چرخ طیار به ازای یک ضریب تغییرات معلوم در سرعت

چرخ طیار نشان داده شده در شکل ۱۸ـ۱ را در نظر گرفته و فرض می‌کنیم که سرعت زاویه‌ای متغیر بوده به طوری که $V_۱$ ماکزیمم سرعت حلقه خارجی، $V_۲$ مینیمم سرعت این حلقه و V سرعت متوسط آن باشد. بنابراین

$$V = \frac{V_۱ + V_۲}{۲}$$

و یا

$$۲V = V_۱ + V_۲ \qquad (۱\text{ـ}۱۸)$$



شکل ۱۸ـ۱

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

از آنجا که ضریب تغییرات برابر

$$C = \frac{V_1 - V_2}{V}$$

می‌باشد، بنابراین

$$CV = V_1 - V_2 \quad (۲\text{-}۱۸)$$

فرض می‌کنیم تمامی جرم چرخ طیار، یعنی M، در فاصله شعاع متوسط حلقه خارجی یعنی R متمرکز باشد. پس انرژی جنبشی در سرعتهای V_1 و V_2 برابر خواهد بود با

$$\mathrm{KE}_1 = \frac{1}{2} M V_1^2 \quad \text{و} \quad \mathrm{KE}_2 = \frac{1}{2} M V_2^2$$

اگر تغییر انرژی را با E نشان دهیم، آنگاه

$$E = \frac{1}{2} M (V_1^2 - V_2^2) \quad (۳\text{-}۱۸)$$

با ضرب نمودن طرفین روابط (۱۸-۱) و (۱۸-۲) در یکدیگر

$$2CV^2 = V_1^2 - V_2^2 \quad (۴\text{-}۱۸)$$

با قراردادن رابطه (۱۸-۴) در رابطه (۱۸-۳) به دست می‌آوریم

$$E = MCV^2 \quad (۵\text{-}۱۸)$$

در یک چرخ طیار واقعی، تمام جرم مطابق فرض فوق در حلقه خارجی متمرکز نمی‌باشد. چرخ طیار معمولاً طوری طراحی می‌گردد که قسمت اعظم جرم آن در حلقه خارجی متمرکز شده، به طوری که به ازای یک سرعت زاویه‌ای معلوم انرژی جنبشی آن بیشتر می‌باشد. در رابطه فوق M جرم مؤثر چرخ طیار در حلقه خارجی یعنی برابر جرم حلقه خارجی چرخ طیار به اضافه جرم پره‌ها و حلقه میانی می‌باشد. در یک چرخ طیار پره‌دار جرم واقعی حلقه خارجی در حدود نود درصد جرم مؤثر M می‌باشد. از آنجا که تنشهای حاصله در حلقه خارجی و بازوها ناشی از نیروهای جانب مرکز که خود تابع سرعت می‌باشند بوده حد سرعت خطی حلقه خارجی برای چدن برابر ۳۰ متر در ثانیه و برای فولاد ۴۰ متر در ثانیه می‌باشد. جرم مخصوص چدن برابر ۷۰۹۰ کیلوگرم در مترمکعب و برای فولاد برابر ۷۸۳۰ کیلوگرم در مترمکعب می‌باشد.

مثال به عنوان یک مثال نمونه برای تجزیه و تحلیل چرخ طیار، اندازه‌های چرخ طیار به کار رفته در

https://t.me/MechSource

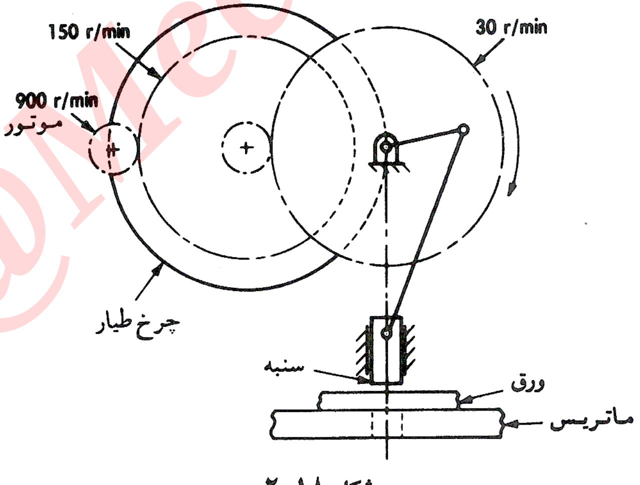
https://t.me/MechSource

یک پرس را تعیین خواهیم کرد. دیاگرامی از این پرس در شکل ۱۸ـ۲ نشان داده شده است. در این شکل لغزنده یک مکانیزم لنگ و لغزنده به عنوان سنبه‌ای که ورق را در داخل ماتریس پرس می‌کند، مورد استفاده قرار می‌گیرد، این پرس قرار است ۳۰ سوراخ در دقیقه را تعبیه نماید. بنابراین فاصله زمانی بین هر دو عمل سوراخکاری برابر ۲ ثانیه می‌باشد. فرض می‌کنیم زمان واقعی عمل سوراخکاری ۱/۶ فاصله زمانی هر دو عمل سوراخکاری یعنی برابر ۱/۳ = (۱/۶) × ۲ ثانیه باشد. قطر سوراخها ۲۰ میلیمتر بوده که می‌بایست در ورق فولادی با ضخامت ۱۳ میلیمتر و مشخصه ۱۰۲۵ تعبیه گردند. سرعت موتور مربوطه، ۹۰۰ دور در دقیقه بوده که توسط یک جعبه دنده کاهنده به میزانی مناسب جهت ۳۰ سوراخ در دقیقه می‌رسد.

ابتدا انرژی لازم جهت پرس نمودن سوراخ را محاسبه می‌کنیم. ماکزیمم نیروی برشی جهت بریدن و تعبیه سوراخ در ورق مربوطه را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد.

$$P = \pi d t \tau$$

که در آن d قطر سوراخ به حسب متر، t ضخامت ورق به حسب متر و τ مقاومت برشی به حسب پاسگال[1] می‌باشد.



شکل ۱۸ـ۲

1. Machinery's Handbook (The Industrial Press, New York)

براساس داده‌های کتاب فوق تنش حد برشی، τ تقریباً برابر ۷۵ر۰ تنش حد کششی یعنی تقریباً برابر ۳۱۰×۱۰^۶ پاسگال می‌باشد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

بنابراین ماکزیمم نیرو برابر است با

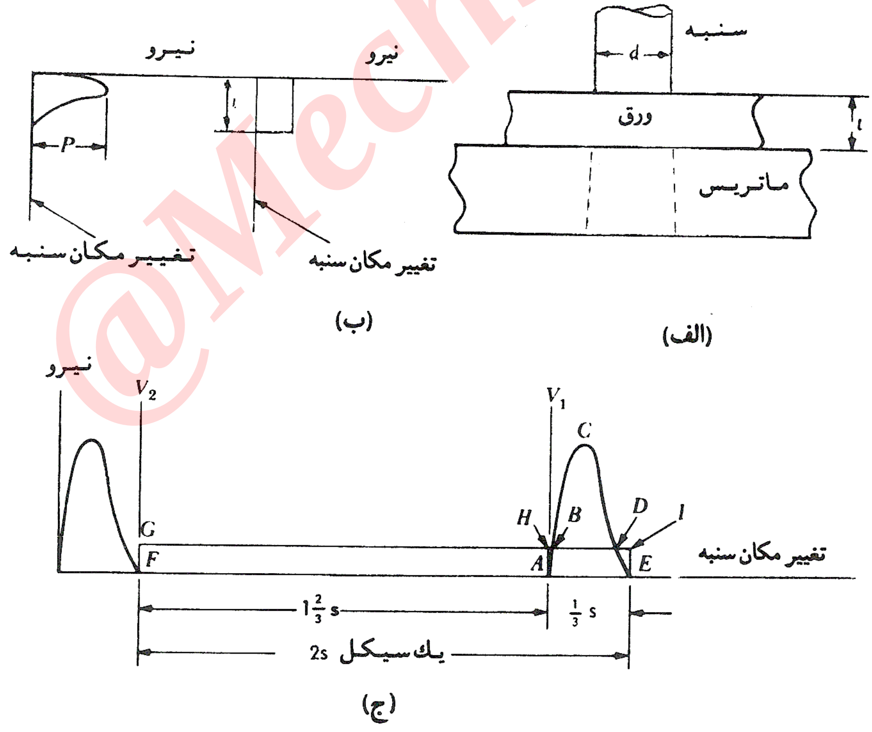
$$P = \pi\,(۰٫۰۲۰)\,(۰٫۰۱۳)\,(۳۱۰ \times ۱۰^{۶}) = ۲۵۳۰۰۰\,\text{N.}$$

شکل ۱۸-۳ یک منحنی متداول جهت نشان دادن تغییرات نیرو نسبت به تغییرمکان برای پرس نمودن سوراخی در یک ماده نرم و چکش‌خوار مثل فولاد می‌باشد. سطح زیر منحنی نیرو و تغییرمکان نشان داده شده در شکل ۱۸-۳ الف را می‌توان به طور تقریبی معادل مساحت یک مثلث گرفته که در این صورت کار انجام شده جهت پرس نمودن سوراخ برابر است با

$$W_k = \frac{۱}{۲} Pt$$

که در آن W_k کار انجام شده به حسب ژول، P ماکزیمم نیرو به حسب نیوتون و t ضخامت ورق به حسب متر می‌باشد، پس

$$W_k = \frac{۱}{۲}\,(۲۵۳۰۰۰)\,(۰٫۰۱۳) = ۱۶۴۰\ \text{J}$$



شکل ۱۸-۳

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

تجزیه و تحلیل بدون در نظرگرفتن چرخ طیارـ با فرض آنکه تغییرات نیرو مطابق منحنی نشان داده شده در شکل ۱۸ـ۳ ب یک مستطیل باشد، قدرت متوسط لازم در حین عمل پرسکاری برابر است با

$$\frac{W_k}{\text{زمان}} = \frac{۱۶۴۰}{۱/۳} = ۴۹۲۰\,\text{W}$$

اما از آنجا که P در شکل ۱۸ـ۳ الف، دوبرابر نیرو در شکل ۱۸ـ۳ ب می‌باشد، ماکزیمم قدرت واقعی لحظه‌ای تقریباً معادل ۹۸۴۰ وات می‌باشد.

تجزیه و تحلیل با در نظرگرفتن چرخ طیارـ اگر از یک چرخ طیار استفاده گردد، می‌توان قدرت موتور را به میزان قابل توجه تقلیل داد. شکل ۱۸ـ۳ ج نشان می‌دهد که زمان بین هر دو عمل سوراخکاری دو ثانیه بوده که زمان لازم جهت سوراخکاری فقط ۱/۳ ثانیه می‌باشد. به طوری که قبلاً تعیین شده کار انجام شده در هر سیکل ۱۶۴۰ ژول بوده که در شکل با سطح $ABCDE$ نشان داده شده و می‌بایست در زمانی معادل ۱/۳ ثانیه انجام پذیرد. اگر یک چرخ طیار به کار گرفته شود این مقدار انرژی می‌بایست در خلال هر سیکل تأمین گردیده که در شکل با سطح $FGIE$ نشان داده شده است. بنابراین با وجود یک چرخ طیار ۱۶۰۰ ژول، انرژی در خلال دو ثانیه تأمین گردیده و از این رو قدرت موتور لازم برابر است با $۱۶۴۰/۲ = ۸۴۰\,\text{W}$. در خلال ۱/۳ ثانیه مربوط به زمان عمل پرسکاری موتور انرژی نشان داده شده توسط سطح $AHIE$ که مقدارش برابر ۲۷۳ ژول بوده تأمین کرده ولی انرژی لازم جهت پرس‌نمودن سوراخ با سطح $ABCDE$ نشان داده‌شده که برابر ۱۶۴۰ ژول می‌باشد. بنابراین انرژی مورد نیاز که می‌بایست توسط چرخ طیار تأمین گردد برابر است با $۱۶۴۰ - ۲۷۳ = ۱۳۶۷$ ژول. از این رو ملاحظه می‌کنیم که انرژی تأمین شده توسط موتور در خلال عمل پرسکاری برابر ۲۷۳/۱۶۴۰ یعنی ۱/۶ کل انرژی مورد نیاز در کل سیکل می‌باشد.

برای تعیین جرم و اندازه چرخ طیار فرض می‌کنیم شعاع متوسط حلقه خارجی برابر ۹۰۰ میلیمتر بوده که از این رو سرعت متوسط این حلقه برابر خواهد بود با

$$V = \frac{\pi D n}{۶۰} = \frac{\pi\,(۰٫۹)\,(۱۵۰)}{۶۰} = ۷٫۰۷\ \text{m/s}$$

اگر فرض کنیم که ضریب تغییرات مجاز برابر ۰٫۱ می‌باشد، آنگاه با استفاده از روابط (۱۸ـ۱) و (۱۸ـ۲) داریم

$$۱۴٫۱۴ = V_۱ + V_۲ \quad \text{و} \quad ۰٫۷۰۷ = V_۱ - V_۲$$

و از حل این دو رابطه

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$V_1 = ۷٫۴۲\ \text{m/s} \quad \text{و} \quad V_2 = ۶٫۷۲\ \text{m/s}$$

برای کنترل

$$C = \frac{V_1 - V_2}{V} = \frac{۷٫۴۲ - ۶٫۷۲}{۷٫۰۷} = ۰٫۱$$

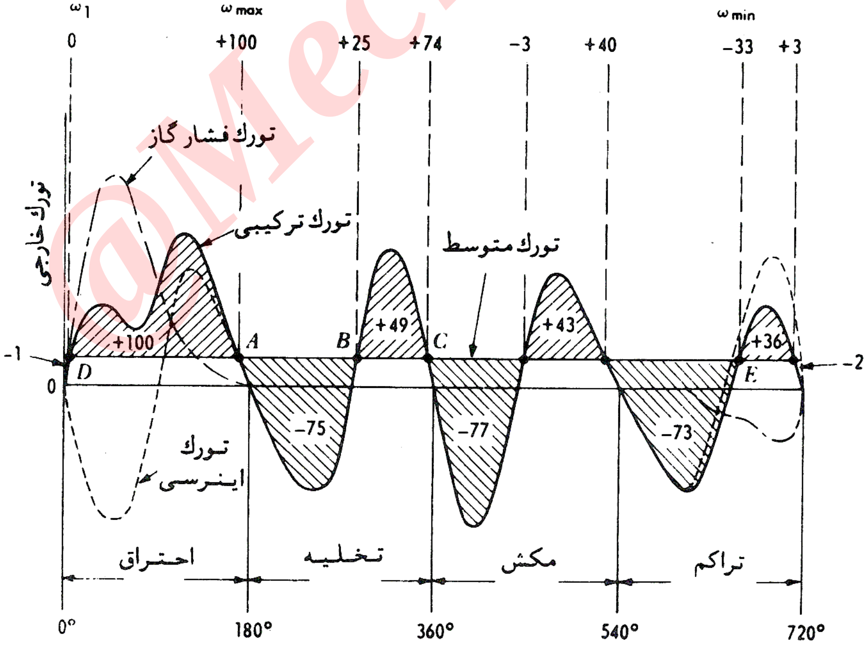
از رابطه (۱۸-۵)

$$M = \frac{E}{CV^2} = \frac{۱۳۶۷\text{N.m.}}{۰٫۱\ (۷٫۰۷\ \text{m/s})^2} = (۲۷۳\ \text{N})\frac{\text{s}^2}{\text{m}} = ۲۷۳\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}.\frac{\text{s}^2}{\text{m}} = ۲۷۳\text{kg}$$

با فرض آنکه چرخ طیار پره‌دار می‌باشد، جرم واقعی حلقه دور در حدود نود درصد جرم فوق یعنی برابر (۲۷۳) ۰٫۹۰ و یا ۲۴۶ کیلوگرم می‌باشد.

۱۸-۴ چرخ طیار یک موتور احتراقی

به عنوان مثال دیگری از کاربرد چرخ طیار یک موتور تک سیلندر چهارزمانه را در نظر می‌گیریم. شکل ۱۸-۴ تورک خارجی را نسبت به موقعیتهای مختلف لنگ نشان می‌دهد. چهار زمان پیستون در یک سیکل صورت گرفته و در هر دو دور گردش فقط یک زمان قدرت داریم. تورک مرکب



شکل ۱۸-۴

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

خارجی عبارت است از مجموع تورک ناشی از فشارگاز و تورک اینرسی. فشارگاز وارد بر پیستون را می‌توان از روی دیاگرامی که فشارگاز را به صورت تابعی از موقعیت پیستون ارائه می‌کند به دست آورد. تورک خارجی ناشی از فشارگاز را می‌توان با یک تجزیه و تحلیل استاتیکی تعیین و دیاگرام آن را نسبت به موقعیتهای زاویه‌ای لنگ ترسیم نمود. تورک خارجی مربوط به اینرسی را می‌توان با یک تجزیه و تحلیل دینامیکی تعیین نمود.

سطوح واقع در بالای خط مربوط به تورک صفرکار مثبت انجام شده توسط موتور و سطوح زیر خط مربوط به تورک صفرکار منفی انجام شده توسط موتور را نشان می‌دهد. تورک متوسط از جمع جبری این سطوح و تقسیم آن به ۷۲۰ درجه تغییر مکان لنگ به دست می‌آید. اگر ماشین که به وسیله موتور رانده می‌شود تورک مقاومی معادل با تورک متوسط ایجاد نماید، آنگاه وسیله‌ای می‌بایست پیش‌بینی گردد تا منحنی تورک مرکب را هم سطح نماید. کار چرخ طیار آن است که یک تورک خارجی یکنواخت در دسترس قرار دهد. سطوح هاشور زده شده بالای خط مربوط به تورک متوسط ازدیاد انرژی که موجب بالارفتن سرعت و ذخیره انرژی در چرخ طیار می‌گردد را نشان داده و سطوح هاشور زده شده زیر خط مربوط به تورک متوسط نقصان انرژی که موجب پایین آمدن سرعت و برداشت از انرژی ذخیره شده در چرخ طیار می‌گردد را نشان می‌دهد. مقادیر نسبی سطوح هاشور زده شده در شکل با اعداد نوشته شده در آنها نشان داده شده است.

برای تعیین انرژی که می‌بایست در چرخ طیار ذخیره گردد، می‌بایست موقعیتهایی از لنگ را که به ازای آنها سرعت لنگ ماکزیمم و یا مینیمم است را پیدا کنیم. ابتدا ممکن است چنین پنداریم که ماکزیمم سرعت در انتهای زمان قدرت و مینیمم آن در شروع این زمان می‌باشد. ولی با توجه به شکل ۱۸ـ۴ درمی‌یابیم که این موقعیتها صحیح نمی‌باشند. اگر از نقطه A شروع کرده و به B برویم، ملاحظه می‌کنیم که سطح زیر منحنی مربوط به تورک مرکب منفی بوده که این نشانه نقصان انرژی و بنابراین کاهش سرعت است. سپس اگر از نقطه B به C برویم، ملاحظه می‌شود که علامت مثبت بوده که این نشانه ازدیاد انرژی و در نتیجه ازدیاد سرعت می‌باشد. بنابراین ماکزیمم و مینیمم سرعت در نقاط به برخورد منحنی مربوط به تورک مرکب و تورک متوسط اتفاق خواهد افتاد.

برای تعیین نقاط مربوط به ماکزیمم و مینیمم سرعت به طور دلخواه از نقطه D شروع کرده و اولین نقطه از برخورد منحنی تورک مرکب و تورک متوسط را تعیین و سرعت مربوط به آن را ω_1 می‌نامیم. انرژی جنبشی در این نقطه E_1 بوده و چون وقتی به نقطه A می‌رویم ازدیاد انرژی ۱۰۰+ می‌باشد، پس انرژی در نقطه A برابر $E_1 + 100$ خواهد بود. آنگاه با پیشروی به نقطه B نقصانی به میزان ۷۵ واحد در انرژی بوده و بنابراین وقتی به نقطه B می‌رسیم انرژی به $E_1 + 25$ تقلیل می‌یابد. برای هریک از نقاط برخورد منحنیهای تورک مرکب و تورک متوسط مقدار انرژی نسبی در بالای شکل نوشته شده است. به طوری که ملاحظه می‌کنیم، ماکزیمم سرعت در نقطه A اتفاق افتاده که این

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

نقطه همان نقطه‌ای است که انرژی در آن ماکزیمم بوده و مینیمم سرعت در نقطه E اتفاق می‌افتد که در آنجا انرژی مینیمم است. از آنجا که ماکزیمم تغییر انرژی از جمع جبری سطوح هاشورزده مابین این دو نقطه به دست می‌آید، پس، این همان انرژی است که از آن در رابطه (۱۸-۵) استفاده می‌گردد.

تمرینها

۱۸-۱ منحنی نیرو نسبت به تغییرمکان یک سنگ کوب که میل لنگ آن با سرعت ۶۰ دور در دقیقه دوران می‌نماید، همانند شکل ۱۸-۳ ج می‌باشد. قدرت ورودی متوسط برابر ۷۴۵۷ وات است. زمان واقعی خردکردن سنگ ۱/۵ ثانیه بوده که یکبار در هر دورگردش میل‌لنگ اتفاق می‌افتد.

الف) نیرویی را که می‌بایست در چرخ طیار ذخیره گردد برحسب ژول تعیین کنید.

ب) اگر قرار باشد چرخ طیار بر روی میل‌لنگ نصب گردد، جرم لازم برای حلقه خارجی چرخ طیار را تعیین کنید. فرض کنید بازوها و حلقه میانی جمعاً ده درصد جرم موثر حلقه خارجی را تشکیل می‌دهند. قطر متوسط حلقه خارجی برابر ۱۸۲۹ میلیمتر است. فرض کنید ضریب تغییرات سرعت ۰٫۲ بوده و سرعت متوسط ۶۰ دور در دقیقه می‌باشد.

۱۸-۲ در ورقی فولادی با مشخصات ۱۰۲۵ به ضخامت ۱۹ میلیمتر می‌بایست سوراخی به قطر ۱۷ میلیمتر پرس گردد. در هر دقیقه می‌بایست ۲۰ سوراخ پرس گردیده که وقت واقعی مربوط به پرسکاری سوراخها برابر ۱/۵ زمان بین هر دو عمل سوراخکاری می‌باشد. دور موتور به کار رفته ۱۲۰۰ دور در دقیقه بوده که از طریق چرخدنده‌هایی کاهش پیدا کرده و شفت حاوی چرخ طیار را با سرعت ۱۶۰ دور در دقیقه می‌گرداند. این شفت از طریق چرخدنده به میل لنگ پرس مربوط بوده و آن را با سرعتی که در هر دقیقه ۲۰ سوراخ پرس می‌نماید می‌چرخاند. مقاومت برشی صفحه فولادی برابر 310×10^6 پاسگال می‌باشد.

الف) شکلی مشابه شکل ۱۸-۲ رسم و سرعت هریک از شفتها را بر روی آنها بنویسید. همچنین شکلی مشابه شکل ۱۸-۳ ج را رسم کنید. قدرت موتور لازم را با فرض آنکه از چرخ طیاری استفاده نمی‌گردد تعیین کنید.

ب) قدرت موتور لازم را در صورتی که از چرخ طیار استفاده گردد تعیین کنید.

ج) در صورتی که نود درصد جرم مؤثر مربوط به جرم حلقه خارجی بوده باشد، جرم حلقه خارجی مورد نیاز را تعیین کنید. سرعت متوسط در روی قطر متوسط حلقه خارجی برابر ۲۰ متر در ثانیه و ضریب تغییرات سرعت برابر ۰٫۱ می‌باشد.

د) اگر جرم کل چرخ طیار تقریباً ۱٫۲۵ برابر جرم حلقه خارجی بوده باشد، جرم تقریبی کل چرخ طیار را تعیین کنید.

هـ) اگر حلقه خارجی چرخ طیار دارای مقطعی مربع شکل بوده باشد، اندازه‌های لازم را تعیین

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

کنید. حلقه خارجی از چدن با وزن مخصوص ۷۰۹۰ کیلوگرم بر متر مکعب ساخته شده است.

و) اگر چرخ طیار به صورت دیسکی توپر از چدن ساخته شده باشد، جرم لازم چرخ طیار را برای سرعت محیطی متوسط ۲۰۰ متر در ثانیه تعیین کنید. ضریب تغییرات سرعت همان‌طور که در بالا ذکر شد برابر ۰٫۱ می‌باشد.

۱۸-۳ به منظور تعیین مشخصات چرخ طیار، یک موتور تک سیلندر چهارزمانه مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. منحنی تورک فشار گاز، تورک اینرسی و تورک مرکب قبلاً رسم و مشابه منحنیهای نشان داده شده در شکل ۱۸-۴ می‌باشند. به منظور تعیین نقطه‌ای که سرعت زاویه‌ای ω ماکزیمم و مینیمم می‌باشد، سطوح هاشورزده واقع در بالا و پایین خط مربوط به تورک متوسط اندازه‌گیری می‌گردد. به طوری که تعیین شده این نقاط ۴۸۵ درجه از یکدیگر فاصله داشته و سطوح هاشور زده بین نقاط A تا E به ترتیب ۷۷۴ − ، ۵۱۰ + ، ۷۹۳ − ، ۴۴۵ + و ۷۵۵ − میلیمتر مربع می‌باشند. مقیاس به کار رفته در ترسیم دیاگرام $1\text{mm.} = 5{,}34\text{N.m}$ می‌باشد. ۷۲۰ درجه در روی دیاگرام با طولی معادل ۱۸۴ میلیمتر نشان داده شده است. کورس موتور برابر ۱٫۲ میلیمتر می‌باشد. جرم معادل حلقه خارجی چرخ طیار را تعیین کنید. ضریب تغییرات سرعت برابر ۰٫۰۵، قطر متوسط حلقه خارجی چرخ طیار برابر ۶۱۰ میلیمتر بوده و سرعت موتور برابر ۱۰۰۰ دور در دقیقه می‌باشد. تذکر: ابتدا تعیین کنید هر میلیمتر مربع دیاگرام تورک نسبت به تغییرمکان معادل چند ژول کار و یا انرژی می‌باشد. خاطرنشان می‌گردد که کار و یا انرژی برابر حاصلضرب تورک در تغییر مکان زاویه‌ای برحسب رادیان می‌باشد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۹

توازن و یا بالانس جرمهای گردان

۱۹ـ۱ مقدمه

نیروهای اینرسی مکانیزمهای مختلف در فصل هفدهم مورد مطالعه قرار گرفت. همچنین در این تأثیر نیروهای اینرسی که به صورت نیروهای لرزشی تأثیر می‌نمودند مورد بحث قرار گرفته است. حال سؤال این است که با نیروهای لرزشی چه می‌توان کرد.

توازن کامل و یا قسمتی از نیروهای اینرسی مجموعه با اضافه‌کردن جرمهای اضافی که عمل معکوس در مقابل نیروهای اولیه دارند، امکان‌پذیر است. این روش برای دو نوع مسئله کاربرد دارد. اولین مورد به طوری که برای یک چرخ اتومبیل و یا یک میل لنگ اتومبیل نشان داده شده مجموعه‌ای از جرمهای گردان بوده و دومین مورد به طوری که برای یک مکانیزم لنگ و لغزنده نشان داده شده مجموعه‌ای از جرمهای رفت و برگشتی می‌باشند. توازن جرمهای گردان در این فصل و توازن جرمهای رفت و برگشتی در فصل بیستم مورد بحث قرار خواهد گرفت.

۱۹ـ۲ تک جرم گردان

برای نشان دادن اصولی که با آنها مواجه هستیم، بحث را با در نظر گرفتن شکل ۱۹ـ۱ که در آن شفت حامل تنها یک جرم متمرکز M در فاصله شعاعی R می‌باشد، شروع می‌کنیم. فرض می‌کنیم M_e جرمی است که می‌بایست جهت توازن در فاصله شعاعی R_e اضافه گردد.

اگر گشتاور نیروهای جاذبه، حول محور دوران صفر باشد توازن استاتیکی حاصل خواهد شد.

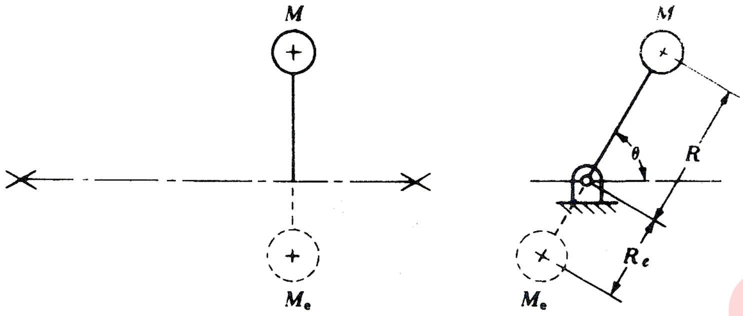
$$- MgR \cos\theta + M_e g R_e \cos\theta = 0$$

و یا

$$M_e R_e = MR \qquad (۱۹\text{ـ}۱)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۹ـ۱

اگر مقدار R_e به طور دلخواه انتخاب گردد، مقدار M_e را می‌توان از رابطه (۱۹ـ۱) تعیین نمود. موقعی که توازن استاتیکی برقرار است صرفنظر از اینکه شفت در چه موقعیتی گردش نموده، شفت تمایلی به گردش در یاتاقان خود را ندارد.

برای دسترسی به توازن دینامیکی، برآیند نیروهای اینرسی در شکل ۱۹ـ۱ می‌بایست صفر باشد. بنابراین اگر سرعت زاویه‌ای برابر ω باشد

$$MR\omega^2 - M_eR_e\omega^2 = 0$$

و یا

$$M_eR_e = MR \qquad (۱۹\text{ـ}۲)$$

با توجه به روابط (۱۹ـ۱) و (۱۹ـ۲) ملاحظه می‌کنیم که اگر $M_eR_e = MR$ باشد، هم توازن استاتیکی و هم توازن دینامیکی برقرار است.

۱۹ـ۳ تعدادی جرم گردان واقع در یک صفحه عرضی

جرمهای M_1، M_2 و M_3 جرمهای متمرکزی می‌باشند که همگی در یک صفحه دوران واقع می‌باشند. M_e جرمی است که می‌بایست به منظور توازن مجموعه در فاصله شعاعی R_e و موقعیت زاویه‌ای θ_e اضافه گردد. برای توازن استاتیکی، برآیند گشتاور جرمهای اولیه و جرم اضافه شده M_e حول محور دوران باید صفر باشد. بنابراین

$$\Sigma MgR\cos\theta + M_egR_e\cos\theta_e = 0$$

یا

$$\Sigma MR\cos\theta + M_eR_e\cos\theta_e = 0 \qquad (۱۹\text{ـ}۳)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

برای توازن دینامیکی می‌بایست نیروهای اینرسی در تعادل بوده و بنابراین برآیند مؤلفه‌های افقی و قائم آنها می‌بایست صفر باشد. یعنی

$$\Sigma MR\omega^{۲} \cos\theta + M_e R_e \omega^{۲} \cos\theta_e = ۰ \qquad (۴\text{-}۱۹)$$

$$\Sigma MR\omega^{۲} \sin\theta + M_e R_e \omega^{۲} \sin\theta_e = ۰ \qquad (۵\text{-}۱۹)$$

اگر روابط (۱۹-۴) و (۱۹-۵) را به $\omega^{۲}$ بخش کنیم

$$\Sigma MR \cos\theta + M_e R_e \cos\theta_e = ۰$$

$$\Sigma MR \sin\theta + M_e R_e \sin\theta_e = ۰ \qquad (۶\text{-}۱۹)$$

بنابراین روابط (۱۹-۶) شرط توازن دینامیکی می‌باشند. با مقایسه روابط (۱۹-۳) و (۱۹-۶) ملاحظه می‌شود، به شرط صادق بودن روابط (۱۹-۶) هم توازن استاتیکی و هم توازن دینامیکی برقرار خواهد بود.

مثال ۱۹-۱ برای روتور نشان داده شده در شکل ۱۹-۲ مقادیر جرمهای $M_{۱}$، $M_{۲}$ و $M_{۳}$، شعاع دوران آنها $R_{۱}$، $R_{۲}$ و $R_{۳}$ و موقعیت زاویه‌ای آنها $\theta_{۱}$، $\theta_{۲}$ و $\theta_{۳}$ معلوم می‌باشد. برای دسترسی به یک توازن استاتیکی و دینامیکی تعیین مقدار M_e واقع در فاصله شعاعی ۸۸٫۹ میلیمتر و موقعیت زاویه‌ای آن یعنی θ_e موردنظر می‌باشند.

حل تحلیلی: با ثبت مقادیر در جدول ۱۹-۱ به راحتی می‌توان یک حل تحلیلی برای معادلات ۱۹-۶ و تعیین مقادیر M_e و θ_e پیدا کرد.

از روابط (۱۹-۶)

$$۳۲٫۸۶ + M_e R_e \cos\theta_e = ۰$$

$$۳۶۵٫۷ + M_e R_e \sin\theta_e = ۰ \qquad (۷\text{-}۱۹)$$

سپس

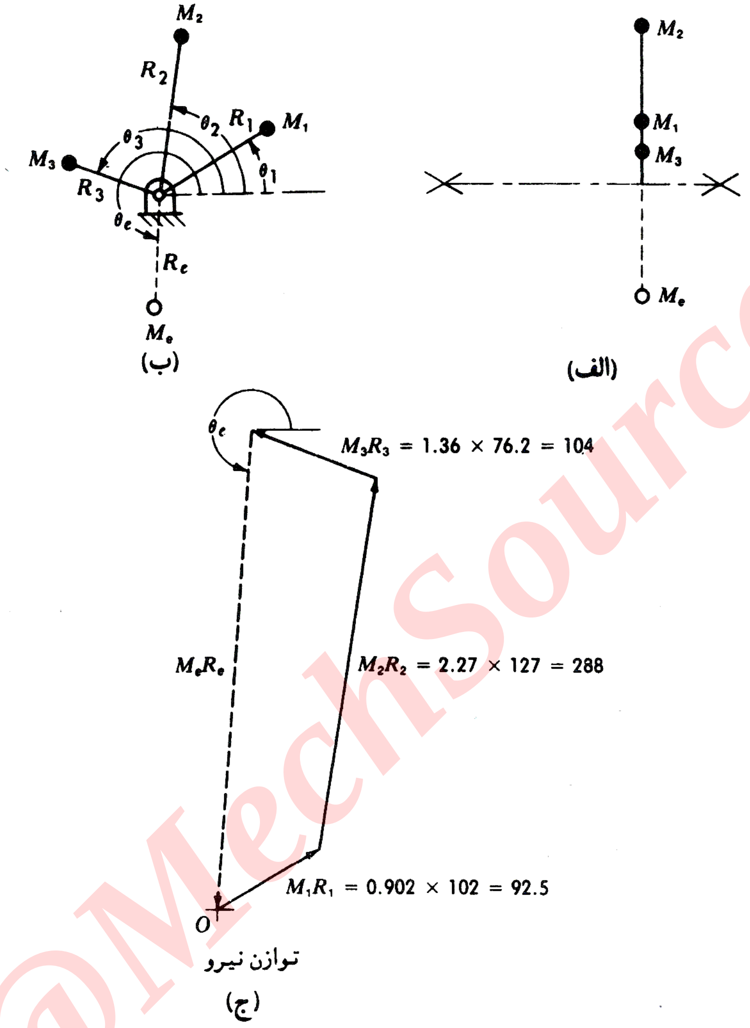
$$\frac{M_e R_e \sin\theta_e}{M_e R_e \cos\theta_e} = \frac{-۳۶۵٫۷}{-۳۲٫۸۶} \qquad (۸\text{-}۱۹)$$

و یا

$$\tan\theta_e = ۱۱٫۱۳$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۹ـ۲

@MechSource

جدول ۱۹ـ۱

شماره جرمها	M , kg	R , mm	θ , deg	$\cos\theta$	$\sin\theta$	$MR\cos\theta$	$MR\sin\theta$
۱	۰ر۹۰۷	۱۰۲	۳۰	۰ر۸۶۶	۰ر۵۰۰	۸۰ر۱۱	۴۶ر۲۶
۲	۲ر۲۷	۱۲۷	۸۰	۰ر۱۷۴	۰ر۹۸۵	۵۰ر۱۶	۲۸۴ر۰
۳	۱ر۳۶	۷۶ر۲	۱۶۰	−۰ر۹۴۰	۰ر۳۴۲	−۹۷ر۴۱	۳۵ر۴۴
						Σ = ۳۲ر۸۶	Σ = ۳۶۵ر۷

برای تعیین ربع صحیحی که بتوان مقدار θ_e را محاسبه کرد، علامتهای رابطهٔ (۱۹ـ۸) را می‌بایست

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

ملحوظ داشت. از رابطهٔ (۱۹ـ۸) می‌بینیم که سینوس و کسینوس θ_e هر دو منفی می‌باشند. بنابراین θ_e در ربع سوم واقع بوده و

$$\theta_e = \tan^{-1} ۱۱٫۱۳ = ۲۶۴٫۹°$$

از رابطهٔ (۱۹ـ۷)

$$M_e = \frac{-۳۶۵٫۷}{R_e \sin\theta_e} = \frac{-۳۶۵٫۷}{۸۸٫۹\,(-۰٫۹۹۶۰)} = ۴٫۱۳\text{kg}$$

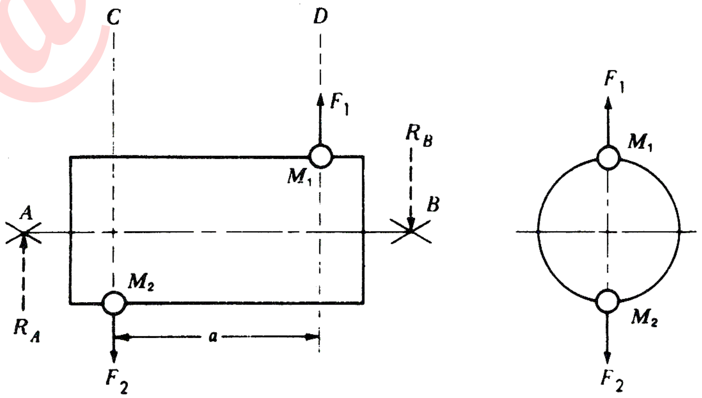
حل ترسیمی: با رسم بردارهای مقیاس یافته MR در شکل ۱۹ـ۲ ج، می‌توان رابطهٔ (۱۹ـ۶) را به روش ترسیمی برای تعیین مقادیر M_e و θ_e حل نمود. از آنجا که بردارهای MR نیروهای اینرسی را نشان می‌دهند، به طور شعاعی به طرف خارج تأثیر نموده و در شکل ۱۹ـ۲ ب می‌بایست موازی شعاع مربوطه ترسیم گردند. به طوری که نشان داده شده، بردار M_eR_e می‌بایست دیاگرام را بسته تا تعادل برقرار باشد. با رعایت مقیاس مقدار M_eR_e برابر ۳۶۹ واحد می‌باشد. بنابراین

$$M_e = \frac{۳۶۹}{R_e} = \frac{۳۶۹}{۸۸٫۹} = ۴٫۱۵\text{kg}$$

در شکل ۱۹ـ۲ ج، با اندازه‌گیری θ_e توسط یک نقاله در می‌یابیم که مقدار این زاویه برابر °۲۶۶ می‌باشد.

۱۹ـ۴ چند جرم گردان واقع در چند صفحهٔ عرضی گردان

در شکل ۱۹ـ۳ یک روتور حاوی دو جرم متمرکز $M_۱$ و $M_۲$ واقع در دو صفحهٔ عرضی مختلف نشان داده شده است. واضح است که نیروهای استاتیکی بالانس بوده و نیروهای دینامیکی $F_۱$ و $F_۲$ نیز با



شکل ۱۹ـ۳

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

یکدیگر مساوی بوده و بنابراین بالانس می‌باشند. ولی F_1 و F_2 یک کوپل نابالانس $F_1.a$ را ایجاد کرده که موجب بروز عکس‌العملهای R_A و R_B در یاتاقانهای A و B می‌گردد. منظور از بالانس و یا توازن یک وسیلهٔ گردان آن است که نیروهای مؤثر در یاتاقانها را به طور کامل حذف نموده و یا تا حد امکان آنها را تقلیل دهیم. بنابراین ملاحظه می‌شود که نه تنها نیروها می‌بایست بالانس باشند، بلکه گشتاورها نیز می‌بایست بالانس بوده باشند.

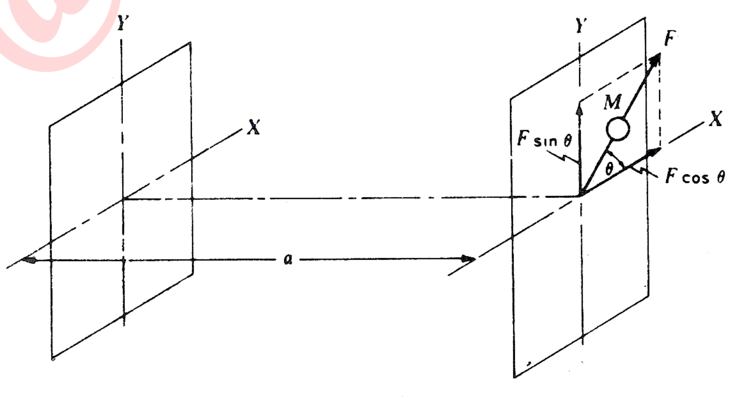
ابتدا در شکل ۱۹ـ۴ برای مشخص نمودن گشتاور یک نیرو حول یک صفحه، دو صفحهٔ موازی به فاصلهٔ a از یکدیگر را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم F نیرویی واقع در صفحهٔ سمت راست بوده که نسبت به محور X زاویهٔ θ می‌سازد. این نیرو می‌تواند یک نیروی اینرسی مؤثر بر روی جرم گردان M باشد. گشتاور نیروی F نسبت به صفحهٔ سمت چپ برابر است با مجموع گشتاور مؤلفهٔ قائم F نسبت به محور X و گشتاور مؤلفهٔ افقی F نسبت به محور Y. این دو گشتاور به ترتیب برابر $Fa\sin\theta$ و $Fa\cos\theta$ می‌باشند.

برای نشان دادن روش بالانس، یک مجموعه جرم واقع در چند صفحه عرضی، مجموعهٔ جرمهای M_1، M_2 و M_3 نشان داده شده در شکل ۱۹ـ۵ را در نظر می‌گیریم. مراحل کار به شرح زیر می‌باشد:

۱. بر روی شکل دو صفحهٔ عرضی A و B را به عنوان صفحات مرجع انتخاب می‌کنیم.

۲. فرض می‌کنیم فاصلهٔ جرمهای M_1، M_2 و M_3 و غیره نسبت به صفحهٔ A در امتداد محور به ترتیب a_1، a_2 و a_3 و غیره بوده باشد. فواصل سمت راست صفحهٔ A مثبت منظور شده (+) و فواصل سمت چپ این صفحه منفی (−) منظور می‌گردد.

۳. چون نیروی اینرسی برابر $F = MR\omega^2$ می‌باشد، بنابراین نیروهای F متناسب با MR می‌باشند. گشتاورهای نسبت به صفحهٔ A را می‌توان با اضافه کردن جرم M_B در صفحهٔ B به گونه‌ای بالانس کرد،



شکل ۱۹ـ۴

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

که مجموع گشتاورهای حول محور X و حول محور Y صفر باشند. این منظور به شرطی حاصل می‌گردد که

$$\Sigma MRa \sin\theta + M_B R_B a_B \sin\theta_B = 0$$

$$\Sigma MRa \cos\theta + M_B R_B a_B \cos\theta_B = 0 \qquad (۹\text{-}۱۹)$$

۴. سپس به منظور بالانس نمودن تمام نیروهای در امتداد محور X و Y می‌توان جرم M_A را در صفحهٔ A اضافه کرد که در این صورت

$$\Sigma MR \cos\theta + M_A R_A \cos\theta_A = 0$$

$$\Sigma MR \sin\theta + M_A R_A \sin\theta_A = 0 \qquad (۱۰\text{-}۱۹)$$

اگر روابط (۱۹ـ۹) و (۱۹ـ۱۰) برقرار باشند، مجموعه در بالانس دینامیکی خواهد بود. از آنجا که اولین رابطهٔ (۱۹ـ۱۰) مشابه رابطهٔ (۱۹ـ۳) می‌باشد، بنابراین اگر مجموعه در بالانس دینامیکی باشد در بالانس استاتیکی نیز خواهد بود. توجه به این نکته از اهمیت خاص برخوردار است که در مرحلهٔ چهارم وقتی که جرم M_A جهت بالانس مجموعه به آن اضافه می‌گردد، این جرم می‌بایست حتماً در صفحهٔ A اضافه گردد، چرا که در غیر این صورت بالانس گشتاورها نسبت به صفحهٔ A که قبلاً تأمین شده بوده از دست خواهد رفت.

مثال ۱۹ـ۲ روتور نشان داده شده در شکل ۱۹ـ۵ را در نظر گرفته و فرض می‌کنیم که جرمهای M_1، M_2 و M_3 همراه با R_1، R_2، R_3، θ_1، θ_2 و θ_3 معلوم بوده و دارای مقادیر نشان داده شده در جدول ۱۹ـ۲ می‌باشند. می‌خواهیم مقادیر و موقعیتهای زاویه‌ای جرمهایی را که اگر در فاصلهٔ شعاعی ۷۶ میلیمتر اضافه گردند، مجموعه را هم از نظر استاتیکی و هم از نظر دینامیکی بالانس خواهند کرد تعیین کنیم. موقعیت صفحات A و B نشان داده شده در شکل به طور دلخواه انتخاب شده‌اند.

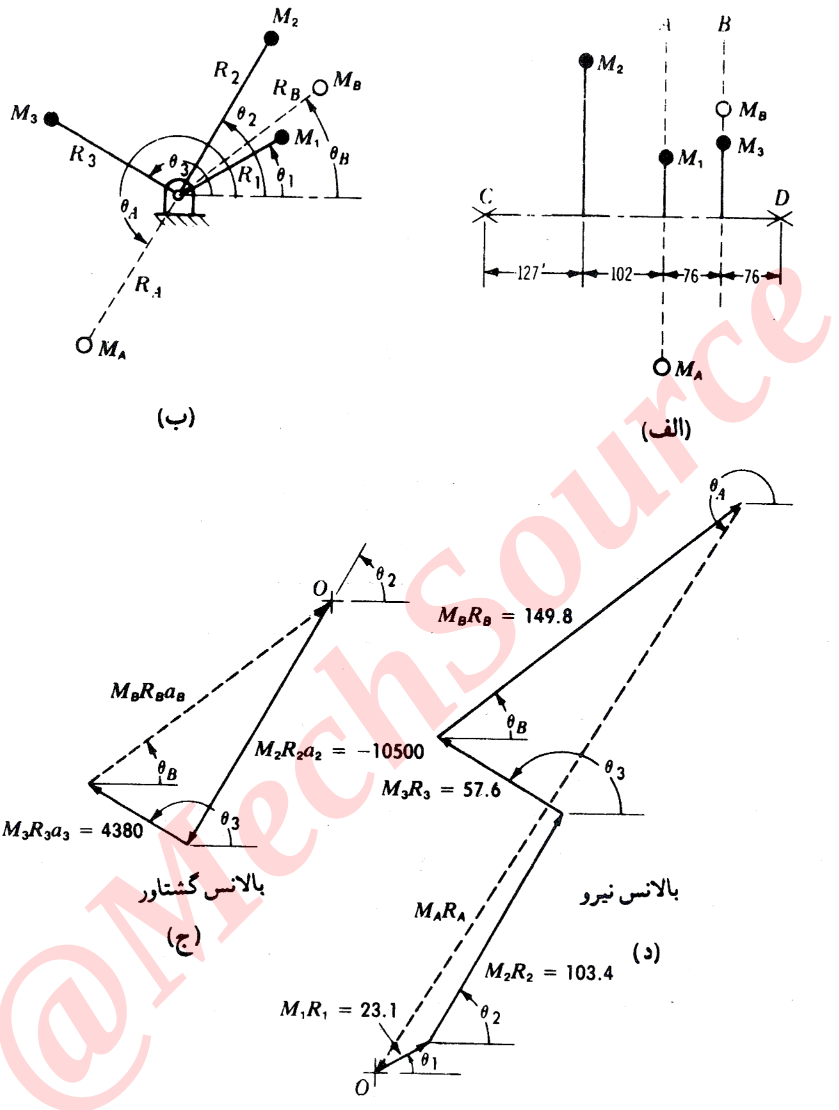
جدول ۱۹ـ۲

شماره جرمها	M, kg	R, mm	θ, deg	a, mm	$\cos\theta$	$\sin\theta$
۱	۰٫۴۵۴	۵۰٫۸	۳۰	۰	۰٫۸۶۶	۰٫۵۰۰
۲	۱٫۳۶	۷۶٫۰	۶۰	۱۰۲-	۰٫۵۰۰	۰٫۸۶۶
۳	۰٫۹۰۷	۶۳٫۵	۱۵۰	۷۶	۰٫۸۶۶-	۰٫۵۰۰

شماره جرمها	$MR\cos\theta$	$MR\sin\theta$	$MRa\cos\theta$	$MRa\sin\theta$
۱	۲۰٫۰	۱۱٫۵	۰	۰
۲	۵۱٫۷	۸۹٫۵	۵۲۷۱-	۹۱۳۰-
۳	۴۹٫۹-	۲۸٫۸	۳۷۹۲-	۲۱۸۹
	Σ = ۲۱٫۸	Σ = ۱۲۹٫۸	Σ = ۹۰۶۳-	Σ = ۶۹۴۱-

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۹ـ۵

حل تحلیلی: برای آنکه روابط (۱۹ـ۹) و (۱۹ـ۱۰) صادق بوده و M_B، θ_B، M_A و θ_A را تعیین کنیم، بهتر است مقادیر مختلف را به طوری که نشان داده شده در جدول ۱۹ـ۲ وارد کنیم.

از روابط (۱۹ـ۹)

$$-۶۹۴۱ + M_B R_B a_B \sin\theta_B = ۰$$

$$-۹۰۶۳ + M_B R_B a_B \cos\theta_B = ۰ \qquad (۱۹\text{ـ}۹')$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

پس

$$\frac{M_B R_B a_B \sin\theta_B}{M_B R_B a_B \cos\theta_B} = \frac{۶۹۴۱}{۹۰۶۳} \qquad (۱۹\text{-}۹'')$$

یا

$$\tan\theta_B = ۰٫۷۶۵۹$$

با توجه به رابطهٔ (۱۹-۹″) ملاحظه می‌کنیم که، $\sin\theta_B$ و $\cos\theta_B$ مثبت می‌باشند. بنابراین θ_B در ربع اول قرار داشته و

$$\theta_B = \tan^{-۱} ۰٫۷۶۵۹ = ۳۷٫۴^\circ$$

از رابطه (۱۹-۹″)

$$M_B = \frac{۶۹۴۱}{R_B a_B \sin\theta_B} = \frac{۶۹۴۱}{۷۶ \times ۷۶ \times ۰٫۶۰۷۴} = ۱٫۹۸\text{kg}$$

از روابط (۱۹-۱۰)

$$۲۱٫۸ + (۱٫۹۸ \times ۷۶ \times ۰٫۷۹۴) + M_A R_A \cos\theta_A = ۰$$

(۱۹-۱۰′)

$$۱۲۹٫۸ + (۱٫۹۸ \times ۷۶ \times ۰٫۶۰۷) + M_A R_A \sin\theta_A = ۰$$

پس

$$\frac{M_A R_A \sin\theta_A}{M_A R_A \cos\theta_A} = \frac{-۲۲۱٫۱}{-۱۴۱٫۳} = ۱٫۵۶ \qquad (۱۹\text{-}۱۰'')$$

یا

$$\tan\theta_A = ۱٫۵۶$$

با توجه به رابطهٔ (۱۹-۱۰″) ملاحظه می‌کنیم $\sin\theta_A$ و $\cos\theta_A$ هر دو منفی بوده و از این رو θ_A در ربع سوم قرار داشته و

$$\theta_A = \tan^{-۱} ۱٫۵۶ = ۲۳۷٫۳^\circ$$

از رابطهٔ (۱۹-۱۰″)

$$M_A = \frac{-۱۴۱٫۳}{R_A \cos\theta_A} = \frac{-۱۴۱٫۳}{۷۶\,(-۰٫۵۴۰۲)} = ۳٫۴۴\ \text{kg}$$

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

جدول ۱۹ـ۳

شماره جرمها	θ, deg	M, kg	R, mm	a, mm	MR	MRa
۱	۳۰	۰٫۴۵۴	۵۰٫۸	۰	۲۳٫۱	۰
۲	۶۰	۱٫۳۶	۷۶٫۰	−۱۰۲	۱۰۳٫۴	−۱۰۵۰۰
۳	۱۵۰	۰٫۹۰۷	۶۳٫۵	۷۶	۵۷٫۶	۴۳۸۰

حل ترسیمی: لیستی از مقادیر مختلف در جدول ۱۹ـ۳ داده شده است. با انتخاب مقیاسی مناسب و رسم بردارهای MRa می‌توان روابط (۱۹ـ۹) را به طور ترسیمی حل و مقادیر M_B و θ_B را تعیین کرد. این روش در شکل ۱۹ـ۵ ج نشان داده شده است. این نکته قابل اهمیت است که این بردارهای گشتاور اگر منفی نبوده باشند همانند نیروهای اینرسی وارد بر جرمهای نشان داده شده در شکل ۱۹ـ۵ الف در امتداد شعاع و به طرف خارج می‌باشند. در شکل ۱۹ـ۵ ج، $M_۲R_۲a_۲$ اگر مثبت می‌بود از نقطهٔ O با زاویه $\theta_۲$ نسبت به افق به طرف بالا و متمایل به راست رسم می‌شد، ولی از آنجا که مقدارش منفی است در جهت خلاف رسم شده است. بردار $M_BR_Ba_B$ که با خط چین نشان داده شده برای حفظ تعادل است که با رعایت مقیاس به کار رفته، مقدارش برابر ۱۱۴۰۰ واحد می‌باشد. پس

$$M_B = \frac{۱۱۴۰۰}{R_Ba_B} = \frac{۱۱۴۰۰}{۷۶ \times ۷۶} = ۱٫۹۶ \text{ kg}$$

از شکل ۱۹ـ۵ ج، θ_B برابر ۳۸° اندازه‌گیری شده است. از آنجا که با توجه به شکل ۱۹ـ۵ الف ملاحظه می‌کنیم a_B مثبت است، پس θ_B مطابق آنچه که نشان داده شده است بوده نه $(۱۸۰ + ۳۸)^\circ$.

آنگاه با انتخاب مقیاس مناسب و رسم بردارهای MR مطابق شکل ۱۹ـ۵ د می‌توان روابط (۱۹ـ۱۰) را برای مقادیر M_A و θ_A حل کرد. از آنجا که بردارها نشان دهندهٔ نیروهای اینرسی می‌باشند همیشه دارای مقادیر مثبت بوده و از جرمهای مربوطه در شکل ۱۹ـ۵ ب در امتداد شعاع و به طرف خارج رسم می‌گردند. بردار M_AR_A که با خط چین نشان داده شده برای حفظ تعادل است که با رعایت مقیاس به کار رفته مقدارش برابر ۲۶۱ واحد می‌باشد. پس

$$M_A = \frac{۲۶۱}{R_A} = \frac{۲۶۱}{۷۶} = ۳٫۴۳ \text{ kg}$$

با توجه به شکل ۱۹ـ۵ د، θ_A برابر ۲۳۸° می‌باشد.

۱۹ـ۵ توصیه‌های کلی در بالانس کردن

به طوری که قبلاً دیدیم وزنه تعادل مورد نیاز از حاصلضرب یک جرم در یک شعاع تعیین می‌شد. اگر

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

یکی از آنها را به دلخواه انتخاب کنیم دیگری می‌تواند محاسبه گردد. در عمل شعاع به مقدار مناسب انتخاب و جرم محاسبه می‌گردد. جرم می‌تواند یا به روتور اضافه گردیده و یا با ۱۸۰ درجه زاویه در همان صفحهٔ عرضی سوراخی در روتور تعبیه و تأثیر معادلی را به وجود آورد. اگر قرار است وزنهٔ تعادل اضافه گردد می‌بایست آن را در دورترین فاصلهٔ شعاعی ممکن قرار داد تا بدین ترتیب جرم کمترین مقدار ممکن را پیدا کند. به همین ترتیب وقتی که جرمها می‌بایست در دو صفحه اضافه گردند، صفحات می‌بایست تا حد امکان نسبت به یکدیگر دور انتخاب شوند تا مقدار جرمهای مورد نیاز به کمترین مقدار خود برسند.

اگر چه هر روتوری می‌تواند با اضافه کردن جرمی در هر یک از دو صفحه بالانس گردد، ولی باید توجه داشت که این روش موجب بروز یک گشتاور خمشی در شفت می‌گردد. به همین دلیل بهتر است هر عامل نابالانس در صفحهٔ خودش بالانس گردد. مثلاً در یک میل لنگ اتومبیل هر لنگ یک نابالانسی ایجاد می‌کند، که اغلب برای بالانس آن یک وزنهٔ تعادل در مقابل هر لنگ اضافه می‌کنند.

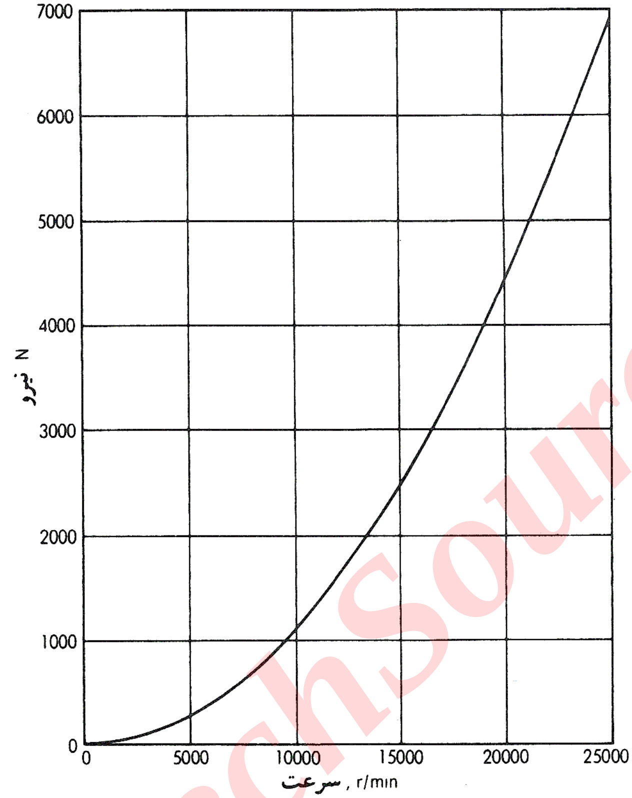
۱۹ـ۶ ماشینهای بالانس کننده

برخلاف همه دقتهایی که ممکن است در طرح و ساخت یک قسمت گردان اعم از اینکه کاملاً ماشین کاری شده، ریخته‌گری شده و یا آهنگری شده، و یا اگر مانند آرمیچر یک موتور الکتریکی که ترکیبی از چند قطعه بوده، صورت می‌گیرد، مشکل بتوان دسترسی به یک حرکت نرم مخصوصاً موقعی که عملیات در سرعتهای بالا انجام می‌گیرد پیدا کرد. تغییرات ناشی از ماشین‌کاری، غیر همگن بودن ماده، تغییرات مربوط به روش سرهم کردن اعضا و خارج از مرکز بودن سطوح یاتاقان، همگی موجب انحراف مرکز جرم از محور دوران می‌شوند.

منحنی نشان داده شده در شکل ۱۹ـ۶، تأکید بر تأثیر مقدار کمی نابالانسی در سرعتهای بالا دارد. منحنی نیروی خارج از مرکز یک نابالانس با مقدار یک میلیمتر کیلوگرم را در سرعتهای مختلف نشان می‌دهد. (یک میلیمتر کیلوگرم تعریف یک کیلوگرم جرم در فاصلهٔ یک میلیمتری از محور دوران می‌باشد). نیروی خارج از مرکز ۱ mm.kg. در سرعت ۱۰۰۰ دور در دقیقه برابر ۱۰٫۹۷ N می‌باشد. واضح است نیروی گریز از مرکز ایجاد شده در یک روتور بزرگ، حتی اگر مرکز جرم روتور نسبت به محور دوران فقط به مقدار کمی جابه‌جا شده باشد خیلی زیاد بوده و بدیهی است نیروی لرزشی زیادی را ایجاد خواهد کرد. برای مثال، روتور توربین گاز یک هواپیما که دارای جرم ۱۸۰ کیلوگرم بوده و با سرعت ۱۶۰۰۰ دور در دقیقه گردش می‌نماید را در نظر گرفته و فرض کنید مرکز جرم به اندازهٔ ۰٫۰۲۵ میلیمتر از محور دوران انحراف پیدا کرده باشد. نابالانس ۴٫۵ mm.-kg. = (۰٫۰۲۵)(۱۸۰) یک نیروی اینرسی با مقدار زیر

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۹ـ۶

را ایجاد می‌کند

$$F = MR\omega^۲ = ۱۸۰ \left(\frac{۰٫۰۲۵}{۱۰۰۰}\right)\left(\frac{۲\pi \times ۱۶۰۰۰}{۶۰}\right)^۲ = ۱۲۶۳۰ \text{ N}$$

چنین نیرویی می‌تواند موجب آسیب قابل توجهی در ماشین شود. از آنجا که معمولاً غیر ممکن است که روتور را طوری بسازیم که انحراف مرکز جرم در فاصلهٔ کمتر از ۰٫۰۲۵ میلیمتر از محور دوران باشد، اعضا می‌بایست پس از ساخت به طور تجربی بالانس گردند.

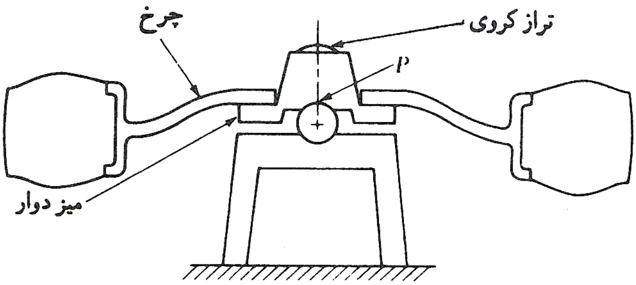
نوع بالانس مورد نیاز بستگی به نوع ماشین، اندازه‌ها و سرعت آنها و منفعت اقتصادی دارد. در حالت کلی، برای اعضای با طول محور کوتاه که در سرعتهای متوسط کار می‌کنند، چون گشتاور نابالانس ناشی از اثرات دینامیکی کوچک است بالانس استاتیکی کافی می‌باشد. مثالهایی از این نوع اعضا عبارت‌اند از چرخهای اتومبیل، پره‌های هواپیما و پروانه‌های نازک.

برای بالانس استاتیکی می‌توان از روش سعی و خطا استفاده کرد. عضو به طور افقی قرار داده

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

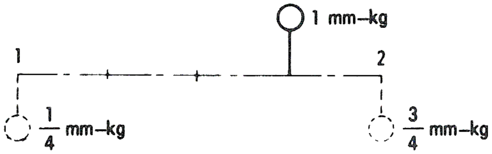


شکل ۱۹ـ۷

شده و جرمهای موقتی روی آن اضافه می‌کنند تا جرم بالانس کننده مورد نیاز و موقعیت آن تعیین گردد. آنگاه یک یا چند جرم دائمی به عضو متصل کرده و یا مقدار معینی جرم از موقعیت مخالف قطری به طوری که همان اثر را داشته باشد از عضو برداشته می‌شود.

شکل ۱۹ـ۷ یک ماشین بالانس استاتیکی چرخهای اتومبیل را به طور شماتیک نشان می‌دهد. وسیلهٔ متشکل از یک میز دایره‌ای بوده که در نقطهٔ P بر روی یک کره به گونه‌ای قرار گرفته که قادر به تاب خوردن در هر جهت است. چرخ اتومبیل بر روی این میز قرار می‌گیرد. مرکز جرم مجموعهٔ چرخ، طایر و میز پایینتر از نقطهٔ P قرار داشته و میز دارای یک تراز کروی می‌باشد. موقعیت حباب، تراز طرف سبکتر یعنی طرفی راکه بعداً می‌بایست اتصالات سربی جهت بالانس وصل گردند نشان می‌دهد.

ماشین بالانس بعدی که در نظر خواهیم گرفت، ماشینی است که برای بالانس کردن روتورهایی که دارای طول محور کوتاه نبوده و از این رو ممانهای مؤثر از نیروهای دینامیکی می‌بایست بالانس گردند به کار می‌رود. چنین روتوری می‌تواند به طور کامل بالانس شود یعنی با اضافه کردن جرمهایی در دو صفحهٔ مرجع به طوری که گشتاور نسبت به هریک از این دو صفحه بالانس باشد، روتور هم از نظر استاتیکی و هم از نظر دینامیکی بالانس خواهد شد. اثبات این مطلب به شرح زیر است. روتوری را در نظر می‌گیریم که محور آن مطابق شکل ۱۹ـ۸ به تعدادی قسمتهای مساوی تقسیم شده است. دو صفحهٔ مرجع ۱ و ۲ را عمود بر محور در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم تنها



شکل ۱۹ـ۸

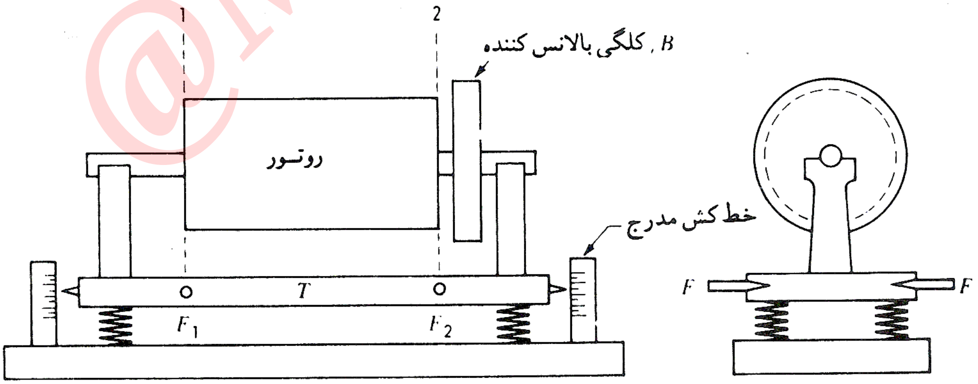
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

نابالانسی بتواند با .mm.-kg ۱ به فاصلهٔ سه واحد در سمت راست صفحهٔ ۱ نشان داده شود. آنگاه به منظور بالانس نمودن گشتاور نسبت به صفحهٔ ۱ می‌توانیم .mm.-kg ۳/۴ در صفحهٔ ۲ اضافه کنیم که در این صورت $\frac{۳}{۴}(۴) = (۱)۳$. سپس برای آنکه گشتاورها را نسبت به صفحهٔ ۲ بالانس نماییم، می‌توانیم .mm.-kg ۱/۴ در صفحهٔ ۱ اضافه کنیم که در این صورت $(۴)\ ۱/۴ = (۱)۱$. با نتیجه از بالانس گشتاورها نسبت به صفحات ۱ و ۲ گشتاور نسبت به سایر صفحات بالانس بوده و به علاوه نیروها نیز بالانس می‌باشند.

ماشینهای بالانس متعددی یافت می‌شوند که مطابق شرح فوق اساس کارشان بالانس گشتاورها نسبت به دو صفحه می‌باشد. یک نوع از این ماشینها، از وسیله‌ای موسوم به کلگی بالانس کننده[1] استفاده می‌کند. دیاگرامی از این ماشین در شکل ۱۹-۹ نشان داده شده است. صفحات ۱ و ۲ صفحات مرجع بوده که به منظور بالانس کردن روتور جرمها می‌بایست در آنها اضافه شوند. میز T برروی فنرها سوار شده و می‌تواند حول محورهای F_1 و F_2 لولا گردد.

کلگی بالانس کننده (که بعد از این فقط کلگی نامیده خواهد شد) نشان داده شده در شکل ۱۹-۱۰ الف، وسیله‌ای است که به روتور مورد آزمایش بسته و ثابت می‌شود. این کلگی دارای دو بازو با جرمهای M می‌باشد. این بازوها با روتور گردش کرده و پیش‌بینیهای انجام شده مانع از دخالت آزمایش کننده در این امر می‌باشد. داخل دیسک B یک موتور و مجموعه‌ای از چرخدنده وجود دارد که به آزمایش کننده اجازه می‌دهد جرمها را نسبت به B بچرخاند. جریان برق از طریق رینگ لغزشی(زغال) به موتور هدایت می‌شود. آزمایش کننده دو دگمهٔ عمل کننده در اختیار دارد. اگر اولی فشار داده شود دو بازو در حالی که زاویهٔ بین آنها ثابت است، در یک جهت گردش کرده و اگر

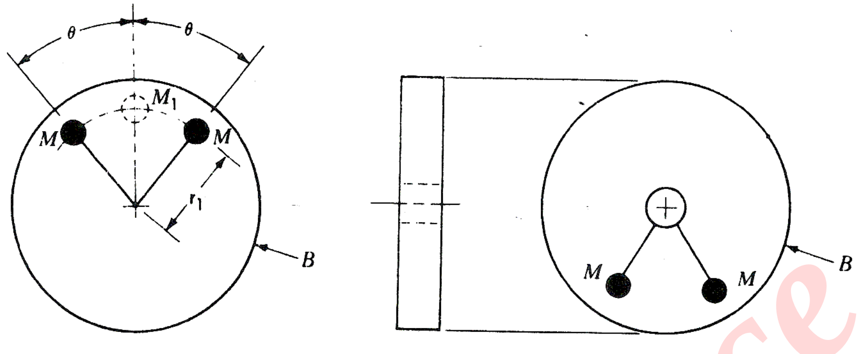


شکل ۱۹-۹

1. balancing head

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۹ـ ۱۰

دومی فشار داده شود بازوها در جهت خلاف یکدیگر حرکت می‌کنند. در هر یک از دو حالت، بازوها نسبت به B تقریباً در هر پنج ثانیه یک دور می‌زنند.

از آنجایی که بازوها تنها عامل نابالانسی در B را تشکیل می‌دهند، برای آزمایش کننده این امکان وجود دارد که علاوه بر امتداد مقدار نابالانسی را تغییر دهد.

مراحل کار جهت تعیین موقعیت زاویه‌ای و مقدار جرمهایی که می‌بایست به روتور اضافه شود به شرح زیر است. میز را روی محور $F_۱$ لولا کرده و روتور را توسط چرخ تسمه و یا هر مکانیزم قابل انعطاف دیگر به حرکت در آورده و سرعت آن را آن‌قدر بالا می‌بریم تا با فنرها به ارتعاش در آیند. با فشار دادن اولین دگمه که بازوها را در یک جهت می‌چرخاند، تقریباً هر پنج ثانیه یک دامنه ماکزیمم و یک دامنهٔ مینیمم مشاهده خواهد شد. پس از رها کردن اولین دگمه در دامنه مینیمم، آزمایش کننده دومین دگمه را فشار داده تا بازوها در خلاف جهت یکدیگر بچرخند. در خلال این عمل منصف‌الزاویهٔ بازوها نسبت به B تغییر نکرده، و بنابراین امتداد نابالانسی تغییر نمی‌کند، ولی مقدار از دو جرم (وقتی که بازوها بر هم منطبق هستند) تا صفر (وقتی که بازوها ۱۸۰ درجه با یکدیگر زاویه دارند) تغییر می‌کند. موقعی که ارتعاش به صفر رسید، دگمه دوم رها شده و روتور متوقف می‌گردد. با توجه به موقعیت بازوها، مقدار و امتداد تصحیح به راحتی تعیین خواهد شد. در شکل ۱۹ـ۹ ب، فرض می‌کنیم $M_۱$ جرم معادل واقع بر روی منصف الزاویه می‌باشد. از آنجایی که نیروی گریز از مرکز متناسب با حاصلضرب جرم در شعاع می‌باشد

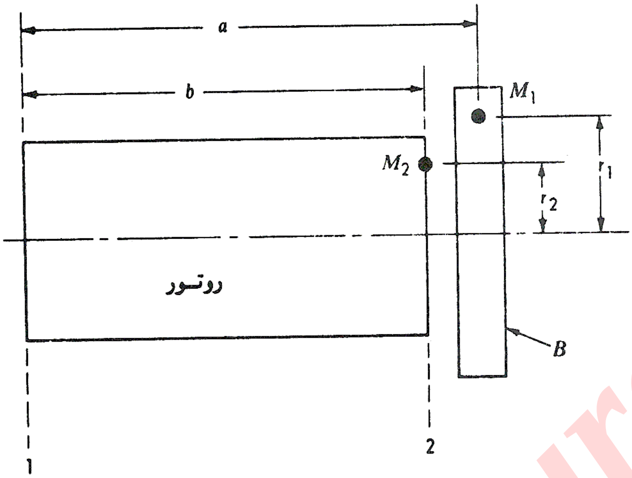
$$۲Mr_۱ \cos\theta = M_۱ r_۱$$

و یا

$$M_۱ = ۲M\cos\theta$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۹ـ۱۱

حال به منظور تعیین جرم M_2، که می‌بایست در صفحهٔ ۲ اضافه گردد (در هر شعاع مناسب r_2 شکل ۱۹ـ۱۱ را در نظر می‌گیریم. با گشتاور گرفتن از نیروهای گریز از مرکز نسبت به صفحهٔ ۱ داریم

$$M_1 r_1 a = M_2 r_2 b$$

یا

$$M_2 = M_1 \frac{r_1 a}{r_2 b}$$

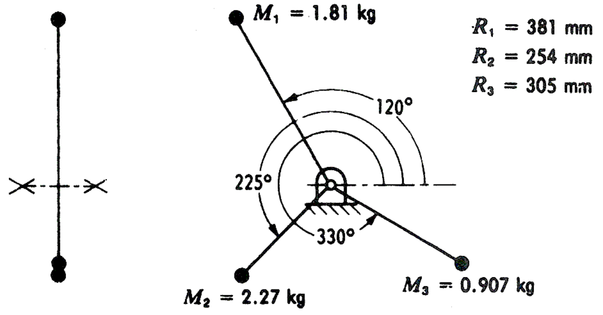
سپس کلگی در سمت چپ روتور قرار داده شده، لولای F_1 در شکل ۱۹ـ۹ آزاد و میز حول محور F_2 لولا می‌گردد. برای پیدا کردن مقدار و موقعیت جرمی که جهت بالانس گشتاورها نسبت به صفحهٔ ۲ می‌بایست در صفحهٔ ۱ قرار گیرد تمام مراحل تکرار می‌گردد.

تمرینها

۱۹ـ۱ روتور صلب نشان داده شده در شکل P1ـ۱۹، می‌بایست با اضافه کردن جرم چهارمی در فاصلهٔ شعاعی ۱۷۸ میلیمتر بالانس گردد. با استفاده از مقیاس ۱mm. = ۱۰ mm.، دیاگرامی از مجموعه رسم کنید. مقدار و موقعیت زاویه‌ای جرم بالانس کننده را تعیین کنید. الف) با استفاده از روش تحلیلی و ب) با استفاده از روش ترسیمی و رعایت مقیاس ۱mm. = ۹ kg.-mm. برای بردارهای MR. موقعیت واقعی جرم بالانس کننده مورد نیاز در روی شکل خودتان را با خط‌چین مشخص کنید.

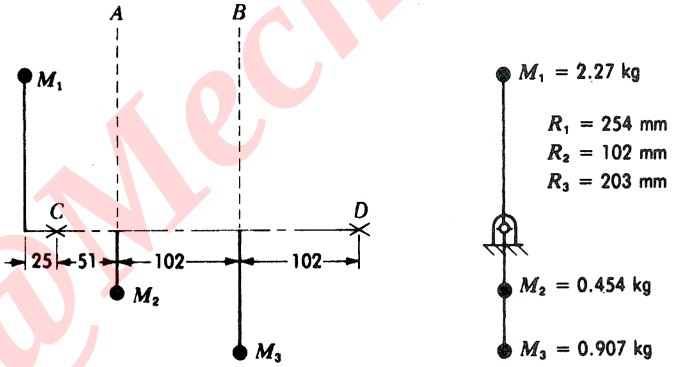
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۱۹ـP۱

۱۹ـ۲ دیاگرامی از شکل ۱۹ـP۲ بکشید. مقدار و موقعیت زاویه‌ای دو جرمی راکه به منظور بالانس روتور می‌بایست در شعاع ۵۱ میلیمتر بر روی صفحات A و B قرار گیرند تعیین کنید. با بالانس گشتاورها نسبت به صفحهٔ A شروع کنید. با استفاده از مقیاسهای MRa ۱۲۰۰ واحد = .1 mm و MR ۲۰ واحد = .1 mm مسئله را با روش ترسیمی حل کنید. برای نشان دادن موقعیت حقیقی جرمها در روی شکل خودتان، از خط چین استفاده کنید.



شکل ۱۹ـP۲

۱۹ـ۳ مسئله ۱۹ـ۲ را با استفاده از روش تحلیلی حل کنید.

۱۹ـ۴ دیاگرامی از شکل ۱۹ـP۲ را بکشید. اگر مجموعهٔ سه جرمی نشان داده شده در شکل نابالانس رها شود، عکس‌العمل یاتاقانهای C و D را به ازای سرعت ۱۰۰۰ دور در دقیقه شفت تعیین کنید. از عکس‌العملهای ناشی از بارهای استاتیکی صرفنظر کنید. بااستفاده از مقیاسهای MRa ۶۰۰ واحد = .1mm برای بردارهای گشتاور و MR ۱۰ واحد = .1 mm برای بردارهای نیرو، مسئله را با استفاده از روش ترسیمی حل کنید. با گشتاورگیری نسبت به صفحهٔ مار بر C کار را شروع کنید. در دیاگرامی که برای

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

روتور رسم کرده‌اید، عکس‌العمل یاتاقانها را نشان داده و مقدار و زاویهٔ آنها را بنویسید.

۱۹ـ۵ مسئله ۱۹ـ۴ را با استفاده از روش تحلیلی حل کنید.

۱۹ـ٦ روتور شکل ۱۹ـ۵ را در نظر گرفته و فرض کنید M_1، M_2، M_3، R_1، R_2، R_3، θ_1، θ_2، θ_3 دارای مقادیر مندرج در جدول ۱۹ـ۲ باشند. با استفاده از مقیاس 5 mm. = 1 mm. دیاگرامی از شکل ۱۹ـ۵ تهیه کنید. اگر روتور نابالانس رها شده باشد، به ازای سرعت ۵۰۰ دور در دقیقه برای شفت عکس‌العمل یاتاقانهای C و D را تعیین کنید. از عکس‌العملهای ناشی از بارهای استاتیکی صرفنظر کنید. مسئله را با شروع گشتاورگیری نسبت به صفحهٔ مار بر C با روش ترسیمی حل کنید. برای رسم از مقیاسهای MRa ۳۵۰ واحد = 1 mm. و MR ۱٫۳۵ واحد = 1 mm. استفاده کنید. عکس‌العمل یاتاقانها را در شکلی که از روتور کشیده‌اید، نشان داده و مقدار و زاویهٔ آنها را بنویسید.

۱۹ـ۷ مسئلهٔ ۱۹ـ۶ را با استفاده از روش تحلیلی حل کنید.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۲۰

توازن و یا بالانس جرمهای رفت و برگشتی

۲۰ـ۱ مقدمه

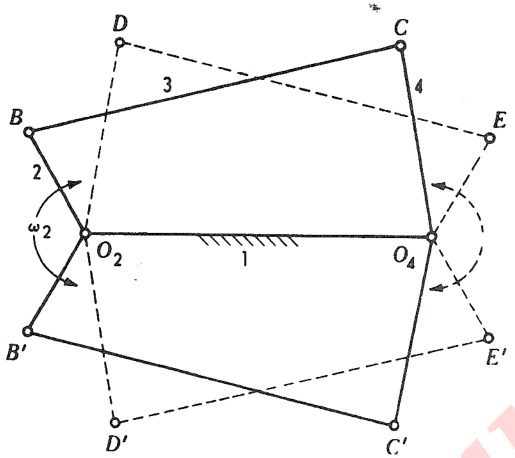
در فصل ۱۷ دریافتیم که نیروی لرزشی برآیند تمام نیروهای وارد بر بدنه مکانیزم می‌باشد، که فقط از نیروهای اینرسی ناشی شده باشند. بنابراین اگر برآیند همه نیروهای ناشی از تأثیر اینرسی وارد بر بدنه صفر باشد، نیروی لرزشی وجود نداشته ولی ممکن است کوپل لرزشی وجود داشته باشد. بالانس یک مکانیزم شامل حذف نیروی اینرسی و کوپل اینرسی می‌باشد. در بعضی موارد می‌توانیم هر دو را انجام دهیم. به طوری که خواهیم دید در بیشتر مکانیزمها با اضافه کردن جرمهای بالانس کننده مناسب می‌توانیم نیرو و کوپل اینرسی را تقلیل داده ولی معمولا فراهم کردن وسیله‌ای که بتواند آنها را کاملاً حذف کند عملاً ممکن نمی‌باشد.

۲۰ـ۲ مکانیزم چهار میله‌ای

موضوع را با در نظر گرفتن مکانیزم چهارمیله‌ای نشان داده شده در شکل ۲۰ـ۱ شروع می‌کنیم. لنگ ۲ با سرعت زاویه‌ای ثابت دوران کرده، آونگ ۴ نوسان کرده و رابط ۳ دارای حرکتی مرکب از انتقال و دوران می‌باشد. مکانیزم O_2BCO_4 می‌تواند با به کار گرفتن مکانیزمی که اثرات مخالف ایجاد کند بالانس گردد. اگر مکانیزم $O_2B'C'O_4$ که قرینه آینه‌ای مکانیزم اولیه می‌باشد به کار گرفته شده و اگر آن را مقید به حرکت در جهت مخالف بکنیم، مؤلفه‌های قائم نیروهای لرزشی و گشتاورهای لرزشی ناشی از شتابهای زاویه‌ای اعضای ۳ و ۴ خواهند شد. ولی مؤلفه‌های افقی نیروهای لرزشی باقی‌مانده و برای بالانس آنها می‌توانیم از مکانیزمهای O_2DEO_4 و $O_2D'E'O_4$ که قرینه آینه‌ای اولین ترکیب بوده و در جهت مخالف حرکت می‌کنند استفاده کنیم. این روش بالانس کردن خیلی پیچیده و مشکل بوده و به جای آن معمولاً از روشی موسوم به بالانس جزئی استفاده می‌گردد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۰-۱

بالانس جزئی، مکانیزم چهارمیله‌ای، مطابق آنچه که در شکل ۲۰-۲ نشان داده شده، انجام می‌گیرد. دانشجویان می‌بایست مفاهیم مربوط به سیستم دینامیکی معادل را که در فصل هفدهم نشان داده شده مرور نمایند. در آنجا شرح داده شده که برای دستیابی به یک سیستم دینامیکی معادل، می‌بایست روابط (۱۷-۲۷) را برقرار سازیم. با دوباره نویسی این روابط داریم

$$M_۱ + M_۲ = M$$

$$M_۱h_۱ = M_۲h_۲ \qquad (۱-۲۰)$$

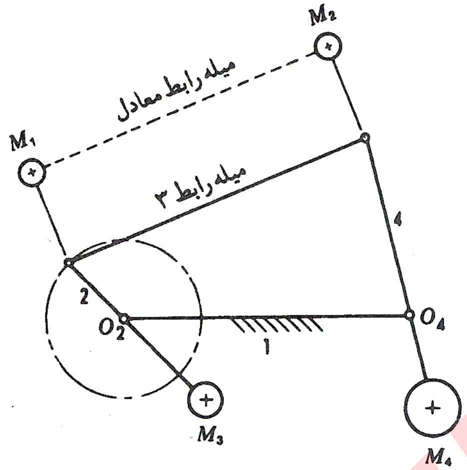
$$M_۱h_۱^۲ + M_۲h_۲^۲ = I$$

با توجه به این روابط، دو عضو اگر دارای جرمهای مساوی، مرکز جرم یکسان و ممان اینرسی مساوی باشند، از نظر دینامیکی معادل یکدیگر هستند. در اینجا برای بالانس مکانیزم چهارمیله‌ای فقط نیروی لرزشی را بالانس کرده که به این دلیل نیاز به صادق بودن رابطه سوم یعنی مساوی بودن ممانهای اینرسی نمی‌باشد. برای میله رابط معادل نشان داده شده در شکل ۲۰-۲ ، فقط دو رابطه اول صادق بوده و آن را جایگزین میله رابط اصلی می‌نماییم. عضو شماره ۲ و جرم $M_۱$ می‌تواند به وسیله جرم $M_۳$ بالانس شده که بدین ترتیب مرکز جرم به مرکز دوران $O_۲$ منتقل می‌شود. به همین ترتیب عضو ۴ و جرم $M_۲$ می‌تواند به وسیله جرم $M_۴$ بالانس گردد. این جایگزینی مؤلفه‌های افقی و قائم نیروهای لرزشی را حذف کرده، ولی یک کوپل لرزشی متغیر ناشی از شتابهای زاویه‌ای اعضای ۳ و ۴ به صورت نابالانس باقی خواهند ماند.

در بیشتر مکانیزمها، کوپل لرزشی نمی‌تواند با وسائل ساده کاملاً حذف شود، ولی می‌توان با

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۰ـ۲

پایین نگاه داشتن ممان اینرسی اعضای آن را تقلیل داد. دستیابی به یک بالانس کامل نه عملی بوده و نه نیاز می‌باشد. پس از فراهم نمودن بالانس قابل قبول می‌توان استفاده از وسائل دیگر از ارتعاشات مزاحم پیشگیری کرد. استفاده از ارتعاش‌گیرهای دینامیکی و استفاده از وسائل تجزیه ارتعاش روشهایی برای پیشگیری می‌باشند.

۲۰ـ۳ مکانیزم لنگ و لغزنده

بالانس یک مکانیزم لنگ و لغزنده به روشی مشابه آنچه که برای مکانیزم قسمت قبل انجام شد صورت‌می‌گیرد.از آنجاکه مکانیزم‌لنگ‌ولغزنده مورد استعمال‌وسیعی در ماشینهایی‌چون موتورهای احتراق داخلی و کمپرسورها دارد کار قابل توجهی روی بالانس این مکانیزمها انجام شده است.

در شکل ۲۰ـ۳ الف یک مکانیزم لنگ و لغزنده نشان داده شده و فرض شده لنگ با سرعت زاویه‌ای ثابت ω دوران می‌کند. نقاط C و P به ترتیب بین لنگ و پین پیستون بوده و $G_۲$ و $G_۳$ مرکز جرمهای اعضای ۲ و ۳ می‌باشند. در شکل ۲۰ـ۳ ب، لنگ مجدداً نشان داده شده است. مجموع جرمهای لنگ و پین آن M_c بوده و نیروی گریز از مرکز در امتداد خط $G_۲C$ به طرف خارج می‌باشد. در شکل ۲۰ـ۳ ج لنگ و پین آن با جرم متمرکز M''_c واقع در نقطه C به گونه‌ای تعویض شده که نیروهای خارج از مرکز در شکلهای ۲۰ـ۳ ب و ۲۰ـ۳ ج با یکدیگر مساوی می‌باشند. بنابراین

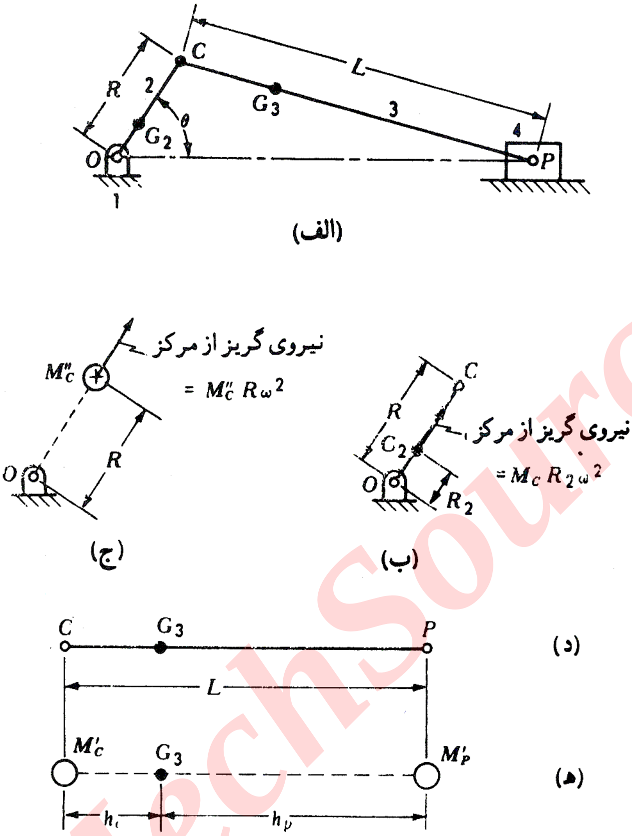
$$M''_c R\omega^۲ = M_c R_۲ \omega^۲$$

یا

$$M''_c = \frac{R_۲}{R} M_c \qquad (۲۰ـ۲)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۰ـ۳

@MechSource

میله رابط با جرم M نشان داده شده در شکل ۲۰ـ۳ د، می‌تواند با سیستم دینامیکی معادل نشان داده شده در شکل ۲۰ـ۳ هـ، که شامل دو جرم متمرکز M'_c و M'_p می‌باشد تعویض گردد. اگر مقادیر مختلف را در دو رابطه اول (۲۰ـ۱) قرار دهیم به دست می‌آوریم که

$$M'_c + M'_p = M$$

(۲۰ـ۳)

$$M'_c h_c = M'_p h_p$$

موقعیت مرکز جرم G_3 متعلق به میله رابط می‌تواند با استفاده از روش تجربی مشروح در قسمت ۱۷ـ۶ تعیین گردد. پس h_c و h_p معلوم می‌باشند. قرارگرفتن مقادیر آنها در رابطه (۲۰ـ۳)، مقادیر M'_c و M'_p را به ما خواهد داد. همان طورکه دیدیم با در نظر گرفتن h_c و h_p به عنوان فاصله G_3 تا نقاط C و P رابطه سوم (۲۰ـ۱) با تقریب زیاد صادق است. بنابراین سیستم معادل شکل ۲۰ـ۳ هـ، دارای

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

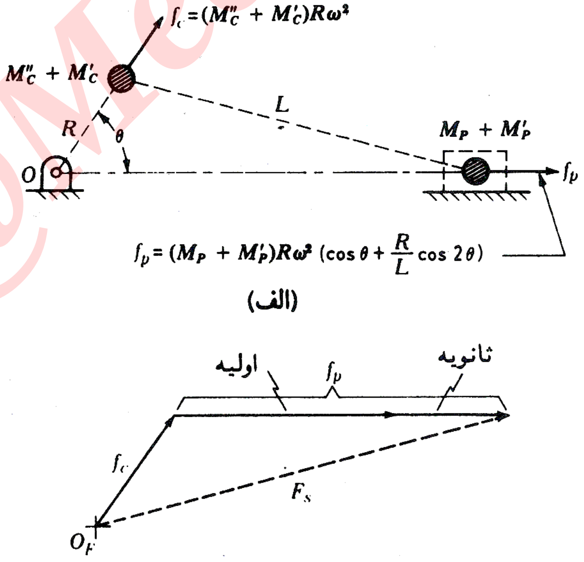
نیروهای اینرسی مشابه میله رابط واقعی خواهد بود، ولی تورک اینرسی، اندکی تفاوت دارد.

شکل ۲۰-۴ الف، مکانیزم لنگ و لغزنده‌ای را نشان می‌دهد که با یک سیستم دینامیکی معادل شامل فقط دو جرم متمرکز جایگزین شده است. در محل پین لنگ جرم معادل M''_c متعلق به لنگ باضافه جرم معادل M'_c متعلق به میله رابط را داریم. در محل پین پیستون جرم M_p متعلق به پیستون و پین آن باضافه جرم معادل M'_p متعلق به میله رابط را داریم. از آنجاکه جرم متمرکز در محل پین لنگ، دارای دوران خالص و جرم متمرکز در محل پین پیستون انتقال خطی دارد، تجزیه و تحلیل نیروهای اینرسی مکانیزم به میزان قابل توجهی ساده‌تر است.

در شکل ۲۰-۴ الف، f_c و f_p نیروهای اینرسی بوده و برابر حاصلضرب جرم در شتاب می‌باشند. در قسمت ۹-۲، شتاب پیستون با رابطه (۹-۱۰) بیان شد که در آن $n = L/R$. بنابراین شتاب پیستون می‌تواند به صورت زیر نوشته شود

$$A = -R\omega^{2}\left(\cos\theta + \frac{R}{L}\cos 2\theta\right) \qquad (۴\text{-}۲۰)$$

ω در این رابطه سرعت زاویه‌ای لنگ می‌باشد. سایر مقادیر این رابطه در شکل ۲۰-۳ الف نشان داده شده است. مقدار مثبت A در رابطه (۲۰-۴) نشان‌دهنده آن است که شتاب پیستون در جهت دور شدن از نقطه O بوده و برعکس مقدار منفی آن نشان‌دهنده آن است که شتاب پیستون در جهت نزدیک شدن به نقطه O می‌باشد. نیروی اینرسی در پین پیستون، همیشه در جهت خلاف شتاب و



(ب)

شکل ۲۰-۴

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

برابر است با

$$f_p = \underbrace{(M_p + M'_p) R\omega^2 \cos\theta}_{\text{اولیه}} + \underbrace{(M_p + M'_p) R\omega^2 \frac{R}{L} \cos 2\theta}_{\text{ثانویه}} \qquad (۵\text{-}۲۰)$$

در رابطه (۲۰-۵) نتیجه مثبت برای f_p نشان دهنده آن است که نیروی اینرسی در جهت دور شدن از نقطه O بوده و نتیجه منفی مفهوم عکس را دارد. اولین قسمت این رابطه، تابعی از زاویه θ بوده و موسوم به نیروی اینرسی اولیه می‌باشد. دومین قسمت چون تابعی از 2θ می‌باشد، موسوم به نیروی اینرسی ثانویه است.

در قسمت ۱۷-۴، نیروی لرزشی نیروی ناشی از نیروهای اینرسی تعریف گردیده که به بدنه یک مکانیزم وارد می‌گردد. از این رو نیروی لرزشی F_s برآیند نیروهای f_c و f_p نشان داده شده در شکل ۲۰-۴ ب می‌باشد. با توجه به شکل ۲۰-۴ الف، ملاحظه می‌شود که برای تمام مقادیر θ هر دو نیروی f_c و f_p در نقطه O مؤثر می‌باشند. بنابراین، نیروی لرزشی F_s در تمام اوضاع لنگ به یاتاقانهای میل‌لنگ وارد می‌شود.

مثال ۲۰-۱ به منظور آنکه نشان داده شود، برای یک موتور تک سیلندر مقدار و امتداد نیروی لرزشی چگونه تغییر کرده و چه وسیله‌ای برای بالانس جزئی آن فراهم شده، مثال زیر را در نظر می‌گیریم. موتوری دارای سرعت ۱۰۰۰ دور در دقیقه، و طول میله رابط ۳۵۶ میلیمتر؛ کورس ۲۰۴ میلیمتر؛ جرم میله رابط ۱۵٫۴ کیلوگرم؛ جرم لنگ و پین آن ۴٫۵۴ کیلوگرم؛ جرم قسمتهای رفت و برگشتی (پیستون و پین پیستون) ۹٫۱ کیلوگرم؛ فاصله محور میل لنگ تا مرکز جرم مجموعه لنگ و پین لنگ ۳۸٫۱ میلیمتر؛ فاصله مرکز پین لنگ تا مرکز جرم میله رابط ۱۰۲ میلیمتر می‌باشد.

سرعت زاویه لنگ برابر است با $\omega = (۱۰۰۰/۶۰)\ 2\pi = ۱۰۴٫۶$ rad/s، جایگذاری در رابطه (۲۰-۲) نتیجه می‌دهد که

$$M''_c = \frac{۳۸٫۱}{۱۰۲}(۴٫۵۴) = ۱٫۷۰ \text{ kg}$$

جایگذاری در رابطه (۲۰-۳) نتیجه می‌دهد که

$$M'_c + M'_p = ۱۵٫۴$$

$$M'_c\,(۱۰۲) = M'_p\,(۲۵۴)$$

که از آن $M'_c = ۱۰٫۹۹$ kg و $M'_p = ۴٫۴۱$ kg. بنابراین

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$\text{کل جرمهای در گردش} = M''_c + M'_c = ۱٫۷۰ + ۱۰٫۹۹ = ۱۲٫۶۹ \text{ kg}$$

$$\text{کل جرمهای رفت و برگشتی} = M_p + M'_p = ۹٫۱ + ۴٫۴۱ = ۱۳٫۵۱ \text{ kg}$$

نیروی گریز از مرکز لنگ برابر است با

$$f_c = (M''_c + M'_c) R\omega^۲ = ۱۲٫۶۹ \, (۰٫۱۰۲) \, (۱۰۴٫۶)^۲ = ۱۴۲۰۰ \text{ N}$$

$$\text{نیروی اینرسی اولیه} = (M_p + M'_p) R\omega^۲ \cos\theta$$

$$= ۱۳٫۵۱ \, (۰٫۱۰۲) \, (۱۰۴٫۶)^۲ \cos\theta$$

$$= ۱۵۱۰۰ \cos\theta \text{ N}$$

$$\text{نیروی اینرسی ثانویه} = (M_p + M'_p) R\omega^۲ \frac{R}{L} \cos ۲\theta$$

$$= ۱۳٫۵۱ \, (۰٫۱۰۲) \, (۱۰۴٫۶)^۲ \frac{۰٫۱۰۲}{۰٫۳۵۶} \cos ۲\theta$$

$$= ۴۳۲۰ \cos ۲\theta \text{ N}$$

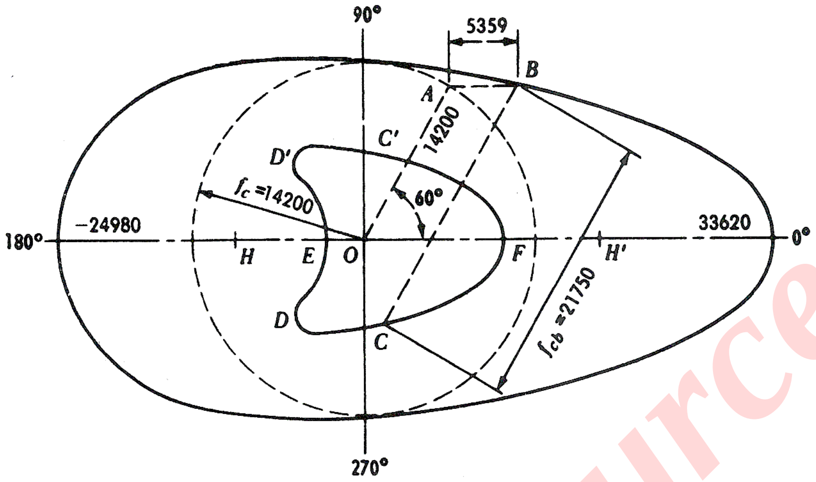
$$\text{کل نیروی اینرسی} = f_p = ۱۵۱۰۰ \cos\theta + ۴۳۲۰ \cos ۲\theta$$

برای مشاهده عمل نیروی لرزشی برروی یاتاقان میل‌لنگ، مناسب است مطابق شکل ۲۰-۵، آن را در دستگاه مختصات قطبی نشان دهیم. مقادیر نیروی اینرسی در موقعیتهای مختلف θ را می‌توان محاسبه و در جدولی ثبت کرد. نتایج مثبت و منفی حاصل از علامت تابع کسینوسی نشان می‌دهد که جهت به سمت راست است یا چپ.

ابتدا با استفاده از قطب O به عنوان یک مرکز، دایره‌ای به شعاع ۱۴۲۰۰ واحد که نشان دهنده نیروی گریز از مرکز f_c می‌باشد را با خط چین رسم می‌کنیم. سپس برای مقادیر مختلف θ نیروی اینرسی f_p را از نقطه مربوط در روی دایره به طور افقی می‌کشیم. برای مثال وقتی $\theta = ۶۰^\circ$، $f_p = ۷۵۵۰ - ۲۱۶۰ = ۵۳۵۹$ N. بنابراین جایی که خط شعاعی ۶۰° دایره f_c را در نقطه A قطع کرده، یک خط افقی به‌طول ۵۳۵۹ واحد را به‌سمت‌راست کشیده و نقطه B را جایابی می‌کنیم. بنابراین نیروی لرزشی F_s وارد بر یاتاقان برای این وضعیت با برداری که از O به B کشیده شده نشان داده شده است. مقدار این بردار با رعایت مقیاس به کار رفته برابر ۱۷۵۰۰ نیوتون است. این مراحل برای جایابی سایر نقاط واقع برروی منحنی تخم‌مرغی شکل که نشان دهنده نیروی لرزشی نابالانس است تکرار می‌شود. موقعی که $\theta = ۰^\circ$ نیروی لرزشی افقی و از نقطه O به سمت راست بوده و مقدارش برابر $۳۳۶۲۰ \text{ N} = ۴۳۲۰ + ۱۵۱۰۰ + ۱۴۲۰۰$ می‌باشد. موقعی که $\theta = ۱۸۰^\circ$ نیروی لرزشی افقی و از نقطه O به‌سمت‌چپ بوده و مقدارش برابر $- ۲۴۹۸۰ \text{ N} = ۴۳۲۰ + ۱۵۱۰۰ - ۱۴۲۰۰ -$ می‌باشد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۰ـ۵

فرض می‌کنیم یک جرم موسوم به وزنه تعادل[1] در جهت مخالف لنگ قرار داده شود. نیروی اینرسی مؤثر برروی این جرم به نیروی وزنه تعادل معروف است. با تغییرمقدار این جرم، فاصله مرکز جرم آن از محور میل‌لنگ و یا هر دوی آنها می‌توان هر نیروی وزنه تعادل مورد دلخواهی را به دست آورد. برای هر موتور نیروی وزنه تعادل می‌بایست کل نیروی گریز از مرکز f_c و قسمتی از نیروی اینرسی f_p را چنان بالانس کند که برآیند بارهای وارد بر یاتاقانها و نتیجتاً بارهای وارد برکف مینیمم باشد.

فرض می‌کنیم که یک نیروی وزنه تعادل f_{cb} برابر نیروی گریز از مرکز باضافه نصف ماکزیمم مقدار نیروی اینرسی اولیه مورد استفاده قرار گرفته باشد.

$$f_{cb} = ۱۴۲۰۰ + ۷۵۵۰ = ۲۱۷۵۰ \text{ N}$$

در شکل ۲۰ـ۵، نیروی وزنه تعادل با شروع از نقطه B، که قبلاً جایابی شده بود با زاویه اثر θ نسبت به افق نشان داده شده است. با رسم خطی از نقطهٔ B، با زاویه ۶۰° نسبت به افق و جداکردن طولی برابر ۲۱۷۵۰ واحد بر روی آن نقطه، C به دست می‌آید. بردار رسم شده از O به C برآیند نیروی لرزشی را در وضعیت $\theta = ۶۰^\circ$ نشان می‌دهد. با تکرار این عمل برای تمام ۳۶۰° منحنی $CDED'C'F$ حاصل خواهد شد. اگر نیروی وزنه تعادل به گونه‌ای انتخاب شود که بدون بالانس هیچ قسمتی از نیروی اینرسی فقط نیروی گریز از مرکز را بالانس نماید، آنگاه دیاگرام نیروی لرزشی و بار

---

1. counterbalance

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

وارد بر یاتاقانها در امتداد محور افقی بین نقاط HH' قرار خواهد گرفت.

مقدار بهینه نیروی وزنه تعادل، معادل با نیروی گریز از مرکز به اضافه کسری از ماکزیمم نیروی اینرسی اولیه بوده که موجب دیاگرامی از نیروی لرزشی شود که براساس آن ماکزیمم بار افقی و قائم وارد بر یاتاقانها تقریباً مساوی باشد. برای هر موتور، نیروی وزنه تعادل با مقادیر مختلف را می‌توان امتحان کرد. و پس از رسم دیاگرامهای مشابه $CDED'C'F$ دیاگرام بهینه را تعیین کرد.

۲۰ـ۴ موتورهای چند سیلندر خطی

در قسمت قبل نشان داده شد، که با قرار دادن یک جرم تعادل در مقابل پین لنگ می‌توان نیروی گریز از مرکز f_c را بالانس کرده و آن را به صفر رساند. همین طور نشان داده شد، که اگر جرم فوق اضافه گردد فقط قسمتی از نیروی اینرسی f_p را بالانس خواهد کرد. در بحث راجع به موتورهای چند سیلندر فرض خواهیم کرد که با قراردادن وزنه تعادل مناسب در مقابل هر لنگ نیروی گریز از مرکز مؤثر برروی هر لنگ بالانس شده است. بنابراین فقط با بالانس نیروهای اینرسی f_p موثر در پیستونهای مختلف سروکار خواهیم داشت. به طوریکه مشاهده خواهیم کرد گاهی اوقات می‌توان با تغییر موقعیتهای زاویه‌ای لنگها، تمام یا قسمتی از این نیروهای اینرسی را بالانس کرد. علاوه بر بالانس نیروهای اینرسی گشتاورهای ایجاد شده توسط این نیروها در امتداد محور میل‌لنگ می‌بایست از نظر دور نگاه داشته نشده و اگر حذف یا بالانس تمامی آنها ممکن نبوده، ولی تا حد امکان آنها را کاهش داد.

نیروی اینرسی در پیستون را قبلاً با f_p نشان دادیم. در شکل ۲۰ـ۶، یک موتور خطی که دارای n سیلندر می‌باشد، نشان داده شده است. زاویه‌ای که لنگ شماره ۱ با خط قائم (محور سیلندرها) می‌سازد، θ_1 است. چون میل لنگ صلب است زوایای بین لنگها ثابت می‌باشند. زاویه‌ای که لنگ ۲ با لنگ ۱ می‌سازد ϕ_2، لنگ ۳ با لنگ ۱ می‌سازد ϕ_3 و برای بقیه لنگها به همین ترتیب است.

با جایگذاری در رابطه (۲۰ـ۵) نیروهای اینرسی وارد بر پیستونهای مختلف به دست آمده که با f_1، f_2، f_3، ... ، f_n نامگذاری شده‌اند. بنابراین

$$f_1 = (M_p + M'_p)R\omega^2\left[\cos(\theta_1 + \phi_1) + \frac{R}{L}\cos 2(\theta_1 + \phi_1)\right]$$

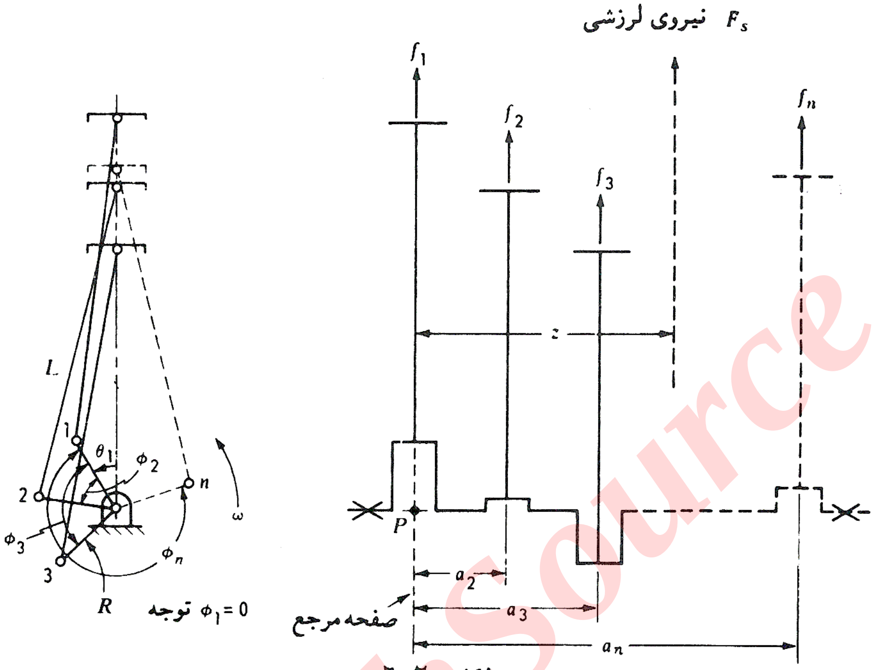
$$f_2 = (M_p + M'_p)R\omega^2\left[\cos(\theta_1 + \phi_2) + \frac{R}{L}\cos 2(\theta_1 + \phi_2)\right]$$

....

$$f_n = (M_p + M'_p)R\omega^2\left[\cos(\theta_1 + \phi_n) + \frac{R}{L}\cos 2(\theta_1 + \phi_n)\right]$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۰ـ٦

جمع جبری نیروهای اینرسی برابر نیروی لرزشی F_s خواهد بود. پس

$$F_s = (M_p + M'_p) R\omega^2 \left[\sum_{n=1}^{n=n} \cos(\theta_1 + \phi_n) + \frac{R}{L} \sum_{n=1}^{n=n} \cos 2(\theta_1 + \phi_n) \right]$$

(۲۰ـ۶)

اما

$$\cos(\theta_1 + \phi_1) = \cos\theta_1 \cos\phi_1 - \sin\theta_1 \sin\phi_1$$
$$\cos(\theta_1 + \phi_2) = \cos\theta_1 \cos\phi_2 - \sin\theta_1 \sin\phi_2$$

....

$$\cos(\theta_1 + \phi_n) = \cos\theta_1 \cos\phi_n - \sin\theta_1 \sin\phi_n$$

یا

$$\sum_{n=1}^{n=n} \cos(\theta_1 + \phi_n) = \cos\theta_1 \sum_{n=1}^{n=n} \cos\phi_n - \sin\theta_1 \sum_{n=1}^{n=n} \sin\phi_n$$

(۲۰ـ۷)

به همین ترتیب می‌توان نوشت

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$\sum_{n=1}^{n=n} \cos ۲(\theta_۱ + \phi_n) = \cos ۲\theta_۱ \sum_{n=1}^{n=n} \cos ۲\phi_n - \sin ۲\theta_۱ \sum_{n=1}^{n=n} \sin ۲\phi_n \qquad (۸\text{-}۲۰)$$

با قرار دادن روابط (۲۰-۷) و (۲۰-۸) در رابطه (۲۰-۶) عبارت زیر را برای نیروی لرزشی به دست می‌آوریم.

$$F_s = (M_p + M'_p) R\omega^۲ \left[\cos\theta_۱ \sum_{n=1}^{n=n} \cos \phi_n - \sin\theta_۱ \sum_{n=1}^{n=n} \sin\phi_n + \frac{R}{L} \cos ۲\theta_۱ \sum_{n=1}^{n=n} \cos ۲\phi_n - \frac{R}{L} \sin ۲\theta_۱ \sum_{n=1}^{n=n} \sin ۲\phi_n\right] \qquad (۹\text{-}۲۰)$$

برای آنکه نیروهای اینرسی بالانس بوده باشند، برآیند نیروی اینرسی می‌بایست صفر بوده یعنی برای تمام وضعیتهای لنگ $\theta_۱$، $F_s = ۰$. چون در بعضی از ترتیبهای میل لنگ یا نیروهای اولیه و یا نیروهای ثانویه در حالی که دیگری نابالانس است بالانس بوده، این دو نیرو را جداگانه در نظر خواهیم گرفت. از رابطه (۲۰-۹) ملاحظه می‌کنیم، شرط لازم برای بالانس بودن نیروهای اولیه عبارت است از

$$\sum_{n=1}^{n=n} \cos \phi_n = ۰ \qquad \sum_{n=1}^{n=n} \sin \phi_n = ۰ \qquad (۱۰\text{-}۲۰)$$

و شرط لازم برای بالانس بودن نیروهای ثانویه عبارت است از

$$\sum_{n=1}^{n=n} \cos ۲\phi_n = ۰ \qquad \sum_{n=1}^{n=n} \sin ۲\phi_n = ۰ \qquad (۱۱\text{-}۲۰)$$

گشتاور نیروی لرزشی را می‌توان با گشتاور گرفتن از نیروهای اینرسی نسبت به نقطه‌ای واقع در صفحه آنها به دست آورد. در شکل ۲۰-۶ صفحه‌ای عمود بر محور میل لنگ که محور را در نقطه P قطع کرده باشد در نظر می‌گیریم. گشتاورهای نسبت به نقطه P را در نظر گرفته و فرض می‌کنیم ممان نیروی لرزشی M باشد. آنگاه

$$M = f_۱a_۱ + f_۲a_۲ + f_۳a_۳ + \cdots + f_na_n \qquad (۱۲\text{-}۲۰)$$

رابطه (۲۰-۱۲) معادل حاصلضرب هر جمله رابطه (۲۰-۹) در بازوی گشتاور مربوطه می‌باشد. بنابراین

$$M = (M_p + M'_p) R\omega^۲ \left[\cos\theta_۱ \sum_{n=1}^{n=n} a_n \cos \phi_n - \sin\theta_۱ \sum_{n=1}^{n=n} a_n \sin\phi_n + \right.$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$+\frac{R}{L}\cos 2\theta_1 \sum_{n=1}^{n=n} a_n \cos 2\phi_n - \frac{R}{L}\sin 2\theta_1 \sum_{n=1}^{n=n} a_n \sin 2\phi_n\Bigg] \qquad (۱۳\text{-}۲۰)$$

برای آنکه گشتاور نیروی لرزشی صفر باشد، M برای تمام موقعیتهای زاویه θ_1 می‌بایست صفر باشد. چون در بعضی از ترتیبهای میل لنگ یا گشتاورهای اولیه و یا گشتاورهای ثانویه در حالی که دیگری نابالانس بوده بالانس می‌باشد، این دو گشتاور را جداگانه در نظر خواهیم گرفت. از رابطه (۲۰-۱۳) ملاحظه می‌کنیم شرط لازم برای بالانس بودن گشتاورهای اولیه عبارت است از

$$\sum_{n=1}^{n=n} a_n \cos \phi_n = 0 \qquad \sum_{n=1}^{n=n} a_n \sin \phi_n = 0 \qquad (۱۴\text{-}۲۰)$$

و شرط لازم برای بالانس بودن گشتاورهای ثانویه عبارت است از

$$\sum_{n=1}^{n=n} a_n \cos 2\phi_n = 0 \qquad \sum_{n=1}^{n=n} a_n \sin 2\phi_n = 0 \qquad (۱۵\text{-}۲۰)$$

در شکل ۲۰-۶، موقعیت نیروی لرزشی F_s با فاصله z نشان داده شده و از آنجا که، مجموع گشتاورهای نیروهای f نسبت به نقطه P برابر ممان برآیند نیروها می‌باشد

$$z = \frac{M}{F_s} \qquad (۱۶\text{-}۲۰)$$

که در آن M از رابطه (۲۰-۱۳) و F_s از رابطه (۲۰-۹) محاسبه می‌گردند.

۲۰-۵ موتورهای خطی چهار سیلندر

به منظور نشان دادن کاربرد روابط فوق در تجزیه و تحلیل بالانس موتورها، موتور چهار سیلندر خطی مورد استفاده قرار خواهد گرفت. در انتخاب، ترتیب لنگ یک موتور بالانس تنها معیار نمی‌باشد. برای آنکه تورک خارجی نسبتاً یکنواختی از میل لنگ دریافت شود، داشتن احتراق در فواصل زمانی مساوی خیلی اهمیت دارد. ترتیب احتراق در سیلندرها موسوم به *ترتیب یا نظم احتراق* می‌باشد.

در موتور چهار زمانه، موقعی که پیستون تقریباً در نقطه مرگ بالا می‌باشد گاز محترق شده و برای ۱۸۰ درجه گردش تا پیستون به نقطه مرگ پایین برسد قدرت به میل لنگ منتقل می‌شود. در خلال ۱۸۰ درجه گردش بعدی گاز سوخته تخلیه شده؛ یک ترکیب قابل اشتعال تازه در خلال ۱۸۰ درجه گردش بعدی به داخل سیلندر مکیده شده، سپس در خلال ۱۸۰ درجه گردش بعدی، ترکیب فوق متراکم شده و بعد از آن دوباره سیکل یا دوره تکرار می‌شود. کورس عبارت از حرکت پیستون از موقعیت یکی از نقاط مرگ به نقطه مرگ دیگر بوده و ملاحظه می‌کنیم قدرت در خلال نیم دور از هر دو دور گردش میل لنگ به میل لنگ منتقل می‌شود. در بحث مربوط به موتورهای مختلف برای

https://t.me/MechSource

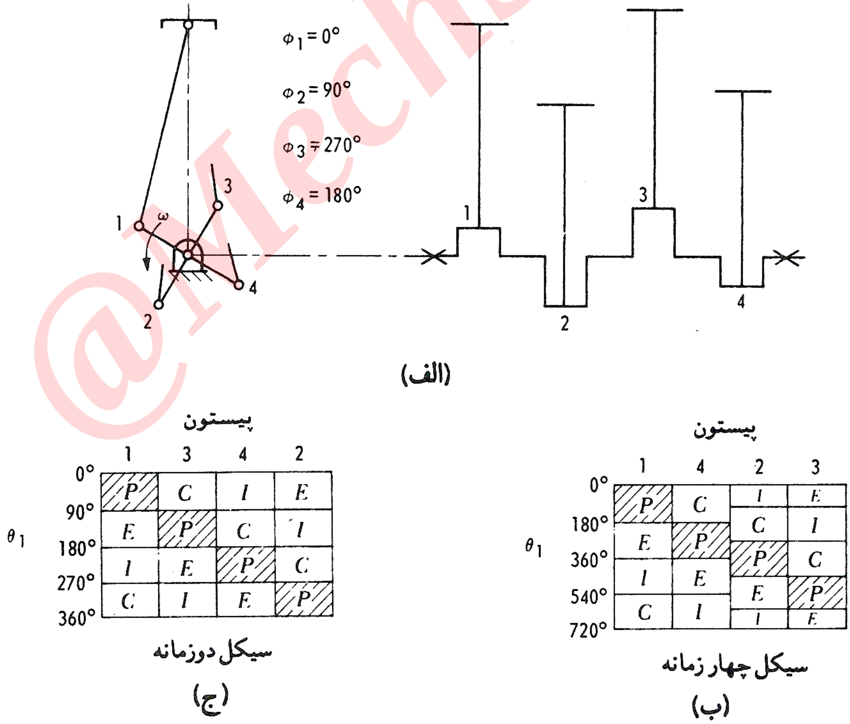
https://t.me/MechSource

مطالعه و بررسی ترتیب کورسهای قدرت اتفاق افتاده از جدول استفاده خواهیم کرد. در این جدول، کورس قدرت یا احتراق را با P؛ تخلیه را با E؛ مکش را با I و تراکم را با C نامگذاری می‌کنیم.

برای یک موتور دو زمانه تمام اتفاقات فوق در یک دور گردش لنگ حادث شده، به طوری که هریک از کورسها یک چهارم یک دور گردش لنگ را اشغال می‌کنند. احتراق و تخلیه در خلال یک کورس اتفاق افتاده و متعاقب آن مکش و تراکم در خلال سیکل بعدی اتفاق می‌افتد.

برای موتور چهار سیلندر، ترتیبهای مختلف لنگ می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. ولی در اینجا فقط دو نوع آن مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. هر ترتیب دیگری می‌تواند با روشی که در اینجا مورد استفاده قرار خواهد گرفت، تجزیه و تحلیل گردد. ابتدا موتوری را با نظم لنگهای نشان داده شده در شکل ۲۰-۷، که در آن $\phi_1 = 0°$ و $\phi_2 = 90°$ و $\phi_3 = 270°$ و $\phi_4 = 180°$ می‌باشد در نظر می‌گیریم. سیکلهای احتراق موتور چهار سیلندر چهار زمانه و موتور چهار سیلندر دو زمانه به ترتیب در شکلهای ۲۰-۷ ب و ۲۰-۷ ج نشان داده شده‌اند. به طوری که ملاحظه می‌شود در موتور دو زمانه احتراق تناوباً عمل شده، حال آنکه در موتور چهار زمانه برای سیلندرهای ۴ و ۲ کورسهای احتراق برای ۹۰ درجه رویهم بوده و برای سیلندرهای ۳ و ۱ بین کورسهای احتراق، ۹۰ درجه فاصله

@MechSource



شکل ۲۰-۷

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

وجود دارد.

برای آنکه احتراق در فواصل زمانی مساوی اتفاق بیفتد می‌توان از معادلات زیر استفاده کرد.

$$\theta = \frac{360^\circ}{N}$$ برای موتور دو زمانه

$$\theta = \frac{720^\circ}{N}$$ برای موتور چهار زمانه

که در آن θ، زاویه گردش میل لنگ از زمان شروع یک احتراق تا زمان شروع احتراق بعدی می‌باشد. N تعداد سیلندرها می‌باشد.

دیدیم شرایط لازم جهت بالانس یک موتور خطی با روابط (۲۰ـ۱۰)، (۲۰ـ۱۱)، (۲۰ـ۱۴) و (۲۰ـ۱۵) بیان گردید. برای استفاده از این روابط برای یک موتور بهتر است جدولی را ترتیب دهیم. موتور نشان داده شده در شکل ۲۰ـ۷ در جدول ۲۰ـ۱ تجزیه و تحلیل شده است. ملاحظه می‌کنیم که نیروهای اولیه و ثانویه و نیز گشتاورهای ثانویه بالانس بوده، ولی گشتاور اولیه نابالانس است. از آنجایی که نیروها همگی بالانس می‌باشند، گشتاور اولیه نابالانس یک کوپل خالص بوده که میل دارد موتور را حول محوری عمود بر محور میل لنگ بچرخاند. با قرار دادن حاصل جمع به دست آمده از جدول در رابطه (۲۰ـ۱۳) به دست می‌آوریم که

$$M = (M_p + M_p')\,R\omega^2\,(-3a\cos\theta_1 + a\sin\theta_1)$$

حال موتور قرار دادی اتومبیلهای چهار سیلندری که در شکل ۲۰ـ۸ نشان داده شده است را در نظر می‌گیریم. به ترتیب لنگها به شرح $\phi_1 = 0^\circ$، $\phi_2 = 180^\circ$، $\phi_3 = 180^\circ$ و $\phi_4 = 0^\circ$ می‌باشد. برای موتور چهار زمانه احتراق مطابق شکل ۲۰ـ۸ ب تناوباً عمل کرده، حال آنکه در موتور دو زمانه

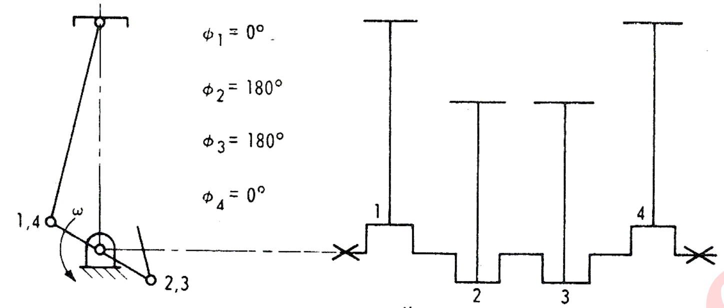
جدول ۲۰ـ۱

لنگ	ϕ,deg	$\cos\phi$	$\sin\phi$	2ϕ,deg	$\cos 2\phi$	$\sin 2\phi$	a	$a\cos\phi$	$a\sin\phi$	$a\cos 2\phi$	$a\sin 2\phi$
۱	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲	۹۰	۰	۱	۱۸۰	−۱	۰	a	۰	a	$-a$	۰
۳	۲۷۰	۰	−۱	۵۴۰	−۱	۰	۲a	۰	−۲a	−۲a	۰
۴	۱۸۰	−۱	۰	۳۶۰	۱	۰	۳a	−۳a	۰	۳a	۰
	Σ	۰	۰		۰	۰		−۳a	$-a$	۰	۰
		نیروهای اولیه بالانس می‌باشد			نیروهای ثانویه بالانس می‌باشد			گشتاورهای اولیه بالانس نمی‌باشد		گشتاورهای ثانویه بالانس می‌باشد	

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



(الف)

پیستون

θ_1	1	3	4	2
0°–180°	P	C	I	E
180°–360°	E	P	C	I
360°–540°	I	E	P	C
540°–720°	C	I	E	P

سیکل چهار زمانه

(ب)

پیستون

θ_1	1	4	2	3
0°–90°	P	P	I	I
90°–180°	E	E	C	C
180°–270°	I	I	P	P
270°–360°	C	C	E	E

سیکل دوزمانه

(ج)

شکل ۲۰ـ۸

@MechSource

مطابق شکل ۲۰ـ۸ج، احتراق تناوباً عمل نکرده است.بالانس موتور در جدول ۲۰ـ۲ مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. نیروها و گشتاورهای اولیه بالانس بوده و نیروها و گشتاورهای ثانویه بالانس نمی‌باشند. با قرار دادن حاصل جمعهای به دست آمده از جدول در روابط (۲۰ـ۹) و (۲۰ـ۱۳) به دست می‌آوریم که

$$F_s = (M_p + M_p') R\omega^۲ \left(۴ \frac{R}{L} \cos ۲\theta_۱ \right)$$

برای نیروی لرزشی و

$$M = (M_p + M_p') R\omega^۲ \left(۶a \frac{R}{L} \cos ۲\theta_۱ \right)$$

برای گشتاور نیروی لرزشی. با قرار دادن این نتایج در رابطه (۲۰ـ۱۶) موقعیت نیروی لرزشی به دست خواهد آمد

$$z = \frac{M}{F_s} = \frac{۳}{۲} a$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

جدول ۲۰ـ۲

لنگ	ϕ,deg	$\cos\phi$	$\sin\phi$	۲ϕ,deg	$\cos ۲\phi$	$\sin ۲\phi$	a	$a\cos\phi$	$a\sin\phi$	$a\cos ۲\phi$	$a\sin ۲\phi$
۱	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲	۱۸۰	۱−	۰	۳۶۰	۱	۰	a	$-a$	۰	a	۰
۳	۱۸۰	۱−	۰	۳۶۰	۱	۰	۲a	۲a−	۰	۲a	۰
۴	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۳a	۳a	۰	۳a	۰
	Σ	۰	۰		۴	۰		۰	۰	۶a	۰
		نیروهای اولیه بالانس می‌باشد			نیروهای ثانویه بالانس نمی‌باشد			گشتاورهای اولیه بالانس می‌باشد		گشتاورهای ثانویه بالانس نمی‌باشد	

با توجه به شکل ۲۰ـ۶ ملاحظه می‌کنیم، که نیروی لرزشی بین سیلندرهای ۲ و ۳، درست در وسط می‌باشد.

یک وسیله عمومی که برای بالانس نیروهای ثانویه این موتور چهار سیلندر استفاده شده، دستگاه بالانس کننده لانچستر[1] است که در شکل ۲۰ـ۹ نشان داده شده است. بالانس کننده مطابق شکل دارای دو چرخدنده مارپیچ حاوی جرمهای خارج از مرکز می‌باشد. نقطه گام این چرخدنده‌ها برروی خط اثر نیروی لرزشی F_s به گونه‌ای قرار گرفته که نیروی اینرسی حاصله از آنها یعنی F_b، نیروی لرزشی را بالانس می‌نماید. از آنجا که گشتاورهای نابالانس این موتور، ناشی از نیروهای ثانویه نابالانس می‌باشد، با بالانس شدن نیروهای ثانویه گشتاورها نیز بالانس می‌باشند. یک چرخدنده مارپیچی واقع بر روی میل لنگ این چرخدنده‌ها را با سرعتی دو برابر سرعت میل لنگ به گردش در آورده تا بتوانند نیروها را که دارای فرکانسی برابر فرکانس آنها می‌باشد، بالانس کنند. برای موتوری که عامل نابالانس در آن فقط نیروهای اولیه باشد، می‌توان از همین بالانس کننده به گونه‌ای استفاده کرد که سرعت چرخدنده‌های بالانس کننده برابر سرعت میل لنگ باشد.

اگر یک موتور دارای نابالانسی شامل یک کوپل خالص بوده باشد، آنگاه می‌توان از وسیله بالانس کننده نشان داده شده در شکل ۲۰ـ۱۰ استفاده کرد. دو چرخدنده با جرمهای خارج از مرکز مطابق شکل به گونه‌ای ترتیب داده شده‌اند که فقط کوپل خالص ایجاد می‌کنند. از چرخدنده هرزگرد به این منظور استفاده شده که دور چرخدنده‌ها را هم جهت کند. کوپل ایجاد شده توسط جرمهای بالانس کننده برابر است با

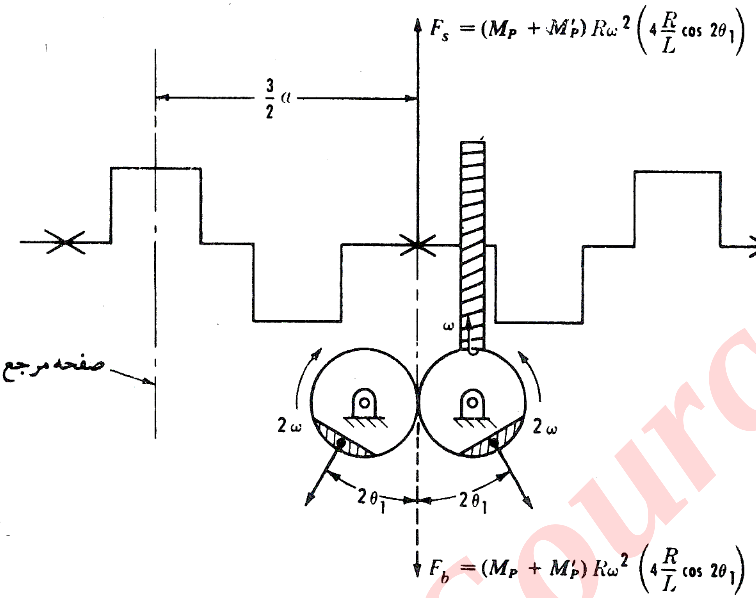
$$C = M_b r\omega^۲ b\cos\theta$$

1. Lanchester balancer

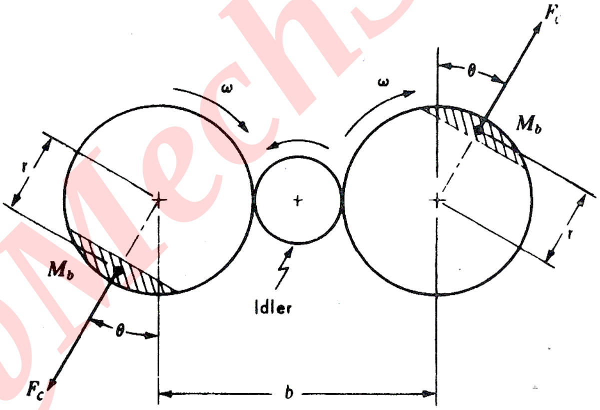
@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۰ـ۹



شکل ۲۰ـ۱۰

برای بالانس نمودن کوپلهای اولیه، چرخدنده‌های با جرمهای بالانس کننده با سرعتی مساوی سرعت میل لنگ حرکت می‌کنند، در حالی که برای بالانس نمودن کوپلهای ثانویه، چرخدنده‌ها با سرعتی دو برابر سرعت میل لنگ حرکت می‌کنند.

روشی که در اینجا برای تجزیه و تحلیل بالانس دو موتور چهار سیلندر خطی مورد استفاده قرار گرفت، می‌تواند برای سایر موتورهای خطی با هر تعداد سیلندر مورد استفاده قرار گیرد. تجزیه و تحلیلی این گونه نشان داد که یک موتور شش سیلندر خطی با ترتیب لنگهای $\phi_1 = \phi_6 = 0°$،

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$\phi_۲ = \phi_۵ = ۲۴۰°$ و $\phi_۳ = \phi_۴ = ۱۲۰°$ همانند یک موتور هشت سیلندر خطی با ترتیب لنگهای $\phi_۱ = \phi_۸ = ۰°$، $\phi_۲ = \phi_۷ = ۱۸۰°$، $\phi_۳ = \phi_۶ = ۹۰°$ و $\phi_۴ = \phi_۵ = ۲۷۰°$، نسبت به نیروها و گشتاورهای اولیه و ثانویه کاملاً بالانس می‌باشند.

۲۰ـ۶ تجزیه و تحلیل توسط بردارهای گردان

یک روش مناسب تجزیه و تحلیل بالانس موتورهای چند سیلندر استفاده از بردارهای گردان می‌باشد. همان طورکه قبلاً بیان شد، فرض می‌کنیم که نیروی گریز از مرکز مؤثر روی هر لنگ با قرار دادن جرم بالانسی در مقابل لنگ مربوطه بالانس شده است. بنابراین تنها نابالانس به وسیله نیروی اینرسی مؤثر روی جرم رفت و برگشتی ایجاد شده و این نیروی اینرسی در امتداد خط محور سیلندر تأثیر می‌نماید. رابطه (۲۰ـ۵) نیروی اینرسی وارد بر یک پیستون را نشان می‌دهد و می‌تواند به صورت زیر نشان داده شود.

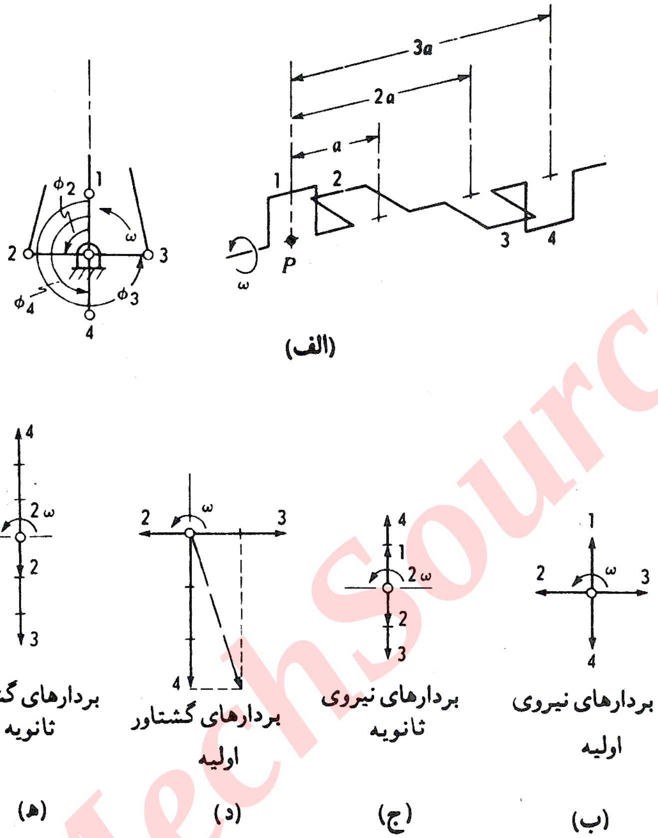
$$f_p = (M_p + M'_p) R\omega^۲ \cos \omega t + (M_p + M'_p) R\omega^۲ \frac{R}{L} \cos ۲\omega t$$

که در آن θ با ωt عوض شده و هنگامی که لنگ در موقعیت نقطه مرگ بالا می‌باشد، t برابر صفر است. حال نیروی اولیه می‌تواند با تصویر یک بردار با مقدار $(M_p + M'_p)R\omega^۲$ که با سرعت زاویه‌ای ω حول مبدأ دوران می‌کند، در امتداد سیلندر نشان داده شود. به همین ترتیب نیروی ثانویه می‌تواند با تصویر یک بردار با مقدار $(M_p + M'_p) R\omega^۲ (R/L)$ که با سرعت زاویه‌ای ۲ω حول مبدأ دوران می‌کند، در امتداد سیلندر نشان داده شود. بردارهای گردان اولیه و ثانویه موقعی که لنگ در موقعیت نقطه مرگ بالا می‌باشد هر دو در یک امتداد می‌باشند. بردار نیروی اولیه چون با سرعت لنگ دوران می‌کند همیشه در امتداد لنگ می‌باشد. بردار نیروی ثانویه وقتی در امتداد لنگ می‌باشد، که لنگ در موقعیت نقطه مرگ بالا قرار دارد، ولی چون این بردار با سرعتی معادل دو برابر سرعت لنگ دوران می‌نماید، هنگامی که لنگ ۱۸۰ درجه دوران کرده و در موقعیت نقطه مرگ پایین قرار دارد، این بردار نیرو در جهت نقطه مرگ بالا می‌باشد.

با به کاربردن این روش برداری در موتور چهار سیلندر، نشان داده شده در شکل ۲۰ـ۷، که با استفاده از روش جدول در قسمت قبل تجزیه و تحلیل گردید، نحوه استفاده آن نشان داده خواهد شد. ترتیب لنگها در شکل ۲۰ـ۱۱ که در آن سیلندرها قائم بوده و لنگ ۱ در وضعیت نقطه مرگ بالا می‌باشد، نشان داده شده است. به طوری که شرح داده خواهد شد، در این حال میل لنگ در وضعیت نشان داده شده در شکل ۲۰ـ۱۱ الف قرار داشته و بردارهای شکلهای ۲۰ـ۱۱ ب تا هـ، در امتداد نشان داده شده خواهند بود. بردارهای نیروی اولیه مطابق شکل ۲۰ـ۱۱ ب در امتداد لنگهای مربوطه می‌باشند. این بردارها با سرعتی برابر سرعت میل لنگ دوران کرده و تصویر آنها در امتداد قائم بر

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۰ـ۱۱

@MechSource

نیروهای اولیه می‌باشد. با توجه به شکل ۲۰ـ۱۱ ب، ملاحظه می‌شود مجموع این نیروهای قائم در تمام زمانها صفر بوده و از این رو نیروهای اولیه بالانس هستند.

در شکل ۲۰ـ۱۱ ج، بردارهای نیروهای ثانویه نشان داده شده و آنها با سرعتی دو برابر سرعت میل لنگ گردش می‌نمایند. از آنجا که وقتی لنگ در موقعیت نقطه مرگ بالا می‌باشد، نیروهای اولیه و ثانویه در امتداد لنگ می‌باشند. بردارهای نیروی ثانویه لنگ ۱ برای وضعیت منظور شده به طرف بالا می‌باشد. با توجه به شکل ۲۰ـ۱۱ الف، ملاحظه می‌کنیم لنگهای ۲، ۳ و ۴ به ترتیب °۹۰، °۲۷۰ و °۱۸۰ نسبت به نقطه مرگ بالا گردش نموده‌اند. بنابراین بردارهای نیروی ثانویه در شکل ۲۰ـ۱۱ ج به ترتیب °۱۸۰، °۵۴۰ و °۳۶۰ گردش نموده‌اند. توجه داشته باشید، که مقدار این بردارهای نیروی ثانویه همگی با هم برابر می‌باشند. مجموع تصاویر این بردارها در امتداد قائم همیشه صفر بوده و بنابراین نیروهای ثانویه بالانس می‌باشند.

گشتاورهای نیروهای اولیه و ثانویه نیز می‌توانند با تصاویر بردارهای گردان نشان داده شوند.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

گشتاورهای این نیروها حول نقطه P مطابق شکل ۲۰ـ۱۱ الف بستگی به بازوهای گشتاور آنها دارد. گشتاورها بسته به آنکه نیروها به طرف بالا و یا پایین بوده باشند، در خلاف گردش عقربه‌های ساعت و یا موافق گردش عقربه‌های ساعت می‌باشند. بنابراین گشتاور هر نیرو می‌تواند به وسیله یک بردار گردان در همان امتداد نیرو و مقداری برابر حاصلضرب نیرو در فاصله آن تا نقطه P نشان داده شود.

شکل ۲۰ـ۱۱ د، بردارهای گردان گشتاور اولیه را نشان می‌دهد. بردار ۳ به دلیل آنکه فاصله سیلندر ۳ تا نقطه P دو برابر فاصله سیلندر ۲ تا این نقطه می‌باشد دو برابر بردار ۲ رسم شده است. بردار ۴ به دلیل آنکه فاصله سیلندر ۴ تا نقطه P سه برابر فاصله سیلندر ۲ تا این نقطه می‌باشد، سه برابر بردار ۲ رسم شده است. تصاویر قائم این بردارهای گردان ممانهای نیروهای اولیه را تعیین کرده و به طوری که ملاحظه می‌کنیم بالانس نمی‌باشند. برآیند بردارها در شکل ۲۰ـ۱۱ د، با بردار خط چین نشان داده شده است. تصویر این بردار گردان در امتداد قائم نیز ممان نیروهای اولیه نابالانس را نشان می‌دهد. وقتی تصویر این بردار در امتداد قائم به طرف بالا باشد، گشتاور حول نقطه P در شکل ۲۰ـ۱۱ الف در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد. برعکس وقتی تصویر قائم به طرف پایین باشد، گشتاور حول نقطه P در جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد. به طوری که در شکل ۲۰ـ۱۱ د نشان داده شده، برآیند موقعیت بردار گشتاور، برآیند را وقتی که لنگ ۱ در موقعیت نقطه مرگ بالا می‌باشد نشان می‌دهد. گشتاورهای ثانویه در شکل ۲۰ـ۱۱ ه نشان داده شده و به طوری که ملاحظه می‌کنیم آنها بالانس می‌باشند.

۲۰ـ۷ موتورهای وی فرم (V) و معکوس

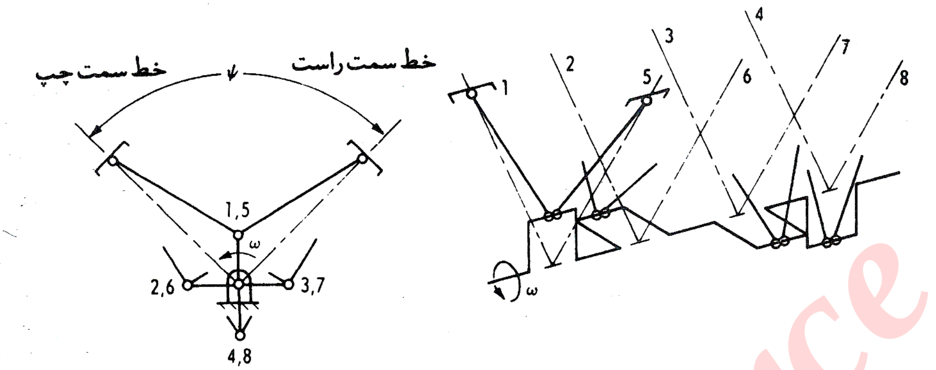
به طوری که در شکل ۲۰ـ۱۲ نشان داده شده، یک موتور وی‌فرم متشکل از دو موتور خطی که دارای میل لنگ مشترک هستند می‌باشد. دو صفحه‌ای که پیستونها در آنها رفت و برگشت می‌کنند، همدیگر را در روی محور میل لنگ قطع کرده و فرم V با زاویه ψ تشکیل می‌دهند. موتورهای V-6، V-8 و V-12 با زاویه ψ مساوی 60° و یا 90° از انواع متداول در خودروها می‌باشد.در موتورهای کوچک و کمپرسورها، اغلب از انواع V-2 و V-4 استفاده می‌گردد.

زاویه ψ موتور وی‌فرم به گونه‌ای انتخاب می‌گردد، که در فواصل زمانی متناوباً احتراق حاصل شود. در یک موتور وی‌فرم، یک شاتون از خط سمت چپ و یک شاتون از خط سمت راست به لنگی مشترک وصل شده است. دو شاتون در روی لنگ درکنار یکدیگر قرار گرفته و بنابراین در یک صفحه عرضی واقع نمی‌باشند. ولی در تجزیه و تحلیل این اثر کوچک معمولاً منظور نمی‌شود.

در موتور وی‌فرم، هر خط از سیلندرها جداگانه تجزیه و تحلیل شده و آنگاه نابالانسی خطوط می‌توانند به صورت برداری با یکدیگر جمع گردند. با در نظر گرفتن هر خط به طور جداگانه قبلاً پیدا کردیم که برای یک موتور چهار سیلندر با چنین میل لنگ غیر از گشتاورهای اولیه، بقیه عوامل

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



(الف)

بردارهای نیروی اولیه (خط سمت چپ)

بردارهای نیروی اولیه (خط سمت راست)

(ب)

بردارهای گشتاور اولیه (خط سمت چپ)

بردارهای گشتاور اولیه (خط سمت راست)

(ج)

شکل ۲۰-۱۲

@MechSource

بالانس می‌باشند. بنابراین برای این موتور وی‌فرم تنها نابالانسی گشتاورهای اولیـه در هـر یک از خطوط می‌باشد.

در شکل ۲۰-۱۲ ب، بردارهای نیروی اولیه برای وضعیتی که لنگ شماره ۱ در نقطه مرگ بالا می‌باشد نشان داده شده و در شکل ۲۰-۱۲ ج، بردارهای گشتاور اولیه با بردار گشتاور برآیند برای هر خط نشان داده شده است. گشتاور نابالانس در خط سمت چپ، تصویر بردار برآیند در صفحه خط چپ بوده و گشتاور نابالانس در خط سمت راست تـصویر بـردار بـرآیـند در صـفحه خـط راست

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

می‌باشد. هر دو بردار برآیند دارای مقدار و زاویه فاز ϕ یکسان نسبت به لنگ ۱ می‌باشند. بنابراین، نابالانسی کلی برای این موتور می‌تواند با یک بردار گردان که با سرعت میل لنگ گردش کرده و دارای مقدار و زاویه ϕ مساوی با هر کدام از بردارهای برآیند نشان داده شده در شکل ۲۰-۱۲ ج باشد نشان داده شود. این بردار در هر یک از خطوط، دارای مؤلفه‌ای مساوی گشتاور در آن خط می‌باشد. از آنجا که نیروها کلاً بالانس می‌باشند، این بردار یک کوپل خالص را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۲۰-۱۲ ج، ملاحظه می‌کنیم مقدار این کوپل برابر است با

$$M = \sqrt{[۳a(M_p + M'_p)R\omega^۲]^۲ + [a(M_p + M'_p)R\omega^۲]^۲}$$

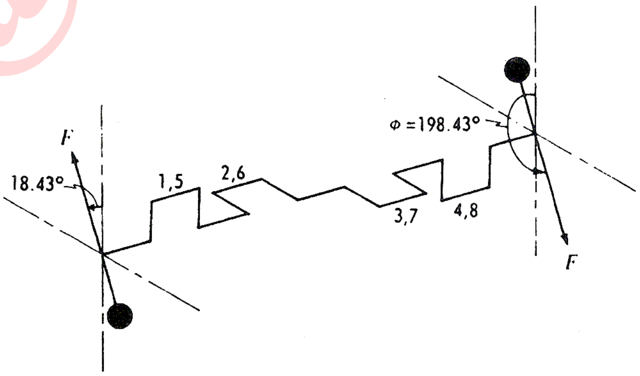
$$= \sqrt{۱۰}\; a(M_p + M'_p)R\omega^۲$$

و زاویه فاز در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت نسبت به وضعیت لنگ ۱ و ۵ برابر است با

$$\phi = ۱۸۰^\circ + \tan^{-۱}\left(\frac{۱}{۳}\right) = ۱۹۸٫۴۳^\circ$$

این کوپل می‌تواند، مطابق شکل ۲۰-۱۳، به وسیله نیروی F متصل به میل لنگ نشان داده شود. این نیروها با میل لنگ گردش کرده و به طوری که نشان داده شده می‌توانند با اضافه کردن دو وزنه تعادل بالانس گردند. وزنه‌های تعادل مناسب به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که با نیروی اینرسی خود بتوانند کوپل خالصی که دقیقاً کوپل ناشی از نیروهای F را بالانس کند ایجاد کنند.

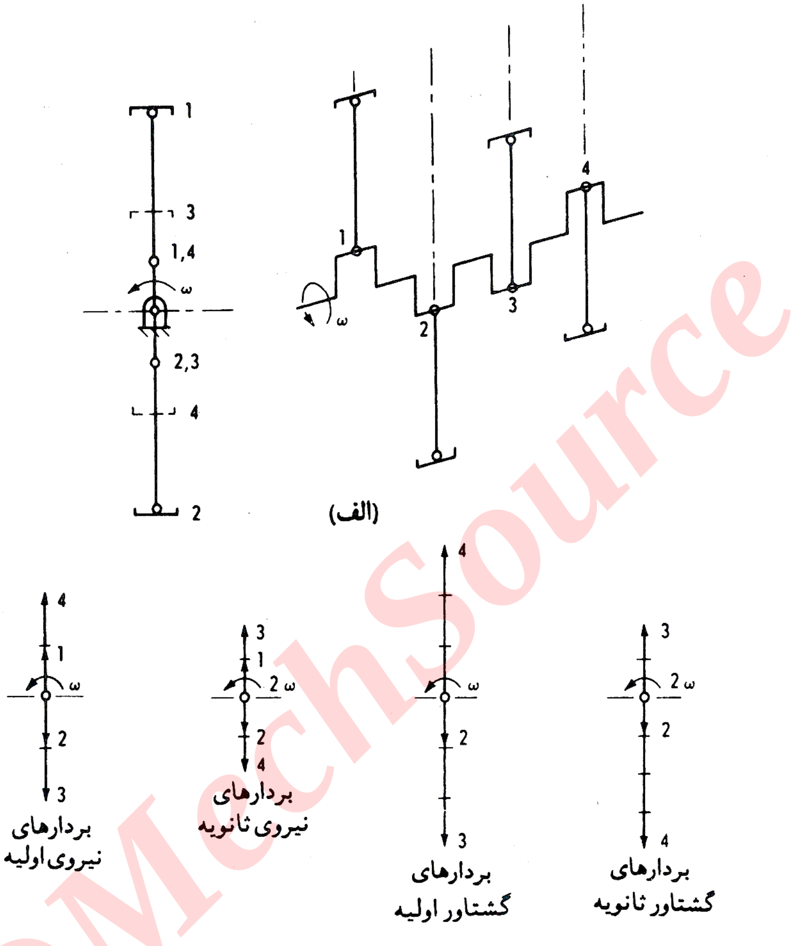
موتور نشان داده شده در شکل ۲۰-۱۴، مثالی از یک موتور معکوس می‌باشد. یک موتور معکوس، شامل دو خط سیلندر یا دو موتور خطی در طرفین میل‌لنگ بوده که در صفحه‌ای مشترک



شکل ۲۰-۱۳

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



(ب)

شکل ۲۰ـ۱۴

@MechSource

قرار دارند، یک موتور معکوس موتور وی‌فرمی است که زاویه ψ آن 180° می‌باشد. نیروی لرزشی برآیند F_s و کوپل لرزشی M در صفحه‌ای که پیستونها رفت و برگشت می‌نمایند واقع هستند. موتورهای معکوس متداول شامل دو، چهار و شش سیلندر می‌باشند.

روش برداری به کار رفته جهت بررسی بالانس موتور نشان داده شده در شکل ۲۰ـ۱۴ الف، در شکل ۲۰ـ۱۴ ب نشان داده شده است. چون دو خط سیلندر در یک صفحه قرار دارند، در این شکل بردارهای گردان در یک دیاگرام با هم ترکیب شده‌اند.در موقع به کارگیری روش برداری باید به خاطر داشت که بردار نیروی اولیه همیشه در امتداد لنگ مربوطه می‌باشد. بردار نیروی ثانویه در صورتی در امتداد لنگ مربوطه خواهد بود که پیستون در نقطه مرگ بالا بوده باشد. برای موقعیتهای دیگر

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

لنگ بردار نیروی ثانویه نسبت به موقعیت نقطه مرگ بالا به اندازه دو برابر زاویه گردش لنگ دوران خواهد کرد. این موتور بجز برای گشتاور ثانویه که یک کوپل خالص بوده بالانس می‌باشد. با اضافه کردن وزنه‌های تعادلی که بتوانند یک کوپل خالص تولید کنند، می‌توان موتور را بالانس نمود. وزنه‌های تعادل می‌بایست با استفاده از یک مجموعه چرخدنده با سرعتی دو برابر سرعت میل‌لنگ گردش می‌نمایند.

موتور هشت سیلندر وی‌فرم و موتور معکوسی که با روش بردارهای گردان مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند، می‌توانند با به کارگیری روش جدول برای هرخط به طور جداگانه مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرند. ولی روش بردار گردان تجزیه و تحلیل را ساده کرده و لمس عینی به وجود می‌آورد.

۲۰ـ۸ بحث

در خلال بحث راجع به بالانس موتور فرض شد که جرمهای تمام پیستونها و شاتونها یکسان بوده و فاصله بین سیلندرها با هم مساوی می‌باشند. در عمل وقتی چنین نباشد، دانشجویان می‌بایست قادر به کاربرد روابط نشان داده شده در اینجا و کنترل بالانس و یا تغییر طول بردارها در روش بردار گردان (روش ترسیمی) بوده باشند. مزیت روش ترسیمی نسبت به روش تحلیلی آن است که می‌توان از عملیات در حال انجام لمس فیزیکی داشت.

عملاً بالانس کامل نیروهای لرزشی در یک موتور امکان‌پذیر نبوده، ولی زیانهای ناشی از اثر آنها را می‌توان با انتخاب و قرار دادن موادی با سختی مناسب در زیر موتور کاسته و ممانعت از انتقال ارتعاشات به کف ساختمان و یا بدنه شد. مطالعه راجع به این عمل در مجال این کتاب نبوده، ولی در کتابهای درسی ارتعاشات مکانیکی نشان داده شده است.

تمرینها

۲۰ـ۱ در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۹ـ۸، $OD = ۹\frac{۱}{۴}$ in، $OA = ۳\frac{۱}{۴}$ in، $AB = ۶\frac{۱}{۴}$ in و $BD = ۵$ in می‌باشند. عضو ۲ دارای جرم $۱\frac{۱}{۲}$ پوند بوده و مرکز جرم آن در امتداد خط OA و به فاصله $۱\frac{۱}{۴}$ in از O می‌باشند؛ عضو ۳ دارای جرم ۳ پوند بوده و مرکز جرم آن در امتداد خط AB و در فاصله $۲\frac{۱}{۲}$ in از A می‌باشد. عضو ۴ دارای جرم $۲\frac{۱}{۴}$ پوند بوده و مرکز جرم آن در امتداد خط BD و در فاصله $۱\frac{۳}{۴}$ in از D می‌باشد. با استفاده از مقیاس ۱ in = ۴ in مکانیزم را رسم و اندازه‌های فوق را نشان دهید.

الف) عضو ۳ می‌بایست با یک سیستم دینامیکی معادل دو جرمی تعویض گردیده و جرمها بایستی در A و B متمرکز گردند. این جرمها می‌باید با M_A و M_B نامگذاری شوند. M_A و M_B را تعیین کنید.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

ب) مقدار وزنه تعادلی بر حسب "in.lb" را که می‌بایست به اعضای ۲ و ۴ متصل شده تا نیروهای لرزشی مکانیزم را حذف کنند تعیین کنید.

۲۰ـ۲ مقادیر زیر برای یک موتور احتراقی تک سیلندر که پیستون آن در امتداد افق حرکت می‌کند می‌باشند: r/min ۱۵۰۰ = سرعت، ۲۰۴ mm = کورس، ۶۳٫۵ kg = جرم لنگ و پین لنگ، ۴۰۸ mm = طول شاتون، ۳٫۶۳ kg = جرم شاتون، ۱۰۲ mm = فاصله مرکز جرم شاتون تا پین لنگ، ۳٫۱۸ kg = جرم پیستون و پین پیستون.

الف) اگر از وزنه تعادلی استفاده نشده باشد. با استفاده از مقیاس ۱mm = ۳۵۰N مقدار، امتداد نیروی لرزشی را برای $\theta = ۱۵۰^\circ$ به روش ترسیمی محاسبه کنید.

ب) قسمت (الف) را با فرض آنکه جرم تعادلی که نیروی موازنه آن برابر نیروی گریز از مرکز به اضافه ۰٫۶ ماکزیمم نیروی اینرسی اولیه بوده باشد حل کنید.

ج) اگر مرکز جرم وزنه تعادل قسمت (ب) در فاصله ۵۰٫۸ mm از محور میل‌لنگ قرار داشته باشد، جرم وزنه تعادل مورد نیاز را تعیین کنید.

۲۰ـ۳ موتور مسئله ۲۰ـ۲ را در نظر بگیرید. جدولی مطابق آنچه که در زیر آمده تشکیل داده و برای هر وضعیت ۳۰ درجه لنگ، مقادیر نیروهای اولیه و ثانویه را در آن ثبت کنید. با استفاده از مقیاس ۱ mm = ۳۵۰N دیاگرامهای نیروی لرزشی مطابق شکل ۲۰ـ۵ را برای حالات زیر رسم کنید.

الف) ۱. از وزنه تعادل استفاده نشده باشد. ۲. از یک وزنه تعادل به گونه‌ای که نیروی موازنه آن برای نیروی گریز از مرکز باضافه ۰٫۶ ماکزیمم نیروی اینرسی اولیه بوده استفاده شده است.

ب) با استفاده از دیاگرام ردیف ۲ از قسمت الف و رعایت مقیاس به کار رفته، مقادیر ماکزیمم نیروی افقی و قائم لرزشی را تعیین کنید.

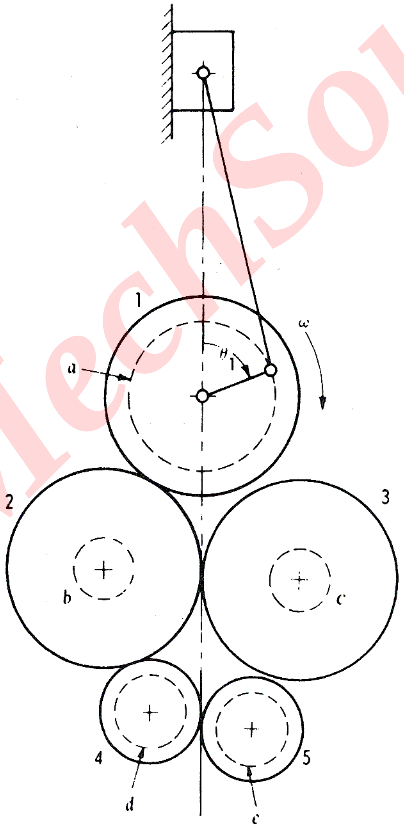
θ,deg	cosθ	۲θ, deg	cos ۲θ	اولیه f_p,N	ثانویه f_p,N	نتیجه f_p,N
۰		۰				
۳۰		۶۰				
۶۰		۱۲۰				
.		.				
.		.				
.		.				

۲۰ـ۴ شکل P ۲۰ـ۴، یک موتور تک سیلندر را نشان می‌دهد. ۲۲۹ mm = طول لنگ، ۴٫۳ kg = جرم لنگ و پین لنگ، ۱۲۱ mm = فاصله مرکز جرم مجموعه لنگ و پین لنگ از میل‌لنگ، ۷٫۲۶ kg = جرم به شاتون، ۲۲۸ mm = فاصله مرکز جرم شاتون از پین لنگ، ۲٫۷۲ kg = جرم پیستون و پین پیستون، چرخدنده‌های ۱، ۲و ۳ هم اندازه بوده و چرخدنده ۱ به

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

وسیله خار به میل‌لنگ وصل شده است. چرخدنده‌های ۴ و ۵ نصف اندازه چرخدنده‌های ۱، ۲ و ۳ می‌باشند. به لقی کم بین چرخدنده‌های ۱ و ۳ و نیز بین ۳ و ۵ توجه داشته باشید. یک سیستم ارتعاش‌گیر که بتواند نیروهای اینرسی اولیه و ثانویه را بالانس کند طراحی کنید. موتور می‌بایست با اضافه کردن جرمهای M_1، M_2، M_3، M_4 و M_5 به ترتیب برروی دوایر a، b، c، d و e در تمام سرعتها بالانس بوده و هیچ نیروی نابالانسی افقی و یا قائم وجود نداشته باشد. M_1 می‌بایست فقط نیروی گریز از مرکز را بالانس کند. شعاع دوایر b، c، d و e برابر ۷۶٫۲ mm می‌باشد. با استفاده از مقیاس ۱mm = ۱۸mm شکلی مشابه شکل ۲۰ـ۴ P رسم کنید. برروی این شکل مقادیر جرمهای M_1، M_2، M_3، M_4 و M_5 و موقعیت آنها را نشان دهید.



شکل ۲۰ـ۴ P

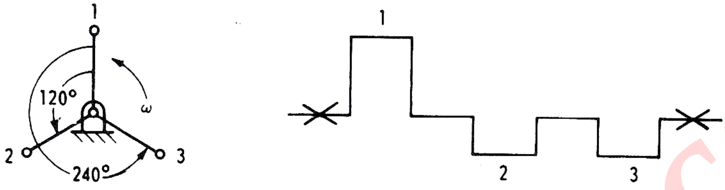
۲۰ـ۵ ترتیب لنگهای یک موتور سه سیلندر خطی در شکل ۲۰ـ۵ P که در آن $\phi_1 = 0°$، $\phi_2 = 120°$ و $\phi_3 = 240°$ می‌باشد نشان داده شده است.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

الف) اگر موتور یک موتور چهار زمانه بوده و قرار باشد احتراق در فواصل زمانی مساوی اتفاق بیفتد، جدول نظم احتراقی مشابه شکل ۲۰ـ۷ را تشکیل دهید.

ب) جدول فوق را در صورتی که موتور دو زمانه بوده باشد تشکیل دهید.



شکل ۲۰ـ۵ P

۲۰ـ۶ فاصله بین خط محور سیلندرهای موتور مسئله ۲۰ـ۵ برابر a می‌باشد.

الف) جدولی مشابه جدول ۲۰ـ۱ تشکیل داده و نشان دهید آیا نیروهای اولیه و ثانویه نابالانس می‌باشند.

ب) مقدار نیروی لرزشی چقدر است.

ج) با استفاده از نتایج جدول رابطه‌ای برای گشتاور لرزشی برحسب موقعیت θ_1 لنگ ۱ بنویسید.

د) آیا گشتاور لرزشی یک کوپل خالص است؟ چرا بلی و چرا خیر؟

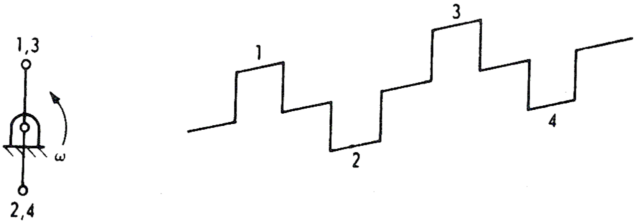
۲۰ـ۷ یک موتور پیشنهادی دارای ترتیب لنگهای نشان داده شده در شکل ۲۰ـP۷ می‌باشد. سیلندرها به فواصل مساوی قرارگرفته و فاصله بین محورهای سیلندرها از یکدیگر برابر a می‌باشد.

الف) جدولی مشابه جدول ۲۰ـ۱ تشکیل داده و نشان دهید آیا نیروها و گشتاورهای اولیه و ثانویه نابالانس می‌باشند.

ب) رابطه‌ای برای نیروی لرزشی برحسب موقعیت θ_1 لنگ ۱ بنویسید.

ج) رابطه‌ای برای گشتاور لرزشی برحسب موقعیت θ_1 لنگ ۱ بنویسید.

د) رابطه‌ای برای موقعیت خط اثر نیروی لرزشی برحسب θ_1 بنویسید.



شکل ۲۰ـP ۷

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۲۰ـ۸ موتور مسئله ۲۰ـ۷ را در نظر بگیرید.

الف) اگر قرار باشد احتراق در فواصل زمانی مساوی انجام گرفته و موتور یک موتور چهارزمانه بوده باشد، با شروع از سیلندر ۱ تمام نظم احتراقهای ممکن را بیان کنید.

ب) اگر میل لنگ در یک موتور دو زمانه مورد استفاده قرار گرفته باشد، با شروع از سیلندر ۱ چه نظم احتراقی به وجود خواهد آمد؟

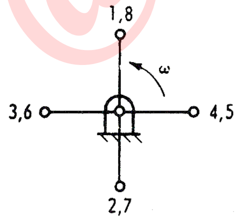
ج) اگر قرار باشد میل‌لنگ برای یک موتور دو زمانه مورد استفاده قرار گیرد، چگونه می‌توان برای دسترسی به یک قدرت داخلی یکنواخت‌تر، زاویه بین لنگها را تغییر داد؟ در وضعیتی که لنگ شماره ۱ قائم باشد، تصویری از جلوی میل لنگ را رسم کنید. میل لنگ می‌بایست در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت گردش نماید. برای نظم احتراق ۱، ۲، ۳ و ۴ لنگها را شماره گذاری کنید.

۲۰ـ۹ یک موتور شش سیلندر خطی چهار زمانه از نوعی که در اتومبیلها به کار می‌رود، دارای نظم لنگهای نشان داده شده در شکل P ۲۰ـ۹، که در آن $\phi_1=\phi_6=0^\circ$، $\phi_2=\phi_5=240^\circ$، و $\phi_3=\phi_4=120^\circ$ می‌باشد. جدولی مشابه جدول ۲۰ـ۱ تشکیل داده که نشان دهد برحسب نیرو و گشتاورهای اولیه و ثانویه موتور کاملاً بالانس بوده و بجز وزنه تعادل مقابل لنگها جهت بالانس نمودن $M'_c + M''_c$ هیچ وزنه بالانس دیگری مورد نیاز نمی‌باشد.

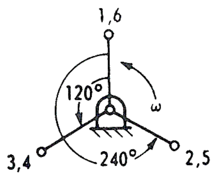
۲۰ـ۱۰ تحریکهای قدرت ناشی از احتراقها برای موتور مسئله ۲۰ـ۹ می‌بایست در فواصل زمانی مساوی به میل لنگ انتقال یابد. با امتحانی از شکل ۲۰ـ۹ P می‌توان دید که یک امکان احتراق ۱، ۵، ۳، ۶، ۲ و ۴ می‌باشد. با شروع از سیلندر ۱ احتراقهای ممکن دیگر را بنویسید.

۲۰ـ۱۱ یک موتور هشت سیلندر خطی چهار زمانه، دارای ترتیب لنگهای نشان داده شده در شکل ۲۰ـP۱۱، که در آن $\phi_1=\phi_8=0^\circ$، $\phi_2=\phi_7=180^\circ$، $\phi_3=\phi_6=90^\circ$ و $\phi_4=\phi_5=270^\circ$ می‌باشد. جدولی مشابه جدول ۲۰ـ۱ تشکیل داده و نشان دهید آیا نیرو و گشتاورهای اولیه و ثانویه بالانس می‌باشند.

@MechSource



شکل ۲۰ـP۱۱



شکل ۲۰ـP۹

۲۰ـ۱۲ موتور مسئله ۲۰ـ۶ را در نظر بگیرید. با استفاده از روش بردار گردان بیان کنید آیا نیروهای اولیه و ثانویه و یا گشتاورها بالانس می‌باشند. فرض کنید طول واحد برای بردارهای نیرو و گشتاور

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

اولیه ۱۵ میلیمتر و طول واحد بردارهای نیرو و گشتاور ثانویه ۱۰ میلیمتر می‌باشد. اگر گشتاور اولیه نابالانس می‌باشد، بردار گشتاور برآیند را با خط چین نشان دهید. همین کار را برای بردارهای گشتاور ثانویه انجام دهید.

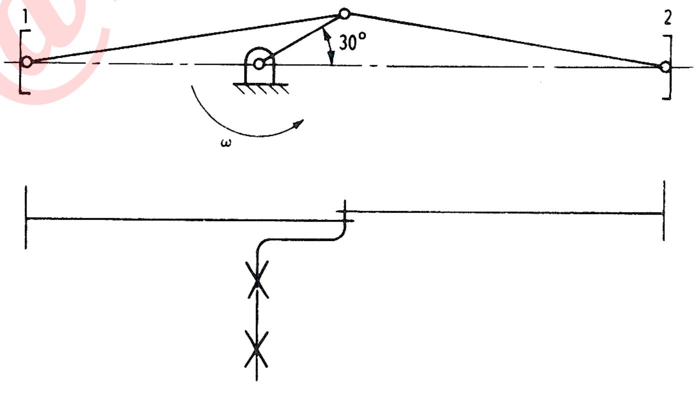
۲۰ـ۱۳ با استفاده از روش بردار گردان، موتور مسئله ۲۰ـ۹ را تجزیه و تحلیل نمائید. فرض کنید طول واحد برای بردارهای نیرو و گشتاور اولیه برابر ۸ میلیمتر و طول واحد برای بردارهای نیرو گشتاور ثانویه ۶ میلیمتر می‌باشد.

۲۰ـ۱۴ موتور دو سیلندر معکوس نشان داده شده در شکل P ۱۴ـ۲۰، با سرعت ۴۰۰۰ دور در دقیقه گردش می‌کند، جرم کلی قسمتهای رفت و برگشتی هر پیستون ۵ر۳ پوند بوده و دو شاتون هر یک به طول ۵ر۶ اینچ به لنگ مشترکی به طول ۲ اینچ متصل می‌باشند. فرض کنید جرمهای معادل کلی متمرکز در پین لنگ $(M''_c + 2M'_c)$ با وزنه تعادلی که در جهت مقابل لنگ قرار داده شده بالانس شده‌اند.

الف) با استفاده از روش بردار گردان برای حالتی که لنگ در وضعیت نشان داده شده در شکل می‌باشد، بردارهای نیروی اولیه و ثانویه گردان را در امتدادهای فرض شده رسم نمائید. طول واحد بردارهای نیروی اولیه را یک اینچ و طول واحد بردارهای نیروی ثانویه را ۵ر۰ اینچ بگیرید. نشان دهید، بردارهای نیروی اولیه و ثانویه بالانس می‌باشند یا خیر؟

ب) با استفاده از رابطه (۲۰ـ۵) مقادیر نیروهای اینرسی و مقدار و امتداد برآیند آنها را برای لحظه مورد نظر تعیین کنید.

ج) اگر قرار باشد به منظور بالانس نیروهای اینرسی، با اضافه کردن جرم اضافی در مقابل لنگ و نیز اگر مرکز جرمی این جرمها قرار است در فاصله ۵ر۱ اینچ از محور میل لنگ باشد، جرم لازم را تعیین کنید.



شکل ۲۰ـP۱۴

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

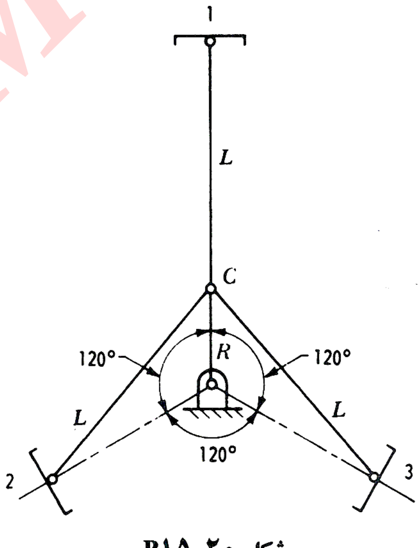
۲۰ـ۱۵ در موتور شعاعی نشان داده شده در شکل ۲۰ـ۱۵ P، هر سه شاتون به یک لنگ متصل شده و می‌توان فرض کرد آنها در یک صفحه قرار دارند. تمام پیستونها و شاتونها، دارای جرم مساوی می‌باشند. جرم معادل لنگ واقع در C برابر M''_c می‌باشد. جرمهای معادل برای هریک از شاتونها برابر M'_c و M'_p می‌باشند.

الف) جرم وزنه تعادل مورد لزوم که در فاصله شعاعی r از محور میل لنگ قرار داشته و می‌بایست جرمهای معادل در حال گردش واقع در C را بالانس نماید تعیین کنید.

ب) شکلی مشابه شکل ۲۰ـ۱۵ P که پیستون ۱ را در موقعیت نقطه مرگ بالا نشان دهد، رسم و مقادیر θ_1، θ_2 و θ_3 را نشان دهید. با استفاده از روش بردار گردان، موتور را تجزیه و تحلیل نمائید. طول واحد برای بردارهای نیروی اولیه و ثانویه را برابر ۱۰ میلیمتر بگیرید. مقدار هر نیروی اولیه گردان را با P و مقدار هر نیروی ثانویه گردان را با S نشان دهید. در زیر هر دیاگرام بردار گردان، یک دیاگرام نیرو که نشان دهنده تصویر هر بردار نیروی گردان در امتداد سیلندر مربوطه می‌باشد را رسم نمائید. بر روی هر یک از این تصاویر، مقدار آنها را برحسب P و S بنویسید. نشان دهید آیا این نیروهای اولیه یا ثانویه در امتداد سیلندرها بالانس می‌باشند؟

ج) برداری که نشان دهنده برآیند نیروهای اولیه در امتداد سیلندرها بوده را نشان داده و رابطه‌ای را برای آن بنویسید.

د) مقدار زاویه ϕ مربوط به وزنه تعادلی که می‌بایست جهت بالانس نیروهای اینرسی اولیه مؤثر بر روی جرمهای رفت و برگشتی اضافه گردد را در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت نسبت به



شکل ۲۰ـ۱۵ P

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

لنگ اندازه‌گیری و پاسخ دهید چه مقدار است.

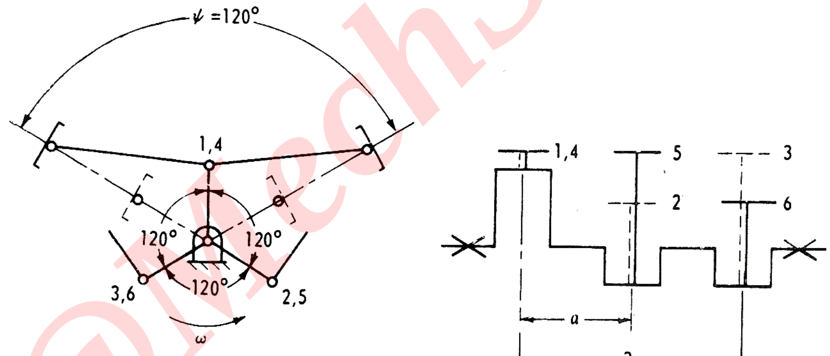
ه) رابطه‌ای بنویسید که مقدار وزنه تعادل بند (د) را که می‌بایست در شعاع r اضافه کند تعیین کند.

و) رابطه‌ای بنویسید که جرمهای تعادل کلی پیدا شده در بندهای (الف) و (ه) را تعیین کنید.

۲۰-۱۶ موتور ۶-V چهار زمانه پیشنهادی نشان داده شده در شکل ۲۰-۱۶ P مورد نظر می‌باشد. نظم احتراق ۱، ۶، ۳، ۵، ۲، ۴ می‌باشد.

الف) با تشکیل جدولی مشابه آنچه که در شکل ۲۰-۷ ب آمده، توزیع قدرت را تجزیه و تحلیل کنید.

ب) با استفاده از روش بردارگردان بالانس موتور را تجزیه و تحلیل کنید. در موقع رسم بردارها، با فرض اینکه پیستون ۱ در وضعیت نقطه مرگ بالا قرار دارد، آنها را در امتدادهائی که فرض خواهند شد رسم کنید. طول واحد نشان دهنده بردارهای نیرو و گشتاور اولیه را برابر ۱۵ میلیمتر و طول واحد نشان دهنده نیرو و گشتاور ثانویه را برابر ۱۰ میلیمتر اختیار کنید. نشان دهید کدام بردارهای نیرو و گشتاور بالانس بوده و کدام بالانس نمی‌باشند.



شکل ۲۰-۱۶P

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۲۱

اثرات ژیروسکوپی

۲۱ـ۱ مقدمه

قطعه‌ای که حول یک محور تقارن دوران می‌کند، در مقابل تغییری در راستای این محور از خود مقاومتی نشان می‌دهد که موسوم به اثر ژیروسکوپی می‌باشد. کاربردهای مهم اثر ژیروسکوپی در هواپیماها، کشتیها، سیستمهایِ کنترل موشکها و مسافرتهایِ فضائي بوده که در آنجا از ژیروسکوپ برای احساس حرکت دورانی یک جسم استفاده می‌گردد.

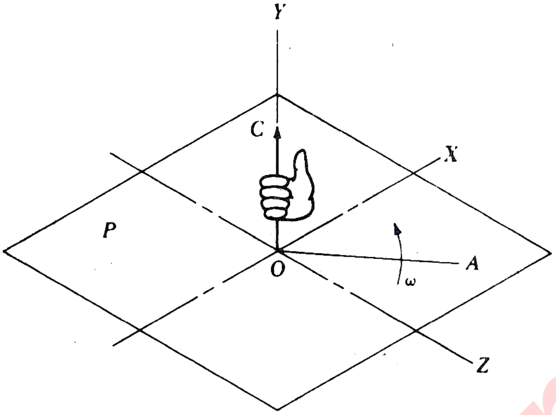
نیروی ناشی از اثرات ژیروسکوپی گاهی می‌بایست در طراحی ماشینها در نظر گرفته شود. این نیروها در موقع پیچ زدن اتومبیلها در یاتاقانهای موتور یک اتومبیل، در توربینهای زیردریاییها به هنگام قوطه‌ور شدن کشتی در یک دریای سنگین و در شفت موتور یک هواپیمای جت موقعی که تغییر جهت می‌دهد بروز می‌کند.

۲۱ـ۲ نیروهای ژیروسکوپی

اثرات ژیروسکوپی را می‌توان با استفاده از اصول مقدار حرکت زاویه‌ای به سهولت مطالعه کرد. کار را با مروری بر مکانیک که سرعت زاویه‌ای یک بردار می‌باشد، شروع می‌کنیم. در شکل ۲۱ـ۱ محورهای X و Z در صفحه P قرار داشته و محور Y عمود بر صفحه می‌باشد. فرض می‌کنیم خط OA با سرعت زاویه‌ای ω در صفحه دوران می‌کند. آنگاه سرعت زاویه‌ای می‌تواند با بردار OC عمود بر صفحه دوران P نشان داده شود. برای تعیین جهت بردار می‌توان از قانون دست راست استفاده کرد. قانون به شرح زیر است: اگر دست راست به گونه‌ای قرار داده شود که گردش انگشتان در امتداد سرعت زاویه‌ای بوده باشد، شفت دست راست جهت بردار OC را نشان خواهد داد. پس یک سرعت زاویه‌ای نشان داده شده به وسیله منحنی فلش‌دار با بردار OC که جهت آن به طرف بالا می‌باشد نشان

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۱ـ۱

داده می‌شود. به همین ترتیب اگر سرعت زاویه‌ای در جهت خلاف منحنی فلش‌دار نشان داده شده باشد، انگشتان را در آن جهت قرار داده که آنگاه شفت به طرف پایین متوجه بوده و نشان می‌دهد که جهت بردار OC به طرف پایین است. طول بردار OC با مقیاسی مناسب مقدار سرعت زاویه‌ای را نشان می‌دهد. شتاب زاویه‌ای و مقدار حرکت زاویه‌ای نیز هر دو دارای مقدار و امتداد و جهت بوده و بنابراین یک کمیت برداری بوده که می‌توانند با استفاده از تسهیلاتی مشابه آنچه که در شکل ۲۱ـ۱ نشان داده شده، نشان داده شوند.

در شکل ۲۱ـ۲ الف، برای نقطه مادی به جرم M یک سرعت خطی V اختیار می‌کنیم. مقدار حرکت خطی نقطه مادی با MV که دارای امتداد و جهتی مشابه V می‌باشد، نشان داده شده و مقدار آن برابر حاصلضرب جرم در مقدار بردار سرعت است.

مقدار حرکت زاویه‌ای برای یک نقطه مادی با گشتاور ممان حرکت خطی مشخص می‌شود. فرض می‌کنیم در شکل ۲۱ـ۲ ب، نقطه مادی M با سرعت زاویه‌ای ω و شعاع R حول نقطه O دوران کند. آنگاه مقدار حرکت زاویه‌ای H برابر MVR می‌باشد. به طوری که در شکل ۲۱ـ۳ نشان داده شده، رفتار یک جسم با جرم M وقتی دوران می‌کند به گونه‌ای است که تمام جرم آن در حلقه‌ای به شعاع k از محور دوران (شعاع ژیراسیون) متمرکز شده باشد. پس مقدار حرکت جسم در حال گردش برابر است با

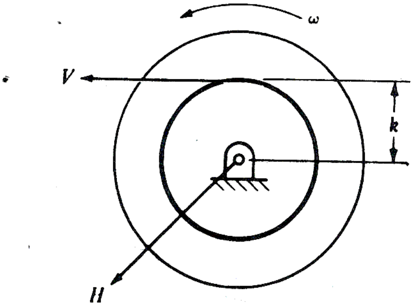
$$H = MVk$$

و چون $V = \omega k$ و $I = Mk^2$ پس

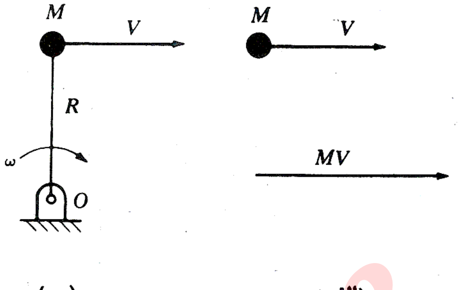
$$H = M\omega k^2 = I\omega \qquad (۲۱\text{ـ}۱)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۱ـ۳



(ب) (الف)

شکل ۲۱ـ۲

که در آن I ممان اینرسی جرمی جسم حول محور دوران و ω سرعت زاویه‌ای آن می‌باشد. مقدار حرکت زاویه‌ای با بردار H در امتداد محور دوران نشان داده شده است. جهت بردار به وسیله قانون دست راست تعیین می‌گردد. با قراردادن انگشتان در جهت ω شفت نشان می‌دهد که جهت بردار به طرف خارج است.

اگر از رابطه (۲۱ـ۱) نسبت به زمان مشتق گرفته شود، نسبت تغییر مقدار حرکت زاویه‌ای به شرح زیر به دست می‌آید:

$$\frac{dH}{dt} = I\frac{d\omega}{dt} = I\alpha$$

که در آن α، شتاب زاویه‌ای جسم می‌باشد. ولی می‌دانیم مطابق قانون نیوتون برای ایجاد شتاب α، نیاز به تورک T که دارای جهتی مشابه جهت α باشد داریم. پس

(۲۱ـ۲) T = نسبت تغییر مقدار حرکت زاویه‌ای

حال دیسکی را در نظر می‌گیریم که مطابق شکل ۲۱ـ۴ به وسیله خار به شفتی که در یاتاقانهای A و B گردش می‌نماید، متصل شده باشد. محور شفت موسوم به محور دوران S[1] بوده و ω_s سرعت زاویه‌ای حول محور دوران S می‌باشد. محورهای S، P و T دوبه‌دو بر همدیگر عمود می‌باشند. مقدار حرکت زاویه‌ای $I\omega_s$ و با قانون دست راست بردار I در جهتی است که نشان داده شده است. اگر شفت به اندازه زاویه $\Delta\theta$ حول محور P بپیچد، مقدار حرکت زاویه‌ای از H به H' تغییر می‌کند. پس

$$H' = H \mathbin{+\!\!\!\rightarrow} \Delta H$$

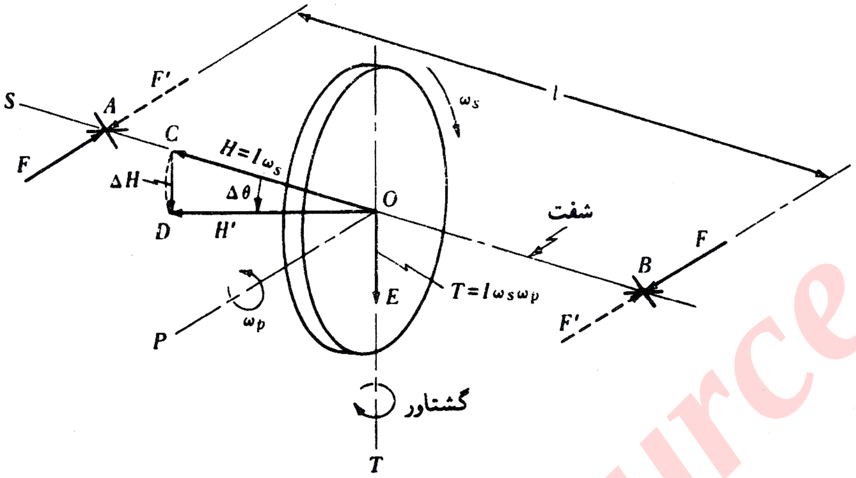
که در آن بردار ΔH تغییر در مقدار حرکت زاویه‌ای را نشان می‌دهد. کمان CD برابر حاصلضرب شعاع

1. spin axis

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۱ـ۴

OC در زاویه $\Delta\theta$ برحسب رادیان بوده و برای مقدار کوچک $\Delta\theta$ وتر تقریباً برابر کمان می‌باشد. از این رو تغییر در مقدار حرکت برابر است با

$$\Delta H = I\omega_s \Delta\theta$$

و نسبت تغییر مقدار حرکت زاویه‌ای برابر است با

$$\frac{dH}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{I\omega_s \Delta\theta}{\Delta t} = I\omega_s \frac{d\theta}{dt} = I\omega_s \omega_p \qquad (۲۱\text{ـ}۳)$$

محوری که شفت حول آن پیچیده موسوم به محور سبقت[1] می‌باشد. $\Delta\theta$ زاویه سبقت و ω_p سرعت زاویه‌ای سبقت می‌باشد.

قبلاً دیدیم که هر تغییری در مقدار حرکت زاویه‌ای مستلزم یک تورک T می‌باشد. از این رو از روابط (۲۱ـ۲) و (۲۱ـ۳)

$$T = T\omega_s \omega_p \qquad (۲۱\text{ـ}۴)$$

در رابطه (۲۱ـ۴) T موسوم به تورک ژیروسکوپی یا کوپل ژیروسکوپی می‌باشد. در شکل ۲۱ـ۴، این تورک لازم با بردار OE نشان داده شده و می‌بایست دارای امتداد و جهتی مشابه تغییر در

1. axis of precession

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

مقدار حرکت زاویه‌ای باشد (توجه داشته باشید که با میل $\Delta\theta$ به صفر، در حد بردار ΔH موازی با محور OT خواهد شد). پس با به کاربردن قانون دست راست برای بردار تورک ملاحظه می‌کنیم، که وقتی از بالا نگاه شود تورک حول محور OT در جهت گردش عقربه‌های ساعت بوده و به طوری که نشان داده شده می‌تواند با کمان فلش‌دار نشان داده شود. مضافاً این تورک می‌بایست از خارج تأمین شده و به صورت کوپلی حاصل از نیروهای F وارده توسط یاتاقانها به شفت اعمال گردد. بنابراین

$$Fl = T$$

نیروهای F' نشان داده شده با خط چین، مساوی و در جهت مخالف F بوده و نشان دهنده نیروهائی که شفت به یاتاقانها وارد می‌کند می‌باشند.

به طور خلاصه اگر در امتداد $\Delta\theta$ محور تقارن OS که جسمی حول آن دوران می‌کند، تغییری داده شود، این گردش آخری سبقت نامیده می‌شود. سبقت موجب تغییری در مقدار حرکت زاویه‌ای که مستلزم یک تورک خارجی T وارد به مجموعه می‌باشد می‌گردد. به همین ترتیب اگر به جسمی که در حال گردش حول محور تقارن OS می‌باشد، یک تورک خارجی T حول محور OT که عمود بر OS می‌باشد وارد کنیم، این عمل موجب یک سبقت می‌شود.

مثال ۲۱ـ۱ در شکل ۲۱ـ۵ الف، شفت ملخ یک هواپیما نشان داده شده است. با نگاه از عقب ملخ با سرعت ۲۰۰۰ دور در دقیقه در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران کرده و حرکت خود را از طریق یک جعبه دنده کاهنده از موتور می‌گیرد. فرض کنید هواپیما در امتداد افق در پرواز بوده و با نگاه از بالا با سرعت ۰٫۲ رادیان در ثانیه، گردشی به راست می‌نماید. ملخ دارای جرم ۲۷ کیلو گرم و شعاع ژیراسیون ۹۱۴ میلیمتر می‌باشد. می‌خواهیم نیروهای ژیروسکوپی که شفت ملخ به یاتاقانهای A و B به فاصله ۱۵۲ mm از یکدیگر وارد می‌کند را تعیین کنیم.

برای حل مسئله بهتر است شماتیکی مشابه شکل ۲۱ـ۴ رسم کرده و تمام کمیتهایی که قرار است جهت صحیح آنها پیدا شود را نامگذاری کنید. ملخ شکل ۲۱ـ۵ الف می‌تواند به وسیله دیسک گردان شکل ۲۱ـ۵ الف نمایش داده شود. ابتدا محور دوران S که نشان دهنده محور شفت می‌باشد ترسیم می‌گردد. مقدار حرکت زاویه‌ای دارای جهتی مشابه سرعت زاویه‌ای بوده و به وسیله قانون دست راست بردار مقدار حرکت زاویه‌ای H مطابق آنچه که نشان داده شده است می‌باشد. با گردش هواپیما، بردار H در صفحه افق به وضعیت H' گردش کرده و بنابراین محور قائم OP محور سبقت می‌باشد. از آنجا که بردار تورک T می‌بایست دارای امتداد و جهتی مشابه بردار $\Delta\theta$ باشد این تورک در جهت نشان داده شده تأثیر کرده و امتداد محور تورک OT را مشخص می‌کند. حال با استفاده از قانون

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

دست راست برای بردار تورک، ملاحظه می‌کنیم که با نگاه در امتداد محور تورک و به طرف داخل تورک در جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد. بنابراین

$$\omega_s = \frac{۲۰۰۰\ (۲\pi)}{۶۰} = ۲۰۹\ \text{rad/s}$$

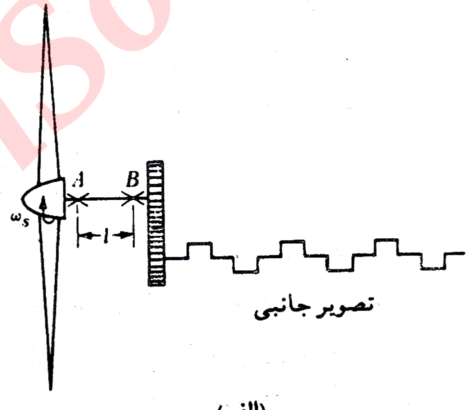
$$I = Mk^۲ = ۲۷\ (۰٫۹۱۴)^۲ = ۲۲٫۶\ \text{kg.m}^۲$$

تورک ژیروسکوپی برابر است با

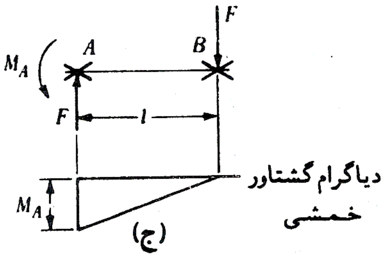
$$T = I\omega_s\omega_p$$

$$= ۲۲٫۶\ (۲۰۹)\ (۰٫۲) = ۹۴۵\ \text{N.m}$$

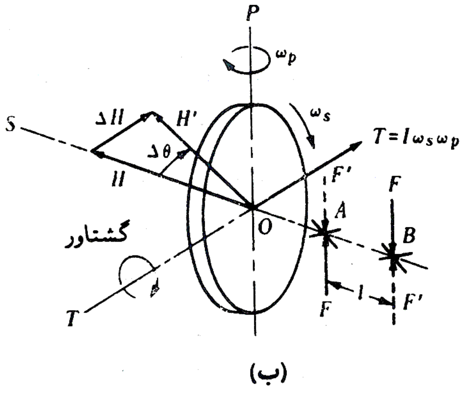
یاتاقانها مطابق شکل ۲۱ـ۵ ب، نیروهای عمودی F را به شفت وارد کرده و برای آنکه بتوان این تورک را



(الف)



(ج)



(ب)

شکل ۲۱ـ۵

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

تأمین کرد می‌بایست

$$Fl = T$$

$$F = \frac{T}{l} = \frac{۹۴۵}{۰٫۱۵۲} = ۶۲۲۰\ \text{N}$$

نیروهائی که شفت به یاتاقانها وارد می‌کنند F' بوده و برابر و در جهت خلاف F می‌باشند. پس $F' = ۶۲۲۰\text{N}$. از آنجا که در یاتاقان A شفت به طرف پایین و در یاتاقان B شفت به طرف بالا فشار داده می‌شود، هواپیما وقتی که گردشی به راست می‌نماید میل به شیرجه آمدن به طرف پایین دارد.

در شکل ۲۱ـ۵ج، نیروهائی که یاتاقانها به شفت وارد می‌کنند، مجدداً نشان داده شده است. M_A گشتاور خمشی در شفت بوده و بنابراین

$$M_A = Fl$$

می‌بینیم که علاوه بر تأثیر بارها در یاتاقانها، اثرات ژیروسکوپی تنشهای ناشی از خمش در شفت ایجاد می‌کند.

توجه داشته باشید که در این مسئله، فقط نیروهای ژیروسکوپی ناشی از جرمهای گردان ملخ منظور گردید.

علاوه بر این نیروهای ژیروسکوپی ایجاد شده توسط جرمهای گردان متعلق به چرخدنده‌ها واقع بر روی شفت ملخ نیز وجود دارند. این نیروهای اخیر به دلیل کوچک بودن ممان اینرسی چرخدنده‌ها در مقایسه با نیروهای ایجاد شده توسط ملخ بسیار کوچک می‌باشند.

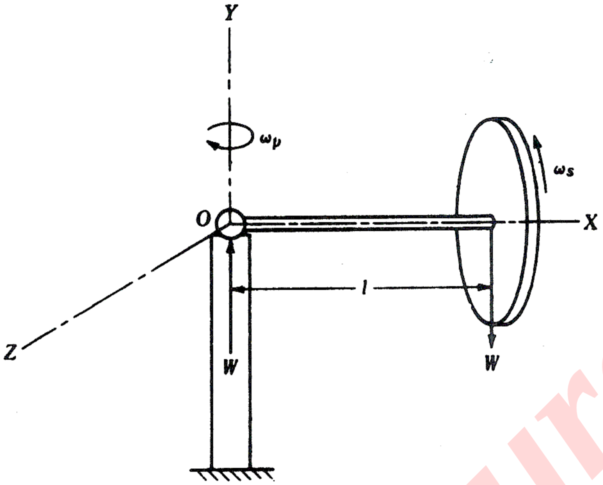
مثال ۲۱ـ۲ شکل ۲۱ـ۶ یک فرفره اسباب‌بازی ژیروسکوپی را نشان می‌دهد. نیروی جاذبه وارد بر دیسک W می‌باشد. اگر یک انتهای شفت بر روی ستون قرار داده شده و به دیسک یک سرعت زاویه‌ای بسیار زیاد حول شفت OX داده شود، شفت و دیسک نیفتاده و به واسطه تورک Wl مؤثر در سیستم حول محور OY سبقت خواهد گرفت. پس

$$Wl = I\omega_s\omega_p \quad \text{یا} \quad \omega_p = \frac{Wl}{I\omega_s}$$

که‌در آن I ممان‌اینرسی دیسک و ω_p سرعت‌زاویه‌ای سبقت‌که با نگاه‌از بالا در جهت‌گردش عقربه‌های ساعت‌بوده می‌باشند.اگر به‌طریقی مثلاً قرار دادن انگشت در مسیر آن‌از سبقت شفت ممانعت به‌عمل آید، دیسک بلافاصله خواهد افتاد. اصطکاک موجود در ستون مقداری از انرژی را تلف کرده و فرفره تدریجاً پایین می‌افتد. همچنین اصطکاک بین دیسک و شفت تدریجاً موجب کاهش در ω_s شده و بدین جهت به طوری که از رابطه (۲۱ـ۴) مشاهده می‌شود، سرعت زاویه‌ای سبقت زیاد می‌گردد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

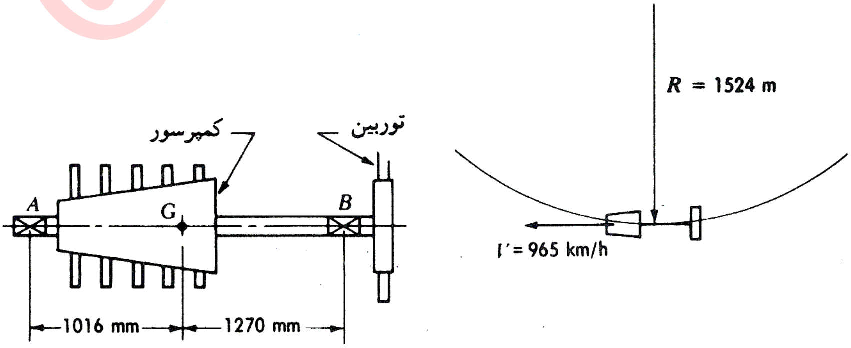


شکل ۲۱ـ۶

تمرینها

۲۱ـ۱ محور دوران روتور توربین یک کشتی موازی با شفت پره‌های جلوبرنده کشتی بوده و بر روی یاتاقانهائی به فاصله ۱۵ فوت از یکدیگر قرار دارد. روتور دارای ممان اینرسی $200\ lb.ft.s^2$ بوده و با نگاه از عقب کشتی با سرعت $1800\ r/min$ در جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران می‌نماید. کشتی با سرعت ۰٫۵ درجه در ثانیه گردش می‌نماید. شکلی رسم کرده و بر روی آن محورهای دوران، سبقت و تورک را مشخص نموده و یاتاقان جلوئی را با حرف A و یاتاقان عقبی را با حرف B مشخص کنید. مقدار و امتداد فقط نیروهای ناشی از اثر ژیروسکوپی را که شفت به یاتاقانها وارد می‌کند، تعیین کنید.

۲۱ـ۲ روتور موتور یک هواپیمای جت مطابق شکل ۲۱ـP۲، توسط یاتاقانهایی نگهداری می‌گردد.



شکل ۲۱ـP۲

https://t.me/MechSource
@MechSource

https://t.me/MechSource

مجموعه روتور که متشکل از شفت، کمپرسور و توربین گاز می‌باشد دارای جرم ۸۱۶ kg بوده، شعاع ژیراسیون آن ۲۲۹ mm و مرکز جرم آن در نقطه G قرار دارد. روتور با نگاه از عقب هواپیما با سرعت ۱۰۰۰۰ r/min در جهت گردش عقربه‌های ساعت گردش می‌نماید. سرعت هواپیما ۹۶۵ km/h بوده و در حال شیرجه در مسیری به شعاع ۱۵۲۴ m می‌باشد.

الف) مقدار و امتداد نیروهای ژیروسکوپی که شفت به یاتاقانها وارد می‌کند را تعیین و آنها را با F' مشخص کنید.

ب) مقدار و امتداد نیروی وارده توسط شفت به یاتاقانها را که ناشی از نیروی خارج از مرکز وارد بر روتور می‌باشد تعیین و آنها را با حروف R'_A و R'_B مشخص کنید.

۳-۲۱ هواپیمای جت مسئله ۲-۲۱، که با سرعت ۸۰۰ km/h در صفحه افق در حرکت بوده با نگاه از بالا در مسیری به شعاع ۱٫۵ km گردشی در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت می‌نماید. با نگاه از عقب هواپیما روتور با سرعت ۸۰۰۰ r/min گردش می‌نماید. شکل مشابه شکل ۴-۲۱ رسم نمایید.

الف) مقدار و امتداد نیروی ژیروسکوپی که شفت به یاتاقانها وارد کرده را تعیین و آنها را با F' نشان دهید.

ب) آیا جلوی هواپیما به طرف بالا و یا به طرف پایین منحرف خواهد شد؟

۴-۲۱ یک واگن قطار توسط یک موتور الکتریکی حرکت می‌کند. آرمیچر روتور دارای جرم ۲۷۲kg بوده، شعاع ژیراسیون آن ۱۵۲ mm است و محور آن موازی با اکسل‌های واگن گردش می‌نماید. آرمیچر در جهت خلاف گردش چرخها حرکت کرده و به ازای هر دور چرخها که دارای قطر ۸۴۰ mm می‌باشند چهار دور می‌زند. فاصله بین یاتاقانهای آرمیچر ۶۱۰ mm می‌باشد. اگر در سرپیچی به شعاع ۳۰ متر و به طرف راست سرعت واگن ۶ m/s به طرف جلو باشد، نیروی کلی که هر یاتاقان بر شفت آرمیچر وارد می‌کند را تعیین کنید. ابتدا شکلی از آرمیچر به طوری که از عقب واگن به آن نگاه شده باشد رسم کنید. این شکل می‌بایست مشابه شکل ۴-۲۱ باشد.

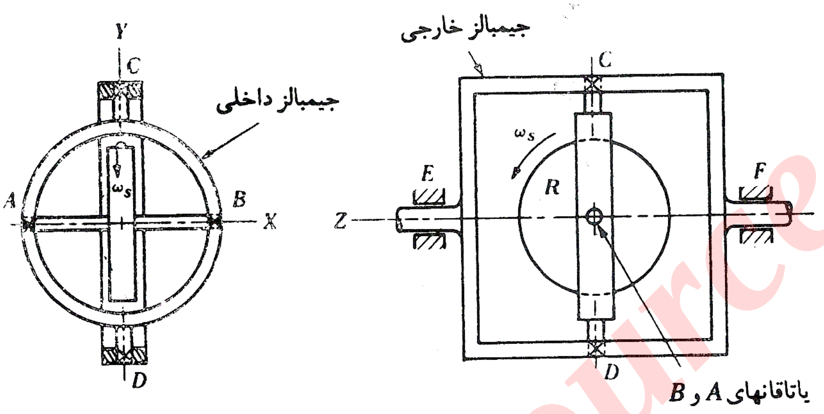
۵-۲۱ در وسائل اندازه‌گیری نشان داده شده در شکل P5-۲۱، برای ثابت نگهداشتن محور در فضا از یک ژیروسکوپ استفاده شده است. روتور R در جیمالز[1] به گونه‌ای سوار شده است که قادر است آزادانه حول محورهای X، Y و Z دوران نماید (A، B، C، D، E و F یاتاقانها می‌باشند.) روتور دارای ممان اینرسی ۰٫۰۰۲۷۱ kg.m² بوده و توسط موتور الکتریکی با سرعت زاویه‌ای ۱۲۰۰۰ r/min حول محور X دوران می‌نماید. به منظور مینیمم ساختن سبقت از یاتاقانهای با اصطکاک کم استفاده شده است. تعیین کنید برای ایجاد سبقت یک درجه در ساعت چه تورک

1. gimbals

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

اصطکاکی برحسب نیوتون متر به طور پیوسته مورد نیاز می‌باشد؟ برای آنکه سبقت حول محور Y ایجاد شود، تعیین کنید تورک اصطکاک به کدام یاتاقانها باید وارد شود.



شکل ۲۱ـP۵

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۲۲

سرعتهای دورانی بحرانی و ارتعاشات پیچشی در شفتها

۲۲ـ۱ سرعتهای دورانی بحرانی

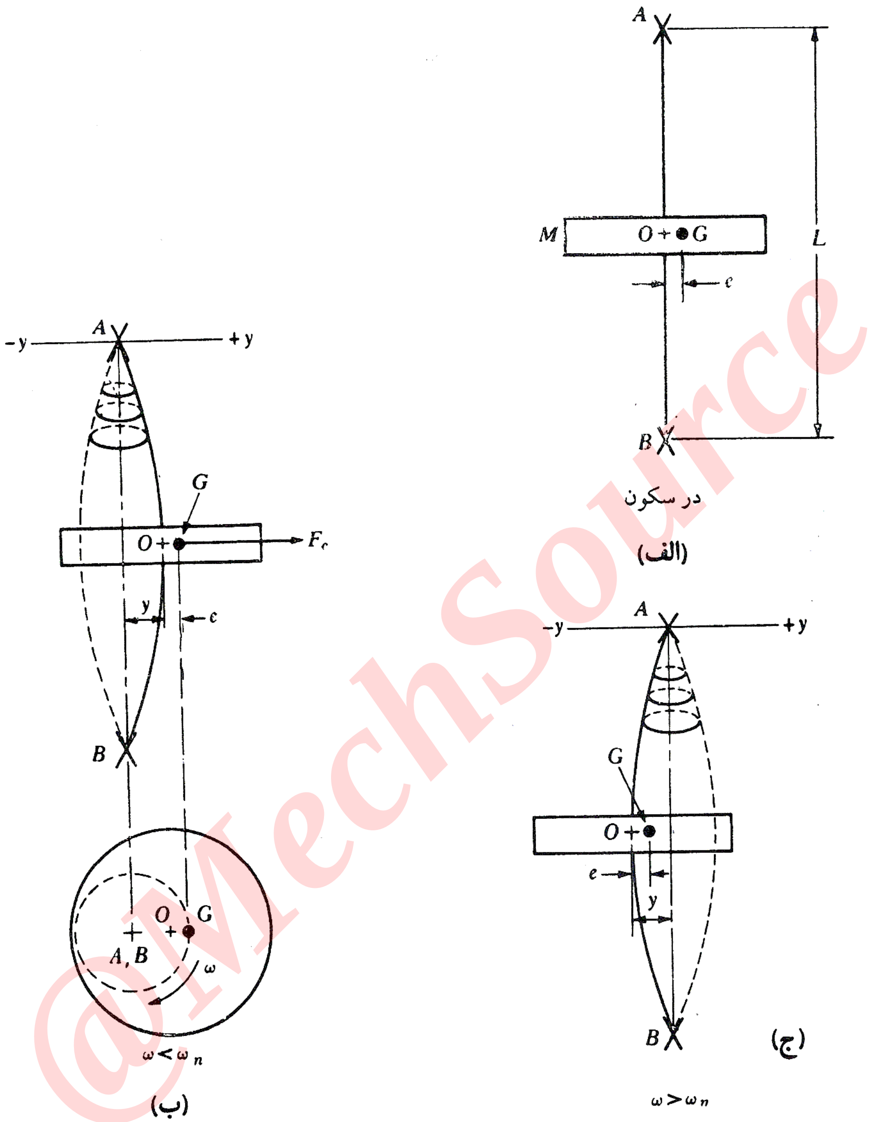
به طوری که ملاحظه گردیده یک شفت درحال گردش یا روتور در سرعتهای معینی، ارتعاشات عرضی بیش از حدی را از خود نشان می‌دهد. سرعتی از شفت که در آن این اتفاق می‌افتد به سرعت بحرانی و یا سرعت چرخشی بحرانی موسوم است. در یک سرعت بحرانی انحراف و خمیدگی شفت زیاد گردیده و ممکن است موجب تغییر فرم دائمی و یا صدمه ساختمانی گردد. برای مثال تیغه‌های روتور یک توربین ممکن است با تیغه‌های استاتور برخورد کنند. انحرافهای زیاد شفت که در یک سرعت بحرانی اتفاق می‌افتد، موجب اصطکاکهای یاتاقانی زیاد شده که در نتیجه یاتاقان خوب عمل نکرده و یا صدمه به تکیه‌گاههای یاتاقان می‌زند. این پدیده حتی در روتورهائی که با دقت زیاد بالانس شده‌اند، اتفاق می‌افتد. یک ماشین هرگز نباید برای مدت طولانی در سرعت نزدیک به سرعت بحرانی کار کند. در قسمتهای بعدی، علتهای بروز این پدیده را مورد مطالعه قرار داده و ضمناً بررسی خواهیم کرد که برای یکی نبودن سرعت بحرانی و سرعت کاری، شفت چگونه می‌بایست طراحی گردد.

۲۲ـ۲ شفت با یک دیسک تنها

شفت نشان داده شده در شکل ۲۲ـ۱ الف، با یک دیسک به جرم M واقع در وسط یاتاقانها را در نظر می‌گیریم. در بحث زیر فرض می‌کنیم، که جرم شفت در مقایسه با جرم دیسک قابل صرفنظر می‌باشد. نقطه O برروی محور شفت واقع بوده و G مرکز جرمی دیسک می‌باشد. پس فاصله e مقدار خارج از مرکز می‌باشد. در شکل ۲۲ـ۱ ب، شفت در حال دوران بوده و نیروی گریز از مرکز F_c در امتداد شعاع ماربر G به طرف خارج اثر کرده و مطابق شکل موجب خمیدگی شفت می‌گردد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



@MechSource

شکل ۲۲ـ۱

نیروی گریز از مرکز برابر حاصلضرب جرم دیسک در شتاب قائم نقطه G بوده و چون شتاب قائم برابر حاصلضرب شعاع دوران و ω^{2} می‌باشد

$$F_c = MA = M(y + e)\omega^{2} \tag{۱ـ۲۲}$$

که در آن ω سرعت شفت برحسب رادیان در ثانیه و y انحراف شفت در محل قرار دیسک می‌باشد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

شفت به‌گونه یک فنر عمل‌کرده و برای یک‌انحراف y نیروی مقاوم ky که در آن k ضریب فنریت شفت در خمش می‌باشد را وارد می‌کند. برای تعادل، نیروی مقاوم برابر نیروی گریز از مرکز بوده و بنابراین

$$ky = M(y + e)\omega^2$$

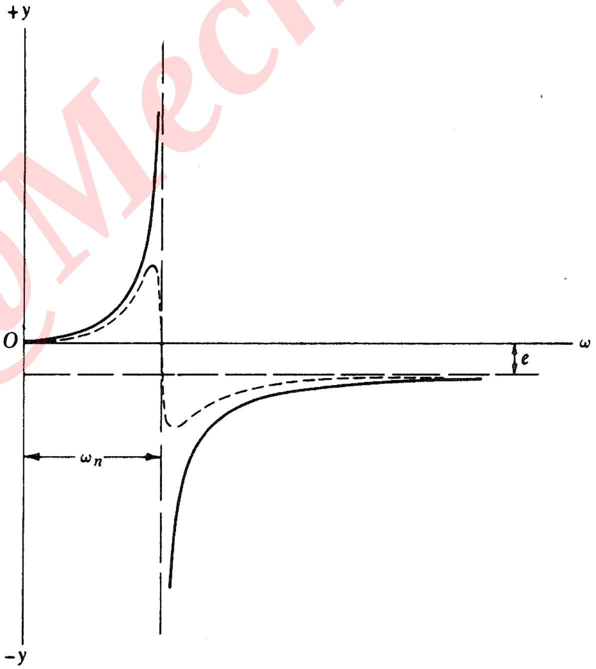
که از آن

$$y = \frac{e\omega^2}{(k/M) - \omega^2} \tag{۲-۲۲}$$

منحنی خط پر نشان داده شده در شکل ۲۲-۲، براساس رابطه (۲۲-۲) رسم شده است. با توجه به رابطه ملاحظه می‌کنیم وقتی ω صفر می‌باشد y صفر بوده و وقتی $\omega^2 = k/M$ می‌باشد مخرج کسر صفر شده و در نتیجه y بی‌نهایت می‌گردد. این مقدار ω به سرعت بحرانی ω_n معروف بوده و از این رو

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}} \tag{۳-۲۲}$$

که در آن M جرم دیسک می‌باشد. همچنین ملاحظه می‌کنیم برای مقادیر $\omega > \omega_n$ مخرج کسر رابطهٔ



شکل ۲۲-۲

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

(۲۲-۲) منفی‌شده و y مطابق آنچه که در شاخه سمت راست منحنی خط پر نشان داده‌شده، منفی می‌باشد. مضافاً از رابطه (۲۲-۲) ملاحظه می‌کنیم که وقتی ω خیلی بزرگ می‌شود، y به $e-$ نزدیک می‌شود.

در این تجزیه و تحلیل از اثر مستهلک کننده مقاومت هوای مؤثر بر روی شفت دیسک صرفنظر کرده‌ایم. به دلیل وجود این استهلاک، انحراف شفت در سرعت بحرانی بی‌نهایت نگردیده و در شکل ۲۲-۲ انحراف واقعی شفت نسبت به ω با خط چین رسم شده است. اثر استهلاک سرعت بحرانی را تغییر می‌دهد ولی نه به مقدار قابل توجه.

با توجه به شکل ۲۲-۲، اگر ω کوچکتر از ω_n باشد y مثبت بوده و تغییر شکل شفت مطابق شکل ۲۲-۱ ب خواهد بود. اگر ω ثابت باشد y ثابت بوده و خط محور شفت در یک وضعیت خمیده ثابت مانده و با گردش حول محور AB یک سطح دوار را می‌سازد. با توجه به شکل ۲۲-۲، همچنین ملاحظه می‌کنیم که اگر ω بزرگتر از ω_n باشد y منفی بوده و شفت در جهت خلاف خمیدگی پیدا می‌کند. برای موقعی که y منفی می‌باشد ترکیب مطابق شکل ۲۲-۱ ج می‌باشد. با توجه به ملاحظات معلوم است آن طرف شفت که به ازای سرعتهای زیر سرعت بحرانی محدب بوده در سرعتهای بالای سرعت بحرانی مقعر می‌گردد. با نزدیک کردن یک قطعه گچ، لبه دیسک طرف سنگین علامت خواهد خورد. در سرعتهای بالای سرعت بحرانی یک قطعه گچ با رنگ دیگر طرف سبک را علامت خواهد زد. با توجه به رابطه (۲۲-۲) قبلاً دیدیم که برای مقادیر بزرگ ω مقدار y به $e-$ میل می‌کند. بنابراین با توجه به شکل ۲۲-۱ ج، ملاحظه می‌شود که مرکز جرم دیسک به محور دوران AB نزدیک می‌شود. این مطلب بیانی برای نرم کار کردن روتور در سرعتهای خیلی بالاتر از سرعت بحرانی می‌باشد.

ملاحظه کردیم که در سرعت بحرانی شفت در جهت مخالف خم می‌شود. بنابراین در سرعت بحرانی شفت با فرکانسی برابر موقعی که بدون گردش، همانند یک تیر در جهت عرضی ارتعاش می‌کند، ارتعاش خواهد کرد.

با توجه به شکل ۲۲-۲، ملاحظه می‌کنیم که در سرعتهای نزدیک به سرعت بحرانی انحراف شفت زیاد بوده و از رابطه (۲۲-۱) می‌بینیم که این پدیده موجب ایجاد یک نیروی گریز از مرکز زیاد شده و بنابراین نیروی وارد بر یاتاقانها خیلی زیاد خواهد بود. چون این نیروها با نیروی گریز از مرکز تغییر امتداد می‌دهند، بدنه ماشین که یاتاقانها را نگهداری می‌کند ارتعاش خواهد کرد. به علاوه سروصدای ناشی از ارتعاش و تغییر تنشها در یاتاقانها و بدنه ماشین می‌تواند منجر به صدمات ساختمانی شود. مضافاً انحراف زیاد شفت در سرعتهای نزدیک به سرعت بحرانی، ممکن است موجب تغییر فرم دائمی شفت و یا برخورد بین روتور و محفظه گردد. دامنه ارتعاش شفت در سرعت بحرانی فقط در صورتی به حد خطرناک می‌رسد که زمان لازم برای رسیدن به آن دامنه داده شود. بنابراین، اگر ماشین در سرعت بحرانی شتاب بگیرد، مقدار دامنه می‌تواند قابل قبول باشد.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

ماشینهایی مثل سانتریفوژها و بعضی توربینهای با دور بالا که معمولاً در سرعتی خیلی بالاتر از سرعت بحرانی کار می‌کنند، برای رسیدن به دور کاری خود خیلی سریع از سرعت بحرانی عبور می‌کنند.

در رابطه (۲۲-۳) $k = F/y = Mg/y_{st}$ و بنابراین

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{y_{st}}} \qquad (۲۲\text{-}۴)$$

رابطه (۲۲-۴) یک رابطه کلی بوده و برای هر شفت با جرم قابل صرفنظر که دارای دیسکی واحد در هر نقطه از طول شفت باشد قابل استفاده است. y_{st} انحراف استاتیکی شفت در محل دیسک برای موقعی که شفت به حالت افقی قرار داده شده و نیروی جاذبه Mg به دیسک وارد شده، می‌باشد.

یک شفت سوار شده در یاتاقانهای بالبرینگی را می‌توان یک تیر ساده فرض نمود. اگر شفت در یاتاقانهای ساده سوار شده باشد، می‌توان آن را تیری با تکیه‌گاههای گیردار یا ثابت فرض نمود.

برای دیسکی به جرم M که در وسط یاتاقانهای یک شفت با جرم قابل صرفنظر قرار داشته و فاصله آن از یاتاقان سمت چپ برابر a و از یاتاقان سمت راست برابر b بوده و ضمناً یاتاقانها از نوع بالبرینگ می‌باشند

$$y_{st} = \frac{Mga^۲b^۲}{۳EIL}$$

و از رابطهٔ (۲۲-۴)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{۳EIL}{Ma^۲b^۲}} \qquad (۲۲\text{-}۵)$$

که در آن ω_n = سرعت بحرانی بر حسب rad/s

E = مدول ارتجاعی شفت برحسب pa

I = ممان اینرسی مقطع شفت = $\pi d^۴/۶۴$ که در آن d = قطر شفت برحسب m

g = شتاب ثقل $۹٫۸۰۶\ \text{m/s}^۲$

M = جرم دیسک برحسب kg

L = فاصلهٔ بین یاتاقانها برحسب m

برای یاتاقان ساده با شرایط فوق

$$y_{st} = \frac{Mga^۳b^۳}{۳EIL^۳}$$

https://t.me/MechSource

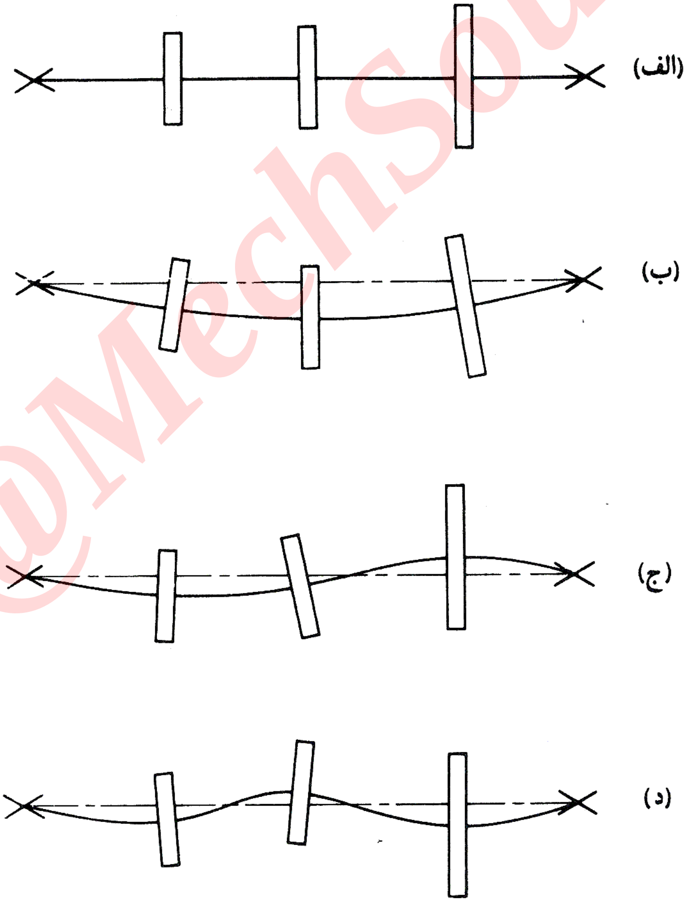
https://t.me/MechSource

و

$$\omega_n = \sqrt{\frac{3EIL^3}{Ma^3b^3}} \qquad (۲۲-۶)$$

۲۲ـ۳ شفت با تعدادی دیسک

شفت نشان داده شده در شکل ۲۲ـ۳ الف، که دارای سه دیسک می‌باشد، نمونه‌ای از یک شفت با تعدادی دیسک است. به دلیل آنکه جاذبه تأثیری در سرعت بحرانی ندارد شفت می‌تواند افقی و یا قائم در نظر گرفته شود. شفت می‌تواند به طور عرضی به هر یک از سه فرم نشان داده شده در شکل ۲۲ـ۳ ب تا ۲۲ـ۳ د، ارتعاش کرده و برای هر فرم فرکانس متفاوت است. چون با رفتن از فرم «ب» به



شکل ۲۲ـ۳

@MechSource

https://t.me/MechSource

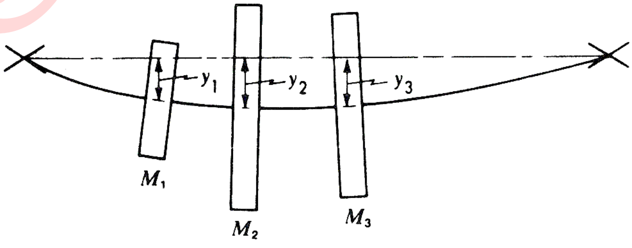
https://t.me/MechSource

«ج» و به «د» سختی شفت اضافه می‌شود، فرکانس طبیعی ازدیاد پیدا خواهد کرد. از آنجا که سرعت بحرانی به فرکانس طبیعی ارتعاشات عرضی بستگی دارد، منحنیهای انحراف در شکل نیز ترکیب شفت در سرعت بحرانی آن را نشان می‌دهد. با زیاد شدن تعداد دیسکها تعداد فرمهای ارتعاش و تعداد سرعت سرعتهای بحرانی ازدیاد پیدا خواهد کرد. چون سرعت کاری ماشین کمتر از سرعتهای بحرانی بالاتر می‌باشد، معمولاً پایینترین سرعت بحرانی مهم می‌باشد. بنابراین فقط اولین درجه یا سرعت بحرانی پایه در نظر گرفته خواهد شد.

فرکانس طبیعی پایه ارتعاش عرضی یک شفت با تعدادی دیسک می‌تواند با استفاده از روش رایلی [1] تعیین گردد. این روش مبتنی به جابه‌جایی پیوسته بین انرژی جنبشی و تغییر فرم مجموعه است. مضافاً روش این فرض را که منحنی انحراف دینامیکی شفت مشابه شکل منحنی انحراف استاتیکی می‌باشد را، مورد استفاده قرار می‌دهد.

شفت نشان داده شده در شکل ۲۲ـ۴، که از جرم آن صرفنظر شده و حامل هر تعداد جرم متمرکز می‌باشد را در نظر می‌گیریم. برای آنکه روش رایلی نشان داده شود، سه جرم $M_۱$، $M_۲$، $M_۳$ را بر روی شفت اختیار می‌کنیم. خط پر نشان داده شده در شکل محور شفت را در وضعیت بیشترین انحراف شفت که با فرکانس ω_n بر حسب رادیان در ثانیه در جهت عرضی ارتعاش می‌کند نشان می‌دهد. انحرافهای دینامیکی $y_۱$، $y_۲$، $y_۳$ را می‌توان فرض کرد برابر انحرافهای استاتیکی ایجاد شده به وسیله نیروهای جاذبه $M_۱g$، $M_۲g$ و $M_۳g$ می‌باشند.

به دلیل آنکه بنا به خاصیت الاستیکی، نیروهای مؤثر برگشتی توسط شفت متناسب با تغییر مکانها می‌باشد، تغییر مکانهای شفت مرتعش با حرکت هارمونیک ساده صورت می‌گیرد. در قسمت حرکت هارمونیک ساده از فصل دوم ملاحظه کردیم برای یک نقطه مادی که دارای حرکت هارمونیک ساده با فرکانس ω می‌باشد ماکزیمم سرعت برابر $V = y\omega$ که در آن y ماکزیمم تغییر مکان بوده می‌باشد. سرعت ماکزیمم در موقعی اتفاق می‌افتد که $y = ۰$. بنابراین در شکل ۲۲ـ۴، شفت



شکل ۲۲ـ۴

1. Rayleigh's method

https://t.me/MechSource
@MechSource

https://t.me/MechSource

مرتعش موقعی ماکزیمم سرعت و ماکزیمم انرژی جنبشی را دارد که به وضعیت صاف می‌رسد. پس انرژی جنبشی (KE) برای مجموعه برابر است با

$$KE = \sum \frac{1}{2} MV^2$$

و چون $V = y\omega_n$

$$KE = \frac{\omega_n^2}{2}(M_1 y_1^2 + M_2 y_2^2 + M_3 y_3^2) \qquad (۲۲\text{-}۷)$$

موقعی که شفت مرتعش به وضعیت بیشترین انحراف خود می‌رسد، تمام انرژی جنبشی آن از دست رفته و به صورت انرژی تغییر شکل در شفت ذخیره می‌شود. اگر به شفت اجازه داده شود تحت تأثیر نیروهای استاتیکی M_1g، M_2g و M_3g انحراف پیدا کنند، انرژی تغییر فرم را می‌توان با در نظر گرفتن کار انجام شده در شفت تعیین کرد. مقدار متوسط هر نیرو موقعی که در فاصله y حرکت می‌کند برابر $Mg/2$ می‌باشد. کار انجام شده توسط هر نیرو برابر حاصلضرب مقدار متوسط آن در فاصله حرکت و برابر $Mgy/2$ می‌باشد. بنابراین انرژی تغییر فرم یا انرژی پتانسیل (PE) شفت برابر مجموع کار انجام شده توسط نیروها بوده که عبارت است از

$$PE = \frac{g}{2}(M_1 y_1 + M_2 y_2 + M_3 y_3) \qquad (۲۲\text{-}۸)$$

با مساوی قرار دادن سمت راست روابط (۲۲-۷) و (۲۲-۸) عبارت زیر را برای فرکانس طبیعی ارتعاش عرضی و سرعت بحرانی پیدا می‌کنیم

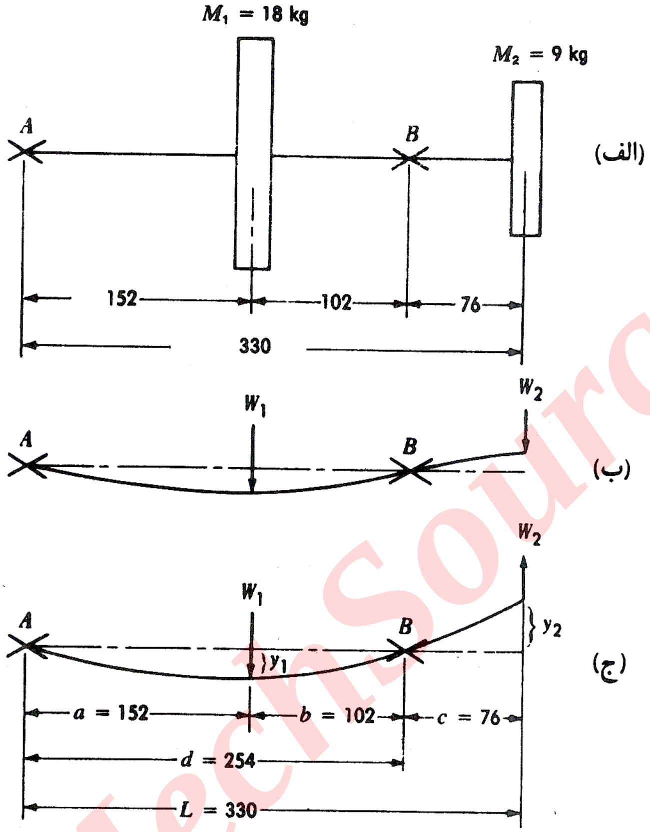
$$\omega_n = \sqrt{\frac{g \sum My}{\sum My^2}} \qquad (۲۲\text{-}۹)$$

اگر مقطع شفت در تمام طول یکسان باشد، تغییر فرم استاتیکی رابطه (۲۲-۹) را با استفاده از روابط تغییر مکانهای داده شده در کتابهای مهندسی مرجع و استفاده از اصل جمع آثار خیلی آسان می‌توان محاسبه کرد. براساس اصل جمع آثار انحراف یا خیز نقطه‌ای واقع در امتداد شفت برابر مجموع تغییر مکانهای آن نقطه که با در نظر گرفتن تأثیر نیروی جاذبه هر جرم بر روی خود آن جرم محاسبه می‌شود می‌باشد. مثال زیر، چگونگی روش را نشان می‌دهد.

مثال ۲۲-۱ شفت نشان داده شده در شکل ۲۲-۵ الف، متکی بر تکیه‌گاههای ساده A و B که می‌توان در مقایسه با جرمهای متمرکز M_1 و M_2 از جرم آن صرفنظر کرد را در نظر می‌گیریم. شفت از فولاد ساخته شده و دارای قطر ۱۹ میلیمتر می‌باشد. می‌خواهیم با استفاده از روش رایلی، سرعت بحرانی را برحسب دور در دقیقه تعیین کنیم. W_1 و W_2 نیروهای جاذبه وارد بر جرمها می‌باشند. منحنی

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۲ـ۵

انحراف استاتیکی در شکل ۲۲ـ۵ ب نشان داده شده، ولی اگر منحنی انحراف استاتیکی نشان داده شده در شکل ۲۲ـ۵ ج که در آن فرض شده W_2 به طرف بالا تأثیر می‌نماید، در نظر گرفته شود، می‌توان منحنی انحراف دینامیکی با تقریب بهتری را به دست آورد. بنابراین با استفاده از روابط داده شده در کتابهای مهندسی مرجع جهت تعیین خیز و شیب انحرافهای y_1 و y_2 را از شکل ۲۲ـ۵ ج به‌دست می‌آوریم.

برای بار W_1 که به تنهائی به شفت وارد می‌شود

$$y_1 = \frac{W_1 ba}{6dEI}(d^2 - b^2 - a^2) = \frac{18\ (9/806)(0/102)(0/152)}{6(0/254)EI}(0/254^2 - 0/102^2 - 0/152^2)$$

$$= \frac{0/0557}{EI} \downarrow$$

اگر θ_B شیب منحنی انحراف در نقطه B باشد، آنگاه

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$y_۲ = c\sin\theta_B \simeq c\theta_B = \frac{cW_۱ab\,(d+a)}{۶dEI}$$

$$= \frac{۰٫۰۷۶\,(۱۸)\,(۹٫۸۰۶)\,(۰٫۱۵۲)\,(۰٫۱۰۲)\,(۰٫۴۰۶)}{۶\,(۰٫۲۵۴)EI} = \frac{۰٫۰۵۵۴}{EI}\uparrow$$

برای بار $W_۲$ که به تنهائی به شفت وارد می‌شود

$$y_۱ = \frac{W_۲ca}{۶dEI}(a^۲ - d^۲) = \frac{۹\,(۹٫۸۰۶)\,(۰٫۰۷۶)\,(۰٫۱۵۲)}{۶\,(۰٫۲۵۴)\,EI}(۰٫۱۵۲^۲ - ۰٫۲۵۴^۲) = \frac{۰٫۰۲۷۷}{EI}\downarrow$$

$$y_۲ = \frac{W_۲c^۲L}{۳EI} = \frac{۹\,(۹٫۸۰۶)\,(۰٫۰۷۶^۲)\,(۰٫۳۳)}{۳\,EI} = \frac{۰٫۰۵۶۱}{EI}\uparrow$$

با استفاده از اصل جمع آثار انحراف کل برابر است با

$$y_۱ = \frac{۰٫۰۵۵۷}{EI} + \frac{۰٫۰۲۷۷}{EI} = \frac{۰٫۰۸۳۴}{EI}\downarrow$$

$$y_۲ = \frac{۰٫۰۵۵۴}{EI} + \frac{۰٫۰۵۶۱}{EI} = \frac{۰٫۱۱۱۵}{EI}\uparrow$$

$$y_۱^۲ = \frac{۰٫۰۰۶۹۶}{(EI)^۲} \qquad y_۲^۲ = \frac{۰٫۰۱۲۴}{(EI)^۲}$$

حال از رابطه (۲۲-۹)

$$\omega^۲ = \frac{g\Sigma My}{\Sigma My^۲} = \frac{۹٫۸۰۶\,EI\,[(۱۸\times ۰٫۰۸۳۴) + (۹\times ۰٫۱۱۱۵)]}{(۱۸\times ۰٫۰۰۶۹۶) + (۹\times ۰٫۰۱۲۴)} = ۱۰۳٫۷EI$$

و

$$\omega = ۱۰٫۱۸\sqrt{EI}\ \text{rad/s} = \frac{۶۰}{۲\pi}\,۱۰٫۱۸\sqrt{EI}\ \text{r/min}$$

برای فولاد $E = ۲۰۷\times ۱۰^۹\ \text{Pa}$

$$I = \frac{\pi d^۴}{۶۴} = \frac{\pi\,(۰٫۰۱۹)^۴}{۶۴} = ۶٫۳\times ۱۰^{-۹}\ \text{m}^۴$$

$$\omega = \frac{۶۰}{۲\pi}\,۱۰٫۱۸\sqrt{(۲۰۷\times ۱۰^۹)\,(۶٫۳\times ۱۰^{-۹})} = ۳۵۰۹\ \text{r/min}$$

۲۲-۴ سرعت بحرانی یک شفت یکنواخت

سرعت بحرانی یک شفت که جرم گسترده یکنواختی را حمل می‌کند و یا شفتی که جرمی غیر از

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

جرم خودش حمل نمی‌کند، با در نظر گرفتن شفتی که متشکل از قسمتهای کوتاه با جرم معلوم بوده محاسبه می‌گردد. سرعت بحرانی شفتی بدون جرم که حامل این جرمهای مجزا می‌باشد، می‌تواند با استفاده از رابطه (۲۲ـ۹) تعیین گردد. با این روش سرعت بحرانی شفتی با قطر یکنواخت که در دو انتها دارای یاتاقانهای بالبرینگی بوده و هیچ جرم متمرکزی را تحمل نمی‌کند، برابر است با

$$\omega_n = ۹٫۸۷\sqrt{\frac{EI}{ML^۳}} \qquad (۱۰\text{-}۲۲)$$

که در آن M جرم کلی شفت به حسب کیلوگرم بوده و سایر کمیتها در زیر رابطه (۲۲ـ۵) تعریف گردیده‌اند.

سرعت به دست آمده از رابطه (۲۲ـ۱۰) پایینترین سرعت بحرانی می‌باشد. سرعتهای بحرانی دیگر در ۴، ۹، ۱۶، ۲۵... برابر پایینترین سرعت بحرانی پدید می‌آیند.

یک شفت یکنواخت که در دو انتها توسط یاتاقانهای ساده[1] نگهداری می‌گردد، مطابق یک تیر با تکیه گاههای ثابت (گیردار) خم شده و برای پایینترین سرعت بحرانی داریم

$$\omega_n = ۲۲٫۲\sqrt{\frac{EI}{ML^۳}} \qquad (۱۱\text{-}۲۲)$$

و سایر سرعتهای بحرانی در $(\frac{۵}{۳})^۲$، $(\frac{۷}{۳})^۲$، $(\frac{۹}{۳})^۲$، $(\frac{۱۱}{۳})^۲$ و... برابر پایینترین سرعت بحرانی پدید می‌آیند.

۲۲ـ۵ معادله دانکرلی[2]

موقعی که قرار است سرعت بحرانی شفتی که حامل هر تعداد دیسک با جرمهای $M_۱$، $M_۲$، $M_۳$ و غیره به انضمام جرم خود شفت تعیین گردد، می‌توان با استفاده از رابطه دانکرلی که در زیر آمده، یک نتیجه تقریبی به دست آورد.

$$\frac{۱}{\omega_n^۲} = \frac{۱}{\omega_s^۲} + \frac{۱}{\omega_۱^۲} + \frac{۱}{\omega_۲^۲} + \frac{۱}{\omega_۳^۲} + \cdots \qquad (۱۲\text{-}۲۲)$$

که در آن

ω_n = سرعت بحرانی شفت به حسب rad/s.

ω_s = سرعت بحرانی شفت تنها، یعنی برای موقعی که تمام دیسکها حذف شده باشند.

$\omega_۱$ = سرعت بحرانی شفت بدون جرم که فقط حامل دیسک $M_۱$ باشد.

$\omega_۲$ = سرعت بحرانی شفت بدون جرم که فقط حامل دیسک $M_۲$ باشد.

---

1. rigid journal bearings

2. Dunkerley's equation

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۲۲ـ۶ شفتهای با قطر متغیر

از رابطه (۲۲ـ۹) می‌توان برای تعیین سرعت بحرانی هر شفت روتوری که انحراف استاتیکی آن معلوم باشد، استفاده کرد. اگر تعداد بارها زیاد بوده و مخصوصاً اگر شفت در امتداد طول خود دارای قطرهای متفاوت باشد، محاسبات تحلیلی این انحرافها خیلی مشکل می‌گردد. بنابراین استفاده از ترکیبی از عملیات عددی و ترسیمی جهت تعیین انحرافها می‌تواند روش مناسبی باشد.

به طوری که در کتابهای درسی مقاومت مصالح آمده، معادله دیفرانسیل ابتدائی که می‌بایست برای تعیین انحراف یا خیز استاتیکی مورد استفاده قرار گیرد، عبارت است از

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \tag{۲۲ـ۱۳}$$

که در آن

y = انحراف در نقطه‌ای به فاصله x از یک انتهای شفت به حسب متر می‌باشد.

M = گشتاور خمشی در فاصله x به حسب نیوتون متر می‌باشد.

E = مدول ارتجاعی ماده به حسب پاسگال می‌باشد.

I = ممان انرسی سطح مقطع شفت در فاصله x به حسب توان چهارم متر می‌باشد.

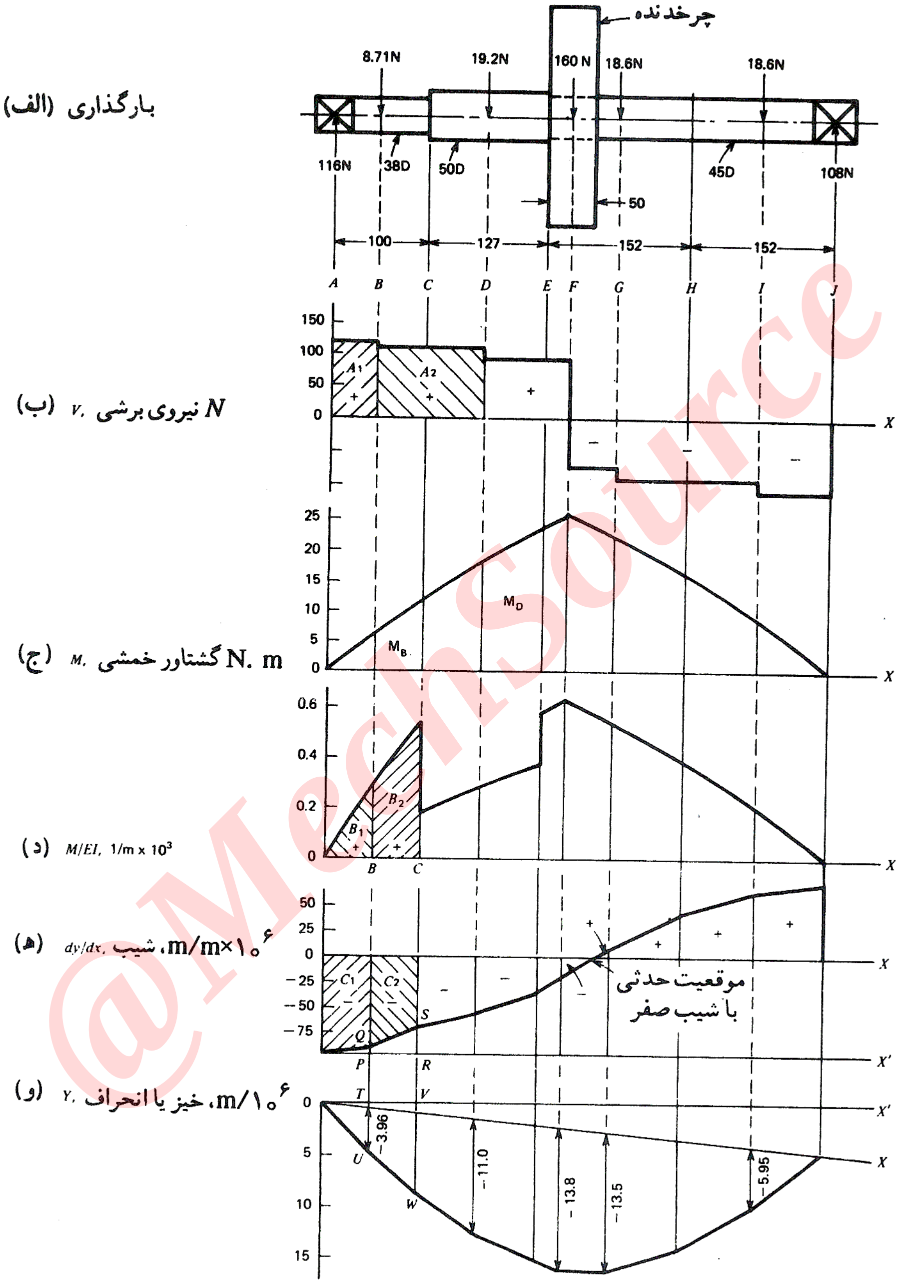
با اولین انتگرال‌گیری از رابطه (۲۲ـ۱۳) شیب منحنی الاستیک شفت به دست آمده و با دومین انتگرال‌گیری انحراف و یا خیز منحنی به دست می‌آید. اگر با معادله بار شروع کنیم، اولین انتگرال‌گیری نیروی برشی، دومین انتگرال‌گیری گشتاور خمشی، سومین انتگرال‌گیری شیب منحنی الاستیک شفت و بالاخره چهارمین انتگرال‌گیری انحراف یا خیز منحنی شفت را تعیین می‌کند. بنابراین با شروع از معادله بار چهار بار انتگرال‌گیری پی در پی لازم است تا بتوان انحراف شفت را تعیین کرد. بهتر است روش با یک مثال نشان داده شود.

مثال ۲۲ـ۲ شفت نشان داده شده در شکل ۲۲ـ۶ الف، که از جنس فولاد بوده و در دو انتها مطابق شکل بر روی یاتاقانها تکیه دارد را در نظر می‌گیریم. شفت حامل چرخدنده‌ای به جرم ۳ر۱۶ کیلوگرم می‌باشد. می‌خواهیم منحنی انحراف استاتیکی آن را تعیین کنیم. طول شفت به تعدادی قسمتهای کوچک تقسیم شده و برای آنکه عمل انتگرالگیری سطح زیر منحنیهای مختلف آسانتر گردد، آنها را با هر مقیاس مناسب در امتداد x و هر مقیاس مناسب در امتداد y رسم می‌نمائیم.

در شکل ۲۲ـ۶ الف، بارها نشان داده شده‌اند. بار در نقطه B نیروی جاذبه وارد بر شفت در فاصله A تا C بوده و بار در نقطه D، نیروی جاذبه وارد بر شفت در فاصله C تا E بوده و غیره. با استفاده از قوانین استاتیک، عکس‌العملها تعیین و مطابق آنچه نشان داده شده می‌باشند. دیاگرام نیروی برشی

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۲ـ۶

تعیین و مطابق شکل ۲۲ـ۶ ب می‌باشد. پس از آن دیاگرام گشتاور خمشی تعیین می‌گردد. از آنجا که گشتاور خمشی برابر انتگرال نیروی برشی می‌باشد، پس M_B برابر سطح A_1 که برابر حاصلضرب

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۱۱۶N در طول AB که ۰٫۵m است می‌باشد. سطح A_2 که برابر حاصلضرب ۱۰۷٫۳N در طول BD که ۰٫۱۱۳۵m می‌باشد هست. M_D برابر مجموع سطوح A_1 و A_2 می‌باشد. توجه داشته باشید، در تمام مراحل سطوح بالای محور، x مثبت منظور شده و سطوح زیر محور x منفی می‌باشد.

ممان اینرسی سطح مقطع برای هر قطر شفت، نشان داده شده در شکل ۲۲-۶ الف بعداً محاسبه شده است. پس مختصات برای دیاگرام M/EI از تقسیم مختصات دیاگرام گشتاور خمشی به E، که برای فولاد برابر 207×10^9 بوده، و مقدار I برای مقاطع مربوطه محاسبه خواهد شد. توجه داشته باشید که در مقطع C شفت دارای دو مقدار برای I می‌باشد. برای تعیین دو مقدار M/EI در این مقطع می‌توان مقدار گشتاور در C را با رعایت مقیاس دیاگرام گشتاور خمشی، به هریک از دو مقدار EI تقسیم کرد. به همین ترتیب، چون قطر شفت در E نیز تغییر می‌کند، بنابراین برای این مقطع در دیاگرام M/EI یک پله پیدا خواهد شد.

سپس دیاگرام شیب نشان داده شده در شکل ۲۲-۶ هـ، با جدا کردن مختصات نسبت به محوری مثل x' ترسیم گردیده است. از آنجا که شیب انتگرال M/EI می‌باشد پس مختصه PQ برابر سطح B_1 می‌باشد. این مقدار از تقسیم M_B/EI_B بر ۲ و ضرب در طول AB که برابر ۰٫۵m می‌باشد به دست می‌آید. چون سطح B_1 مثبت می‌باشد، PQ نسبت به محور x' به طرف بالا جدا می‌شود. به همین ترتیب کار آن قدر ادامه پیدا کرده تا دیاگرام کامل شیب رسم شده است. اگر شیب در انتهای چپ صفر باشد، فاصله هر نقطه از این منحنی تا محور x' مقدار واقعی شیب منحنی انحراف را برای آن نقطه مربوطه تعیین می‌کند. می‌دانیم نقطه با شیب صفر جائی بین دو یاتاقان می‌باشد. موقعیت نقطه با شیب صفر را (فاصله x) حدث زده و مطابق شکل ۲۲-۶ هـ، محور x را طوری رسم می‌کنیم که دیاگرام شیب را در نقطه فوق قطع کند. حال سطوح زیر محور x را منفی و سطوح بالای محور x را مثبت منظور می‌نمائیم.

دیاگرام انحراف نشان‌داده‌شده در شکل ۲۲-۶ و، با جداکردن مختصات قائم نسبت به‌محوری مثل x' رسم شده است. چون انحراف یا خیز انتگرال شیب می‌باشد مختصه قائم TU برابر مساحت C_1 و چون C_1 یک سطح منفی می‌باشد TU منفی بوده و بنابراین نسبت به محور x' به طرف پایین رسم می‌شود. مختصه قائم VW برابر مجموع سطوح C_1 و C_2 می‌باشد. عملیات را به همین ترتیب ادامه داده و مختصات قائم‌را نسبت به‌محور x' جدا کرده‌تا منحنی کامل ترسیم شود. در تکیه گاهها انحراف صفر بوده،بنابراین از این نقاط واقع‌بر روی منحنی انحراف مطابق شکل‌محور x را رسم می‌کنیم. حال فاصله هر نقطه از منحنی انحراف تا محور x، انحراف واقعی آن نقطه را نشان می‌دهد. لازم به تذکر است که حدث بهتر نقطه با شیب صفر در منحنی شکل ۲۲-۶ هـ، محور x و x' در شکل ۲۲-۶ و، را به هم نزدیکتر و در نهایت با حدث صحیح آن دو بر یکدیگر منطبق می‌شوند. به هر حال، صرفنظر از آنکه حدث چقدر خوب بوده، مختصات قائم منحنی انحراف تا محور x دارای جواب مشابه خواهد بود.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۲۲ـ۷ عوامل مؤثر در سرعتهای بحرانی

تعدادی عوامل وجود دارند که می‌توانند مقدار سرعت بحرانی به دست آمده از روابط قسمت قبل راتغییر دهند. یکی از این عوامل، انعطاف‌پذیری یاتاقانها می‌باشد. در تعیین منحنی انحراف معمولاً فرض بر این است که یاتاقانها صلب بوده و تغییر شکل نمی‌دهند. واقعیت این است که به دلیل تأثیر بارها بر روی آنها، تمام یاتاقانها مقداری تغییر شکل پیدا می‌کنند. این تغییر شکل انحراف یک شفت در حال گردش راترقی داده وسرعت بحرانی را پائینتر می‌آورد. مضافاً بعضی از یاتاقانها در جهت خاصی بیشتر از جهات دیگر تغییر شکل پیدا می‌کند. برای مثال، یاتاقانهای کف گرد در امتداد افق بیشتر از امتداد قائم قابل انعطاف بوده وهمین مطلب سبب می‌شود که برای یک شفت دو سرعت بحرانی داشته باشیم. طول یاتاقان نیز بر روی سرعت بحرانی تأثیر دارد. کلاً هر چه طول یاتاقان بلندتر باشد، بیشتر از انحراف شفت جلوگیری می‌کند. این امر موجب سفت شدن کل سیستم و بالارفتن مقدار سرعت بحرانی می‌گردد.

اگر بر روی شفت، دیسکهای بسیار سنگینی قرار داشته و مخصوصاً اگر قطر آنها بزرگ باشد، ممان اینرسی قطبی آنها زیاد بوده و تأثیر ژیروسکوپی قابل توجهی را ایجادکرده که در مقابل تغییر در امتداد محور آنها مقاومت می‌کند. وقتی شفت شروع به گیج خوردن وانحراف می‌کند، دیسک در مقابل انحراف محور آن مقاومت می‌کند. این اعمال موجب سفتی سیستم و بالا رفتن سرعت بحرانی می‌گردد. این تأثیر برای دیسکهای نزدیکتر به یاتاقانها، یعنی جائی که شیب شفت بزرگتر است بیشتر است.

در مهندسی با روتورهائی مواجه می‌باشیم که در شرائط کاری متفاوت کار می‌کنند. برای مثال، چرخهای آسیا، بادبزنها و کمپرسورها که در هوا کار می‌کنند و روتور توربینها که در گاز، بخار و یا روغن کار می‌کنند و پمپهای سانتریفوژ که در آب و روغن کار می‌کنند. شرایط کاری یک مقاومت اصطکاک موسوم به استهلاک ایجاد می‌کند که بر روی مقدار سرعت بحرانی تأثیر ناچیز داشته و در عمل وقتی سرعت بحرانی را محاسبه می‌کنند از آن صرفنظر می‌کنند. ولی به هر حال، این استهلاک انحراف دینامیکی شفت راکاهش داده و اگر چه این اثر برای روتوری که در هوا یاگازهای دیگرکار می‌کند ناچیز است، ولی برای آنکه در آب و یا روغن کار می‌کند برعکس زیاد است.

یک انطباق محکم یا با لقی کم برای محل نشیمن چرخدنده یا پولی‌ها، مخصوصاً اگر طول این نشیمنگاه بلند باشد، سفتی شفت را زیاد کرده و در نتیجه سرعت بحرانی را بالا خواهد برد.

به هرحال، تجربه نشان داده اگر سرعت کاری یک شفت، حداقل بیست درصد با سرعت بحرانی اختلاف داشته باشد، هیچ شکل ارتعاشی وجود نخواهد داشت.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

۲۲ـ۸ ارتعاشات پیچشی

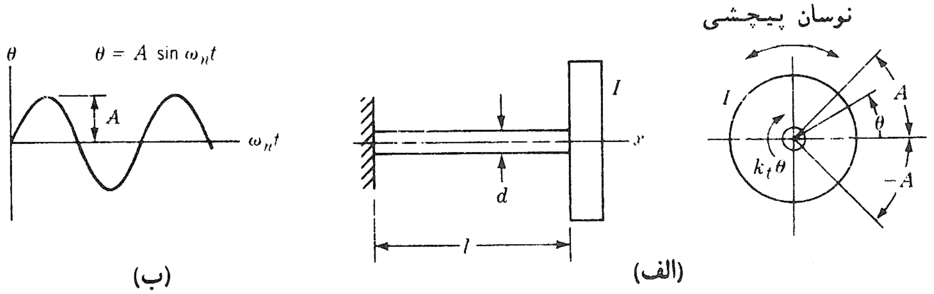
در قسمت قبل انحراف عرضی یک شفت گردان راتحت تأثیر نیروهای گریز از مرکز مؤثر بریک یا چند جرم واقع در امتداد طول شفت مطالعه کردیم. در این قسمت نشان داده شد، اگر فرکانس این نیروهاو فرکانس طبیعی ارتعاش عرضی شفت بر هم منطبق شوند حالت رزنانس ایجاد شده و انحرافها خیلی زیاد می‌گردند. این مطلب موجب تنشهای خمش زیاد و ارتعاش مزاحم در شفت می‌گردد. موقعی که یک شفت تورکی را انتقال می‌دهد تحت تأثیر پیچش و انحرافهای پیچشی بوده و اگر تغییرات نوبه‌ای در تورک انتقالی موجود باشد، شفت نوسان کرده یعنی پیچش و باز پیچش می‌کند. اگر تغییرات تورک انتقالی دارای فرکانسی برابر فرکانس طبیعی ارتعاش پیچش شفت باشد رزنانس ایجاد شده که تحت تأثیر آن شفت با دامنه آن قدر بالا ارتعاش پیچش کرده که موجب صدمه زدن به شفت می‌گردد. ارتعاش پیچشی ممکن است تنها یا همزمان با ارتعاش عرضی شفت حادث گردد.

ساده‌ترین ارتعاش پیچش در شکل ۲۲ـ۷ الف نشان داده شده است. در این حالت یک دیسک با ممان اینرسی I حول محور x با پیچش و باز پیچش شفت که در یک انتها ثابت است، حول همین محور نوسان می‌کند. در این بحث فرض شده ممان اینرسی جرمی دیسک در مقایسه با ممان اینرسی جرمی شفت زیاد می‌باشد. اگر به دیسک از حالت تعادل یک تغییر مکان θ داده و آزاد گردد، تحت تأثیر تورک وارده توسط میله ارتعاش (نوسان) خواهد کرد. با استفاده از معادله حرکت $T = I\alpha$ داریم

$$-k_t\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

که در آن k_t ثابت پیچشی فنر برای شفت می‌باشد. علامت منفی به آن دلیل به کار رفته که مطابق شکل T در جهت خلاف θ می‌باشد. پس

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k_t}{I}\theta = 0 \qquad (۲۲\text{ـ}۱۴)$$



شکل ۲۲ـ۷

https://t.me/MechSource
@MechSource

https://t.me/MechSource

رابطه (۲۲ـ۱۴) یک معادله دیفرانسیل همگن بوده که حل عمومی آن عبارت است از

$$\theta = C_۱ \cos\sqrt{\frac{k_t}{I}}\ t + C_۲ \sin\sqrt{\frac{k_t}{I}}\ t$$

که در آن $C_۱$ و $C_۲$ مقادیر ثابت بوده و بستگی به شرایط مرزی دارد. اگر فرض کنیم شرایط مرزی $\theta = ۰$ برای موقعی که $t = ۰$ و $\theta = A$، وقتی که $t = \frac{\pi}{۲}\left(\sqrt{\frac{k_t}{I}}\right)$، آنگاه ،

$$C_۱ = ۰ \quad \text{و} \quad C_۲ = A$$

و حل عبارت است از

$$\theta = A \sin\sqrt{\frac{k_t}{I}}\ t \qquad (۲۲\text{ـ}۱۵)$$

معادله(۲۲ـ۱۵)معادله حرکت هارمونیک ساده نشان‌داده‌شده در شکل ۲۲ـ۷ب می‌باشد که‌در آن

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{I}} \qquad (۲۲\text{ـ}۱۶)$$

ω_n به حسب رادیان در ثانیه فرکانس دایره‌ای است که شفت با آن پیچش و باز پیچش می‌کند. k_t ثابت پیچشی فنر برای شفت بوده که از تقسیم تورک وارد بر انتهای شفت به زاویه پیچشی مقطع تحت تأثیر کوپل نسبت به مقطع دیگری که به فاصله l از آن قرارگرفته، به دست می‌آید. بنابراین $k_t = T/\theta$. واحد k_t نیوتون متر بر رادیان می‌باشد. کتابهای مقاومت مصالح نشان می‌دهد که $\theta = Tl/JG$ و بنابراین $k_t = JG/l$. J ممان اینرسی قطبی سطح مقطع شفت بوده و مقدار آن برابر $\pi d^۴/۳۲$ می‌باشد. با قرار دادن عبارتهای k_t و J در رابطه (۲۲ـ۱۶) به دست می‌آوریم

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\pi d^۴ G}{۳۲ I l}} \qquad (۲۲\text{ـ}۱۷)$$

که در آن

ω_n = فرکانس طبیعی ارتعاش پیچشی به حسب rad/s

f_n = فرکانس طبیعی به حسب سیکل بر ثانیه = $\frac{\omega_n}{۲\pi}$

d = قطر شفت به حسب متر

G = مدول ارتجاعی برشی شفت که برای فولاد = $۷۹٫۳ \times ۱۰^۹$ Pa

I = ممان جرمی دیسک حول محور طولی = $Mr^۲$ که در آن M و r به ترتیب جرم و شعاع ژیراسیون به حسب کیلوگرم و متر می‌باشند

l = طول شفت به حسب متر

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

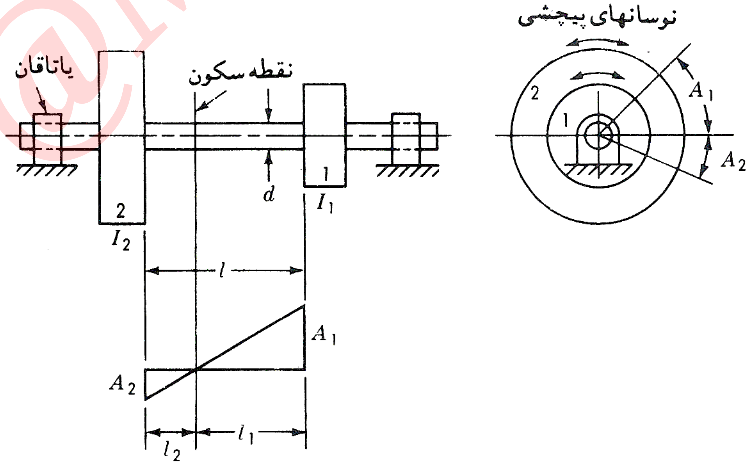
۲۲ـ۱۹ ارتعاش پیچشی شفتی با دو دیسک

در ماشینها برخورد با شفتی که برای اتصال دو جرم به کار رفته باشد، کاملاً متداول است. چنین سیستمی در شکل ۲۲ـ۸ که در آن شفت حامل دو دیسک ۱ و ۲ آزاد به گردش در یاتاقانها می‌باشد، نشان داده شده است. برای تعیین فرکانس طبیعی سیستم ابتدا فرض می‌کنیم شفت گردش نمی‌کند. می‌توان مشاهده کرد که اگر ارتعاشی وجود داشته باشد یک صفحه از مقطع شفت می‌بایست ثابت مانده و دیسکها می‌بایست در جهت خلاف نوسان کنند. یعنی وقتی دیسک ۱ درحال گردش درجهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت می‌باشد، دیسک ۲ می‌بایست در جهت گردش عقربه‌های ساعت گردش نماید. فرکانس طبیعی را می‌توان با فرض اینکه مجموعه مرکب از دو مجموعه یک جرمی نشان داده شده در شکل ۲۲ـ۷ می‌باشد تعیین کرد. با این فرض شفتها دارای دو طول $l_۱$ و $l_۲$ بوده که مطابق شکل ۲۲ـ۸، انتهای آنها در محل صفحه با گردش صفر و یا نقطه سکون قرار دارد. تجربه نشان داده که فرکانس دو جرم یکی می‌باشند. این بدان معنا است که اگر یکی از دیسکها ثابت نگاه داشته شده و دیگری نسبت به آن گردانده شود و سپس هر دو را آزاد کنیم، دیسکها نوسان کرده و در هر لحظه هر یک در جهتی خلاف جهت دیگری گردش می‌نماید. از آنجا که فرکانس هر دو دیسک با هم مساوی می‌باشد، از رابطه (۲۲ـ۱۶) و منظور نمودن $k_t = JG/l$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{JG}{l_۱ I_۱}} = \sqrt{\frac{JG}{l_۲ I_۲}} \qquad (۲۲\text{ـ}۱۸)$$

بنابراین

$$l_۱ I_۱ = l_۲ I_۲ = I_۲ (l - l_۱) \qquad (۲۲\text{ـ}۱۹)$$



شکل ۲۲ـ۸

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

که از آن

$$l_1 = \frac{I_2 l}{I_1 + I_2} \tag{۲۲-۲۰}$$

با جایگزین نمودن رابطه (۲۲-۲۰) در اولین فرم از رابطه (۲۲-۱۸) به دست می‌آوریم

$$\omega_n = \sqrt{\frac{JG}{l}\,\frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2}} = \sqrt{k_t \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2}} \tag{۲۲-۲۱}$$

که فرکانس طبیعی ارتعاش را به حسب rad/s تعیین نموده و $f_n = \omega_n / 2\pi$ فرکانس طبیعی به حسب سیکل در ثانیه می‌باشد.

رابطه (۲۲-۲۰) موقعیت نقطه سکون[1] نشان داده شده در شکل ۲۲-۸ را تعیین می‌کند. دیسکهای ۱ و ۲ به ترتیب با دامنه‌های A_1 و A_2 نوسان می‌کنند. برای وضعیتی که A_1 مثبت است، A_2 منفی بوده و جمع قدر مطلق مقادیر آنها زاویه پیچش کلی شفت را تعیین می‌کند. از رابطه (۲۲-۲۰) ملاحظه می‌گردد، که نقطه سکون به دیسک با ممان اینرسی بیشتر نزدیکتر است. اگر ممان اینرسی دیسک ۲ در مقایسه با دیسک ۱ خیلی زیاد باشد، آنگاه نقطه سکون در محل دیسک ۲ واقع بوده و سیستم تبدیل به شفتی می‌گردد که مطابق شکل ۲۲-۷ دارای یک انتهای ثابت و دیسکی در انتهای آزاد می‌باشد.

در بحث فوق، فرض شد که شفت گردش ننموده ولی دو دیسک با فرکانس داده شده در رابطه (۲۲-۲۱) نوسان می‌کنند. وقتی شفت در حال گردش باشد، هنوز می‌توان از این رابطه استفاده کرده و در حرکت گردشی شفت حرکتهای نوسانی دیسکها و شفت پیچشی با یکدیگر جمع می‌گردند. بنابراین فرکانس طبیعی پیچشی مستقل از سرعت شفت می‌باشد.

موتوری که ژنراتور را می‌چرخاند، توربینی که ژنراتور را می‌چرخاند، موتوری که پمپ سانتریفوژ را می‌چرخاند و موتور شعاعی یا ستاره‌ای هواپیمائی که ملخ را می‌گرداند، مثالهائی از یک شفت بوده که دو جرم را به یکدیگر متصل کرده است. تورک در بعضی از این ماشینها ثابت نبوده و تحت تأثیر ضربه‌هائی است که در خلال یک دور گردش اعمال می‌گردد. اگر فرکانس f این ضربه‌ها در تورک اجباری و فرکانس طبیعی f_n ارتعاش پیچشی سیستم بر هم منطبق گردند، رزنانس پدید آمده و بالا رفتن دامنه ارتعاش صدای آزار دهنده و تنشهای زیاد که موجب صدمه زدن به شفت می‌گردد ایجاد خواهد کرد.

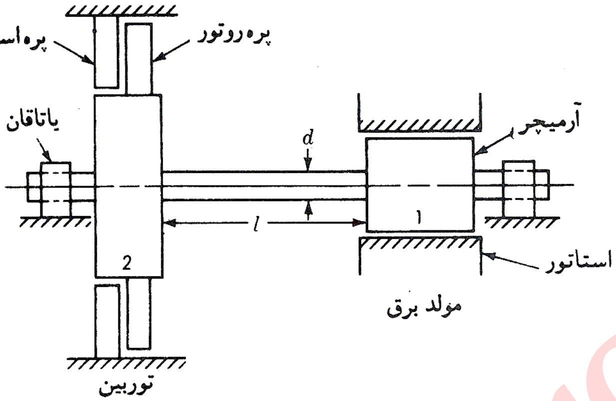
شکل ۲۲-۹ یک توربین بخار را نشان می‌دهد که ژنراتور برق را به حرکت در می‌آورد. هر وقت که یکی از پره‌های روتور از مقابل یکی از پره‌های استاتور عبور می‌کند، تغییری در تورک ایجاد شده

---

1. node

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۲-۹

که توسط نیروی سیال به وجود می‌آید. اگر N پره وجود داشته باشد، N اغتشاش یا ضربه‌های تورک اجباری در دور ایجاد خواهد شد. برای یک تعداد زیاد پره منحنی تورک نسبت به زمان برای شفت یک تورک متوسط یکنواخت با دندانه‌هائی متشکل از N موج کامل، که بر آن سوار است خواهد بود. فرکانس اجباری برحسب سیکل در دقیقه برابر است با

$$f = Nn \qquad (۲۲-۲۲)$$

که در آن N تعداد پره‌ها یا اغتشاش و n سرعت شفت به حسب دور در دقیقه است. اگر f و f_n بر یکدیگر منطبق شوند، رزنانس پدید آمده و n سرعت بحرانی پیچشی شفت یعنی n_c می‌گردد.

مثال ۲۲-۳ در شکل ۲۲-۹ دیسک ۲، دارای ۱۴ پره بوده و استاتور به همین تعداد پره دارد. جرم دیسک ۲ برابر ۹٫۴۳ kg بوده و دارای شعاع ژیراسیون ۰٫۱۶ m می‌باشد. آرمیچر دارای جرم ۴٫۷۲ kg و شعاع ژیراسیون ۰٫۰۸۴۴ m می‌باشد. قطر و طول شفت فولادی که تورک را از روتور توربین به آرمیچر منتقل می‌کند به ترتیب ۵۲ mm و ۲۵۷ mm می‌باشند. سرعت بحرانی پیچشی n_c مجموعه راکه ناشی از اغتشاش مربوط به عبور پره‌ها می‌باشد تعیین کنید.

حل:

$$k_t = \frac{JG}{l}$$

که در آن $G = ۷۹٫۳ \times ۱۰^{۹}\text{Pa}$

$$J = \frac{\pi d^۴}{۳۲} = \frac{\pi\,(۰٫۰۵۲)^۴}{۳۲} = ۰٫۷۱۷۸ \times ۱۰^{-۶}\,\text{m}^۴$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$k_t = \frac{(۰٫۷۱۷۸ \times ۱۰^{-۶})(۷۹٫۳ \times ۱۰^{۹})}{۰٫۲۵۷} = ۲۲۱٫۵ \times ۱۰^{۳}\ \text{N.m/rad}$$

$$I_۱ = M_۱ r_۱^۲ = ۴٫۷۲\ (۰٫۰۸۴۴)^۲ = ۰٫۰۳۳۶۲\ \text{kg.m}^۲$$

$$I_۲ = M_۲ r_۲^۲ = ۹٫۴۳\ (۰٫۱۶۰)^۲ = ۰٫۲۴۱۴\ \text{kg.m}^۲$$

$$f_n = \sqrt{k_t \frac{I_۱ + I_۲}{I_۱ I_۲}} = \sqrt{(۲۲۱٫۵ \times ۱۰^۳)\frac{۰٫۰۳۳۶۲ + ۰٫۲۴۱۴}{۰٫۰۳۳۶۲ \times ۰٫۲۴۱۴}}$$

$$= \sqrt{۷٫۵۰۶ \times ۱۰^۶} = ۲۷۴۰\ \text{rad/s} \quad \text{یا} \quad \frac{۲۷۴۰ \times ۶۰}{۲\pi}$$

$$= ۲۶۱۶۵\ \text{cycles/min}$$

$$\text{تعداد پره‌های استاتور} = ۱۴ \text{، تعداد اغتشاشها در دقیقه} = Nn = ۱۴n$$

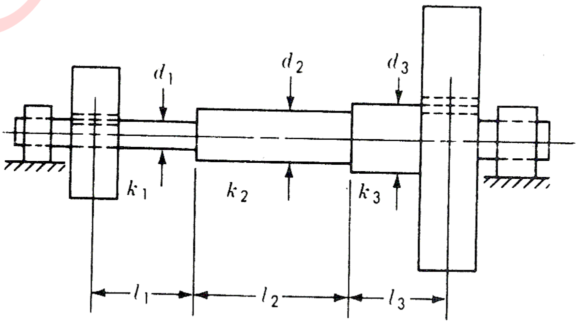
برای رزنانس

$$۱۴n = f_n = ۲۶۱۶۵\ \text{cycles/min}$$

$$n_c = n = \frac{۲۶۱۶۵}{۱۴} = ۱۸۶۹\ \text{r/min}$$

۲۲ـ۱۰ شفتهای پله‌ای

اغلب شفتهای ماشینها، مطابق روتور دودیسکی نشان داده شده در شکل ۲۲ـ۱۰ پله‌دار بوده و بدین ترتیب ضریب فنریت پیچشی در طول شفت متغیر می‌باشد. برحسب ضریبهای $k_۱$، $k_۲$، $k_۳$ ... و k_n می‌توان یک ضریب فنریت ترکیبی k_t را محاسبه کرد. مقاطع مختلف شفت مثل فنرهای سری عمل کرده و تورک لحظه‌ای در هر مقطع یکسان بوده، حال آنکه زاویه پیچشی متفاوت می‌باشد. زاویه



شکل ۲۲ـ۱۰

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

پیچشی کلی θ_t برابر مجموع زوایای پیچشی مجزا می‌باشد

$$\theta_t = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \cdots + \theta_n$$

$$\frac{T}{k_t} = \frac{T}{k_1} + \frac{T}{k_2} + \frac{T}{k_3} + \cdots + \frac{T}{k_n}$$

$$\frac{1}{k_t} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \cdots + \frac{1}{k_n}$$

$$\frac{1}{k_t} = \sum \frac{1}{k} \tag{۲۲-۲۳}$$

برای روتوری با دو دیسک و شفت یک پله‌ای، k_t از رابطه (۲۲-۲۳) محاسبه شده و مقدار آن برای محاسبه فرکانس طبیعی پیچشی ارتعاش در رابطه (۲۲-۲۱) قرار داده می‌شود.

۲۲-۱۱ مجموعه‌های چرخدنده‌ای

شکل ۲۲-۱۱ الف، یک مجموعه چرخدنده را نشان می‌دهد که نسبت تغییر دور شفت ۲ به شفت ۱ برابر n می‌باشد. وقتی مجموعه با فرکانس طبیعی پیچشی خود نوسان می‌کند، دیسکها با دامنه‌هائی که علاوه بر پیچش شفت با نسبت دندانه‌ها بستگی خواهد داشت، نسبت به یکدیگر تغییر مکان پیدا خواهند کرد. برای تعیین فرکانس طبیعی مجموعه را می‌توان به مجموعه معادل تنهای نشان داده شده در شکل ۲۲-۱۱ ب تبدیل کرد. روش به شرح زیر است:

در (الف) فرض می‌کنیم شفت ۱ با سرعت ω_1 دوران می‌کند. پس سرعت شفت ۲ برابر با $\omega_2 = n\omega_1$ بوده و انرژی جنبشی مجموعه یعنی KE برابر است با

$$\mathrm{KE} = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} I_2 n^2 \omega_1^2$$

سرعت شفت در (ب) را برابر شفت ۱ در (الف) می‌گیریم. حال با پیش‌بینی اینکه جرم واقع در سمت راست (ب) دارای ممان اینرسی $n^2 I_2$ می‌باشد، انرژی جنبشی در (ب) برابر انرژی جنبشی در (الف) خواهد بود. بنابراین ممان اینرسی $n^2 I_2$ در (ب) معادل با I_2 در (الف) می‌باشد.

برای تعیین سفتی معادل برای شفت ۲ از (الف) در (ب)، دیسکهای ۱ و ۲ در (الف) را بسته و با وارد نمودن تورکی به چرخدنده ۱ آن را به اندازه θ_1 می‌چرخانیم. پس چرخدنده ۲ به اندازه زاویه $\theta_2 = n\theta_1$ که نیز زاویه پیچش شفت ۲ هم می‌باشد خواهد پیچید. بدین ترتیب انرژی پتانسیل مجموعه برابر خواهد بود با

$$U = \frac{1}{2} T_1 \theta_1 + \frac{1}{2} T_2 \theta_2 \tag{۲۲-۲۴}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$k = \frac{T}{\theta} \quad \text{یا} \quad T = k\theta$$

پس معادله (۲۲ـ۲۴) به صورت زیر در می‌آید

$$U = \frac{1}{2}k_1\theta_1^2 + \frac{1}{2}k_2\theta_2^2$$

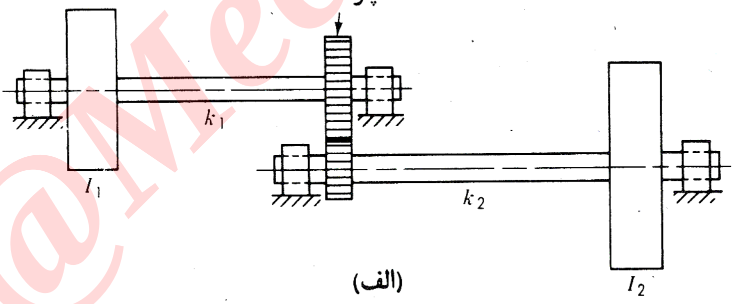
اما نشان دادیم که $\theta_2 = n\theta_1$. پس

$$U = \frac{1}{2}k_1\theta_1^2 + \frac{1}{2}k_2 n^2\theta_1^2$$

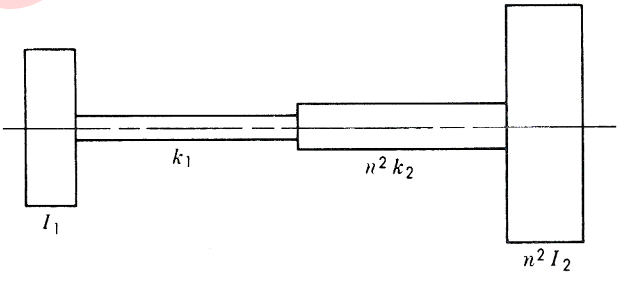
در (ب) اگر هر دو دیسک را بسته و مقطع واقع در محل پله را به همان اندازه θ_1 که قبلاً برای (الف) منظور گردید، بچرخانیم انرژی پتانسیل در (ب) به شرط آنکه قسمت سمت راست شفت در (ب) دارای ضریب فنریت n^2k_2 باشد، برابر همان مقدار خواهد بود که در (الف) بود. بنابراین سفتی n^2k_2 معادل با k_2 در (الف) می‌باشد.

بنابراین قانون تبدیل یک مجموعه دنده‌ای به یک مجموعه یک شفتی معادل، بـه شـرح زیـر است: سفتی و اینرسی شفت ۲ را در n^2، که در آن n نسبت سرعت شفت ۲ به شفت ۱ مـی‌باشد ضرب می‌کنیم.

بعد می‌توان با به‌کارگیری نتایج حاصل از قسمت ۲۲ـ۱۰ ضریب فنریت ترکیبی k_t را برای شفت



(الف)



(ب)

شکل ۲۲ـ۱۱

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

در (ب) تعیین کرد

$$\frac{1}{k_t} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{n^2 k_2}$$

یا

$$k_t = \frac{1}{(1/k_1) + (1/n^2 k_2)} \tag{۲۲-۲۵}$$

پس فرکانس طبیعی ارتعاش پیچشی برای شفت نشان داده شده در شکل ۲۲-۱۱ الف، با قرار دادن I_1 و $n^2 I_2$ در رابطه (۲۲-۲۱) همراه با مقدار k_t به دست آمده از رابطه (۲۲-۲۵) تعیین می‌گردد. این کار نتیجه می‌دهد که

$$\omega_n = \sqrt{k_t \frac{I_1 + n^2 I_2}{I_1 n^2 I_2}} \tag{۲۲-۲۶}$$

۲۲-۱۲ ارتعاش پیچشی یک مجموعه چند جرمی

در بحث فوق راجع به شفت دو دیسکی شرح داده شده، که فقط یک فرکانس ارتعاش پیچشی وجود دارد. برای سه جرم دو ارتعاش، برای چهار جرم سه ارتعاش و «به همین ترتیب» وجود خواهد داشت. موتورهای رفت و برگشتی و پمپها با لنگهای متعددشان و یا ماشینهائی مثل توربینهای بخار، کمپرسورهای سانتریفوژ و پمپها که دارای دیسکهای گردان متعدد می‌باشند، نمونه‌هائی از ماشینهای با تعدادی جرم گردان می‌باشند.

در تجزیه و تحلیل موتورهای رفت و برگشتی، کمپرسورها یا پمپها با تمام لنگهای آنها، پیستونها، چرخ طیار و قسمتهای متحرک که می‌بایست حرکتی داده شوند، لازم است به شرح زیر عمل کنیم. ابتدا با تعویض پیستونها و شاتونها با دیسکهای معادل با جرم و ممان انرسی یکسان و تعویض لنگها با قطعات معادل شفت مستقیم و قابلیت انعطاف پیچشی یکسان، ماشین را تا اندازه‌ای ساده می‌کنیم. روش به وسیله چرچ[1] تشریح گردیده است. بنابراین، ماشین می‌بایست مجموعه‌ای معادل متشکل از یک شفت مستقیم با مقطع یکنواخت که مطابق شکل ۲۲-۱۲، حامل تعدادی دیسک می‌باشد تبدیل گردد. مثلاً این شکل شفتی را با هشت دیسک نشان داده که مجموعه معادل یک موتور دیزل شش سیلندر در یک کشتی بوده که قرار است ارتعاشات پیچشی آن مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد.

یک روش برای تعیین فرکانسهای طبیعی ارتعاشات پیچشی، یک مجموعه چند جرمی که موسوم به روش هولزر[2] می‌باشد، در خیلی از کتابهای ارتعاشات تشریح گردیده است.

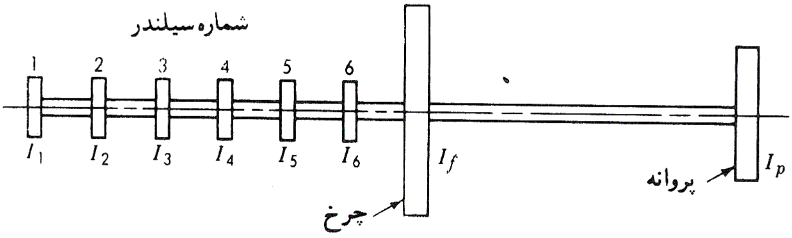
---

1. A. H. Church, *Mechanical Vibrations*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1957.

2. Holzer method

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۲ـ۱۲

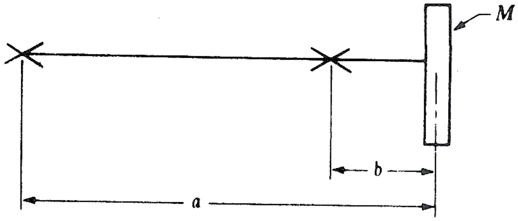
۲۲ـ۱۳ چکیده مطالب

به طوری که قبلاً بیان شده حاصلضرب تعداد سیکلهای اغتشاش تورک در هر دور در سرعت شفت برحسب دور در دقیقه فرکانس اغتشاش را به حسب سیکل در دقیقه می‌دهد. اگر این فرکانس و یکی از فرکانسهای طبیعی ارتعاش پیچشی مجموعه بر هم منطبق گردند، رزنانس پدید خواهد آمد. این مطلب موجب می‌شود که دامنه ارتعاش پیچشی خیلی بالا رفته و نتیجتاً سر و صدای آزاردهنده و تنشهای بالا که سبب صدمه خوردن به شفت می‌گردد ایجاد گردد. سرعتهائی از شفت که در آنها رزنانس پدید می‌آید، به سرعتهای بحرانی ارتعاشهای پیچش موسوم می‌باشند. اگر سرعت کاری ماشین نزدیک به یکی از سرعتهای بحرانی باشد، می‌توان طرح را به گونه‌ای تغییر داد که فرکانس طبیعی ارتعاشهای پیچشی آن بالا رفته و در نتیجه ارتعاشات حذف شود و یا با نصب مستهک کننده دامنه ارتعاشها را پایین آورد.

تمرینها

۲۲ـ۱ سرعت بحرانی یک موتور برق که با سرعت ۱۲۰۰ دور در دقیقه کار می‌کند را به حسب دور در دقیقه تعیین‌کنید. شفت فولادی دارای‌قطر $\frac{1}{2}$ in بوده‌و فاصله‌بین یاتاقانهای آن ۱۲ in می‌باشد. جزء گردان‌دیسک واحدی به‌جرم ۲۵ lb بوده که‌در وسط تکیه‌گاهها قرار داده شده است. فرض کنید، شفت دارای تکیه‌گاههای ساده‌بوده و از جرم‌شفت صرفنظر شده‌است. آیا سرعت‌کاری مورد رضایت است؟

۲۲ـ۲ برای تعیین انحراف استاتیکی شفت نشان داده شده در شکل ۲۲ـP۲ از یک کتاب مرجع



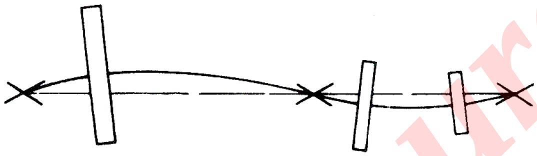
شکل ۲۲ـP۲

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

مکانیک مهندسی استفاده کرده و با صرفنظر نمودن جرم شفت سرعت بحرانی را به حسب رادیان در ثانیه تعیین کنید: الف) اگر یاتاقانها بالبرینگی بوده و شفت دارای تکیه‌گاه ساده باشد؛ ب) اگر یاتاقانها ژرنال بوده و شفت دارای تکیه‌گاه صلب باشد، یعنی یاتاقانها اجازه انحراف را در داخل یاتاقان به شفت نمی‌دهند.

۲۲ـ۳ منحنی انحراف استاتیکی شفتی با سه یاتاقان در شکل ۲۲ـP۳ نشان داده شده است. اگر جرمها و انحرافها مطابق آنچه که نشان داده شده باشند، با استفاده از روش رایلی پایینترین سرعت بحرانی را تعیین کنید.



شکل ۲۲ـ۳ P

۲۲ـ۴ شفت محرک یک اتومبیل از لوله فولادی به طول ۱۴۲۲ mm، قطر خارجی ۶۳ mm و قطر داخلی ۵۷ mm می‌باشد. در انتهای شفت در داخل مفصل اونیورسال (آزاد به حرکت در هر امتداد) قرار دارد. سرعت بحرانی را به حسب دور در دقیقه پیدا کنید. ماکزیمم سرعت کاری برابر ۴۰۰۰ r/min می‌باشد. اگر لازم باشد، سرعت کاری حداقل بیست درصد کمتر از سرعت بحرانی باشد، آیا طرح مورد رضایت می‌باشد؟

۲۲ـ۵ با استفاده از روش رایلی نشان دهید، که سرعت بحرانی یک شفت یکنواخت با تکیه‌گاه ساده مطابق رابطه (۲۲ـ۱۰) می‌باشد. *راهنمائی:* با روش رایلی

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g \Sigma My}{\Sigma My^۲}} \qquad (۲۲\text{-}۲۷)$$

منحنی‌انحراف استاتیکی‌در شکل ۲۲ـ۵ P نشان‌داده‌شده و از یک‌کتاب‌مرجع مکانیک‌مهندسی داریم

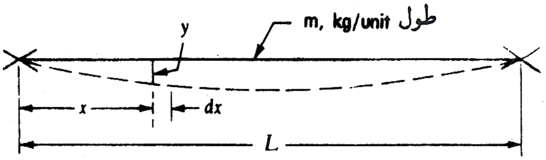
$$y = \frac{mgx}{۲۴EI}(L^۳ - ۲Lx^۲ + x^۳) \qquad (۲۲\text{-}۲۸)$$

در هر فاصله x از شکل یک جرم mdx متمرکز داشته و رابطه (۲۲ـ۲۷) به صورت زیر در می‌آید

$$\omega_n^۲ = g\frac{\int_۰^L mdx(y)}{\int_۰^L mdx(y)^۲} \qquad (۲۲\text{-}۲۹)$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل ۲۲ـ۵ P

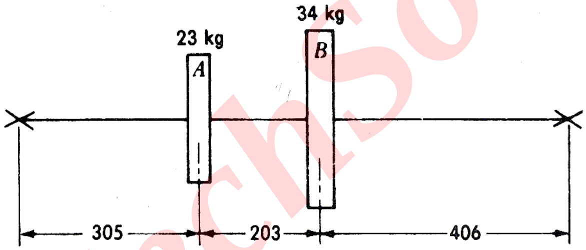
صورت و مخرج رابطه (۲۲ـ۲۹) را تعیین و سپس ω_n را محاسبه کنید.

۲۲ـ۶ شفت فولادی نشان داده شده در شکل ۲۲ـ۶ P، دارای قطر ۳۸ mm بوده و مطابق شکل در یاتاقانهای ساده نگهداری می‌گردد.

الف) سرعت بحرانی شفت تنها را به حسب دور در دقیقه تعیین کنید؛

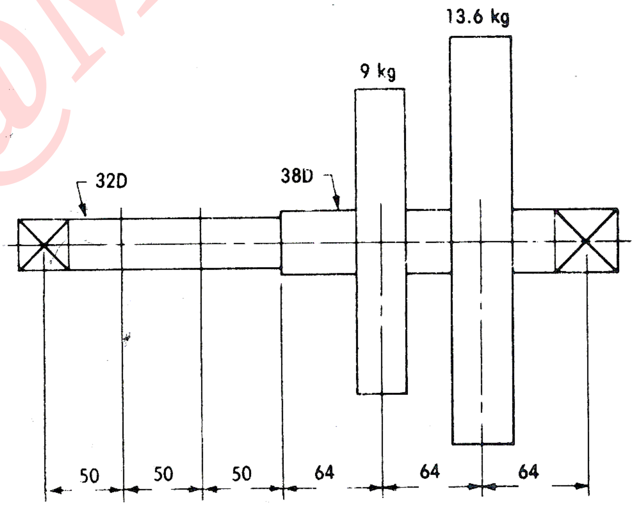
ب) با استفاده‌از رابطه دانکرلی سرعت‌بحرانی شفت‌در دیسک‌را به‌حسب دوردردقیقه‌تعیین کنید.

ج) اگر از جرم شفت صرفنظر گردد، چند درصد خطا در سرعت بحرانی وجود دارد.



شکل ۲۲ـ۶ P

۲۲ـ۷ شفت نشان داده شده در شکل ۲۲ـ۷ P از جنس فولاد بوده و در یاتاقانهای ساده نگهداری



شکل ۲۲ـ۷ P

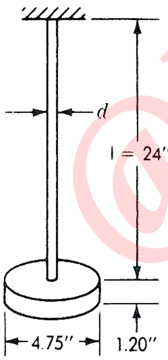
https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

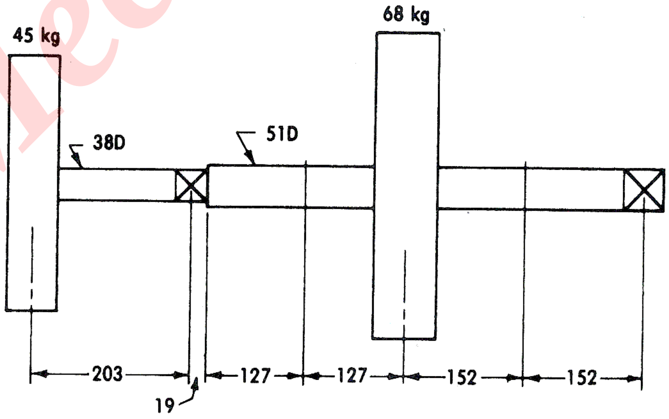
می‌گردد. با صرفنظر از جرم شفت، سرعت بحرانی را به حسب دور در دقیقه تعیین کنید. به هنگام تعیین انحرافهای استاتیکی با مقیاس ۲٫۵mm = ۱mm دیاگرامی از شفت کشیده و آن را به شش قسمت با طولهای نشان داده شده تقسیم کنید. با انتخاب مقیاسهای زیر برای مختصات قائم: ۱mm=۷N برای نیروهای برشی؛ ۱mm=۰٫۷N.m. برای گشتاور خمشی؛ ۱mm=۰٫۰۳×۱۰$^{-۳}$۱/m برای M/EI؛ ۱mm = ۴ × ۱۰$^{-۶}$ m/m برای شیب؛ ۱mm = ۰٫۳۵ × ۱۰$^{-۶}$ برای انحراف دیاگرامهای مربوطه را رسم نمایید.

۸ـ۲۲ شفت نشان داده شده در شکل ۲۲ـ۸ P، از فولاد بوده و در یاتاقانهای ساده نگهداری می‌گردد. با صرفنظر از جرم شفت، سرعت بحرانی رابه حسب دور در دقیقه تعیین کنید. به هنگام تعیین انحراف استاتیکی با مقیاس ۶ mm = ۱ mm شفت را رسم و آن را به شش قسمت با طولهای نشان داده شده در شکل تقسیم کنید. با انتخاب مقیاسهای زیر برای مختصات قائم، دیاگرامهای مربوطه را رسم کنید: ۴٫۵ N = ۱ mm برای نیروهای برشی؛ ۱/m ۰٫۲۵ × ۱۰$^{-۳}$ = ۱ mm برای M/EI؛ ۱mm = ۴۰ × ۱۰$^{-۶}$ m/m برای شیب و ۱mm = ۵ × ۱۰$^{-۶}$ m برای انحراف.

۹ـ۲۲ یک دیسک فولادی دایره شکل توپر مطابق شکل ۲۲ـ۹ P به وسیله یک مجموعه فولادی آویزان گردیده است. وزن مخصوص فولاد ۰٫۲۸۳ lbf/in^{۳} و مدول ارتجاعی برشی برابر ۱۱٫۵ × ۱۰^{۶} lbf/in^{۲} می‌باشد. قطر لازم برای سیم را به گونه‌ای تعیین کنید که فرکانس یک سیکل در ثانیه را بدهد.



شکل ۲۲ـ۹ P



شکل ۲۲ـ۸ P

۱۰ـ۲۲ یک موتور برقی یک ژنراتور برق را به حرکت در می‌آورد. مجموعه مشابه شکل ۲۲ـ۸ و متشکل از دو جرم متصل به هم توسط یک شفت فولادی می‌باشد. مدول ارتجاعی برشی برای فولاد ۱۱٫۵×۱۰^{۶}lbf.s^{۲}.in می‌باشد. I برای موتور و ژنراتور به ترتیب برابر ۲۰۰۰ و ۱۶۰۰lbf. s^{۲}.in

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

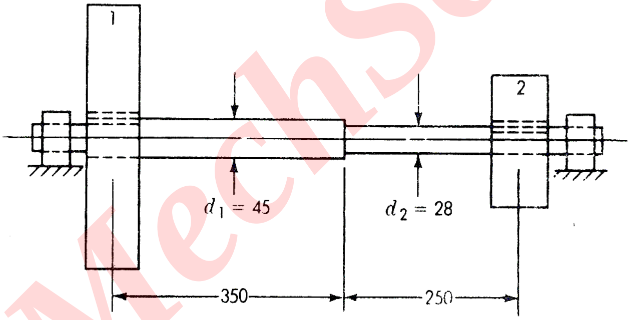
می‌باشد. شفت به قطر ۴ in جرمهای به فاصله ۳۲ in را به یکدیگر متصل می‌کند.

الف) فرکانس طبیعی ارتعاش پیچشی مجموعه را به حسب سیکل در ثانیه تعیین کنید؛

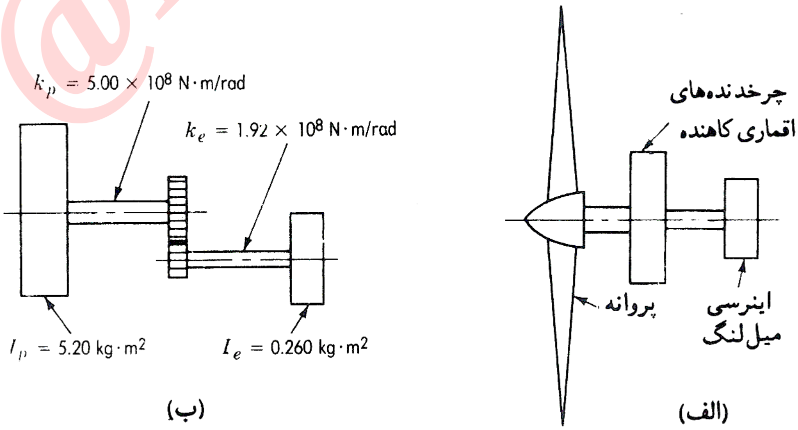
ب) موقعیت نقطه سکون را از انتهای موتور تعیین کنید.

۲۲ـ۱۱ یک توربین بخار ژنراتوری را به گردش در می‌آورد. مجموعه دو جرمی مشابه شکل ۲۲ـ۹ می‌باشد. روتور توربین دارای جرم ۱۴٫۲ kg و شعاع ژیراسیون ۲۳۲ mm می‌باشد. آرمیچر دارای جرم ۷٫۲ kg و شعاع ژیراسیون ۱۰۹ mm می‌باشد. روتور توربین دارای ۱۵ پره بوده و استاتور آن نیز به همین تعداد پره دارد. قطر و طول شفت فولادی که تورک را از توربین به آرمیچر می‌رساند، بـه ترتیب برابر ۶۵ mm و ۳۰۸ mm می‌باشند. تعیین کنید: الف) فرکانس طبیعی ارتعاشهای پیچش به حسب سیکل در دقیقه چقدر است؛ ب) فاصله توربین تا نقطه سکون چقدر است؛ ج) سـرعت بحرانی پیچشی n_c مجموعه تحت تأثیر اغتشاشهای ناشی از عبور پره‌ها از جلو یکدیگر به حسب دور در دقیقه چقدر می‌باشد.

۲۲ـ۱۲ فرکانس طبیعی پیچشی شفت فولادی پله‌دار نشان داده شده در شکل ۲۲ـP۱۲، به حسب



شکل ۲۲ـP ۱۲



شکل ۲۲ـP ۱۳

https://t.me/MechSource

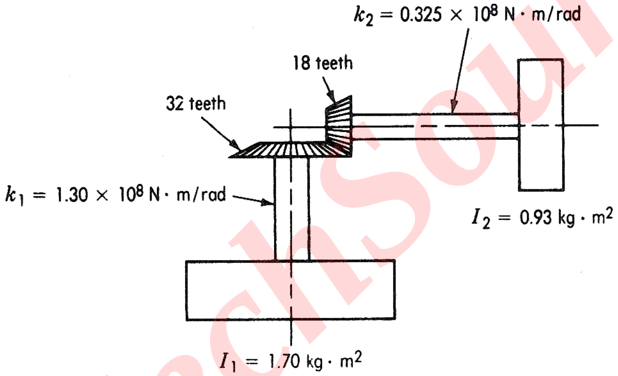
https://t.me/MechSource

سیکل در ثانیه را تعیین کنید:

$I_۲ = ۰٫۴۳۹ \text{ kg.m}^۲$ و $I_۱ = ۰٫۸۷۸ \text{ kg.m}^۲$

۱۳-۲۲ شکل ۲۲-۱۳ P الف، موتور هواپیمائی را نشان می‌دهد، که از طریق یک جعبه دنده خورشیدی کاهنده با نسبت ۲ به ۱ ملخ را می‌گرداند. ملخ و میل لنگ موتور مطابق شکل (ب) متمرکز شده‌اند. فرکانس طبیعی پیچشی مجموعه را به حسب سیکل در دقیقه تعیین کنید.

۱۴-۲۲ فرکانس طبیعی ارتعاشهای پیچشی سیستم شامل چرخدنده‌های مخروطی نشان داده شده در شکل ۲۲-۱۴ P را به حسب سیکل در دقیقه تعیین کنید.



شکل ۲۲-۱۴ P

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

ضمیمهٔ الف

اثبات مکانیزم چهار میله‌ای معادل

در شکل الف-۱ ، یک مکانیزم تماسی مرکب از عضوهای شماره ۱، ۲ و ۴ نشان داده شده است. به این مکانیزم، به عنوان مکانیزم اولیه رجوع خواهد شد. یک مکانیزم چهار میله‌ای، که شامل عضوهای ۱، ′۲، ′۳، ′۴ می‌باشد با خط چین نشان داده شده است. نقاط $C_۲$ و $C_۴$ به ترتیب مراکز انحنای منحنیهای تشکیل دهنده عضوهای ۲ و ۴ در نقطه تماس می‌باشند. اثبات اینکه سرعت و شتاب زاویه‌ای عضوهای ′۲ و ′۴ به طور لحظه‌ای مشابه سرعت و شتاب عضوهای ۲ و ۴ می‌باشد به شرح زیر است.

سرعتها

فرض می‌کنیم

$$\omega'_۲ = \omega_۲ \qquad \text{(الف-۱)}$$

$$\alpha'_۲ = \alpha_۲ \qquad \text{(الف-۲)}$$

که در آنها ω نشان دهنده سرعت زاویه‌ای و α نشان دهنده شتاب زاویه‌ای می‌باشد. نقطه ۲۴ مرکز آنی عضوهای شماره ۲ و ۴ و یا ′۲ و ′۴ می‌باشد. سرعت نقطه ۲۴ برابر است با

$$V_{۲۴} = (O_۲ - ۲۴)\,\omega_۲ = (O_۴ - ۲۴)\,\omega_۴$$

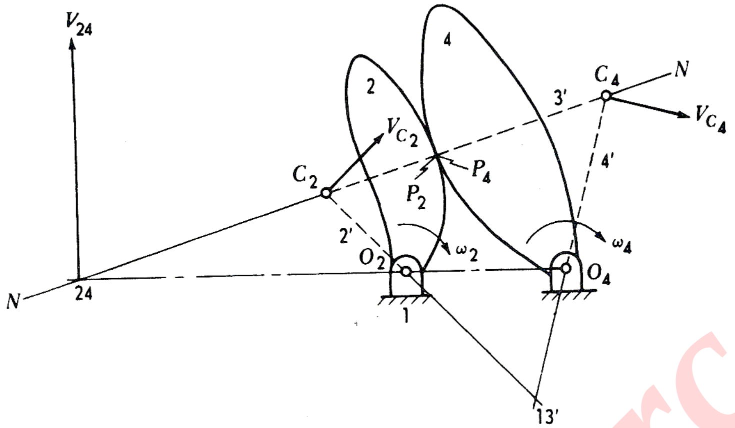
$$= (O_۲ - ۲۴)\,\omega'_۲ = (O_۴ - ۲۴)\,\omega'_۴$$

و

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۴} = \frac{O_۴ - ۲۴}{O_۲ - ۲۴} = \frac{\omega'_۲}{\omega'_۴} \qquad \text{(الف-۳)}$$

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل الف-۱ سرعتهای یک مکانیزم با تماس مستقیم و یک مکانیزم چهارمیله‌ای معادل که با خط‌چین نشان داده شده است.

چون $\omega_۲$ را مساوی $\omega'_۲$ انتخاب کرده‌ایم بنابراین با توجه به رابطه (الف-۳) $\omega'_۴$ می‌بایست برابر $\omega_۴$ باشد.

در شکل الف-۱، نقاط $P_۲$ و $P_۴$ نمی‌توانند دارای هیچ سرعت نسبی در امتداد قائم مشترک بوده و از این رو $C_۲$ و $C_۴$ هیچ سرعت نسبی در این امتداد ندارند. بنابراین قائم مشترک که در مکانیزم اولیه $C_۲$ و $C_۴$ را به هم وصل کرده در لحظه مورد نظر همانند جسمی صلب رفتار می‌کند. $C_۲$ به عنوان نقطه‌ای واقع در شماره ۲ دارای شعاع $C_۲O_۲$ بوده ولی به عنوان نقطه‌ای واقع بر N-N، شعاع دورانش امتداد خط $C_۲O_۲$ می‌باشد. به همین ترتیب $C_۴$ به عنوان نقطه‌ای واقع بر عضو شماره ۴ دارای شعاع $C_۴O_۴$ بوده ولی به عنوان نقطه‌ای واقع بر خط N-N شعاع دورانش امتداد خط $C_۴O_۴$ می‌باشد. این دو امتداد همدیگر را در نقطه ′۱۳ قطع می‌کنند. بنابراین ′۱۳ علاوه بر اینکه مرکز آنی عضو شماره ۳ بوده، نیز مرکز آنی خط N-N از مکانیزم اولیه هم می‌باشد. سرعت زاویه‌ای خط N-N برابر است با

$$\omega_{N\text{-}N} = \omega'_۳ = \frac{V_{C_۲}}{۱۳' - C_۲} = \frac{V_{C_۴}}{۱۳' - C_۴} \qquad \text{(الف-۴)}$$

شتابها

حال نشان داده خواهد شد که اگر نقاط $C_۲$ و $C_۴$ به عنوان نقاط انتهائی عضو شماره ′۳ انتخاب گردند، شتابهای زاویه‌ای عضوهای شماره ′۴ و ۴ با یکدیگر یکسان خواهند بود. مکانیزم معادل که در آن $A_{C_۲}$ و $A_{C_۴}$ نشانگر شتابهای خطی نقاط $C_۲$ و $C_۴$ می‌باشند، مجدداً در شکل الف-۲ الف نشان داده شده است. با توجه به این شکل می‌توان نوشت

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

$$A^n_{C_4} \mathrel{+\!\!\!\rightarrow} A^t_{C_4} = A^n_{C_2} \mathrel{+\!\!\!\rightarrow} A^t_{C_2} \mathrel{+\!\!\!\rightarrow} A^n_{C_4/C_2} \mathrel{+\!\!\!\rightarrow} A^t_{C_4/C_2} \qquad \text{(الف-۵)}$$

که در آن

$$A^n_{C_4} = (O_4C_4)\,\omega_4^2 \qquad A^t_{C_4} = (O_4C_4)\,\alpha_4$$

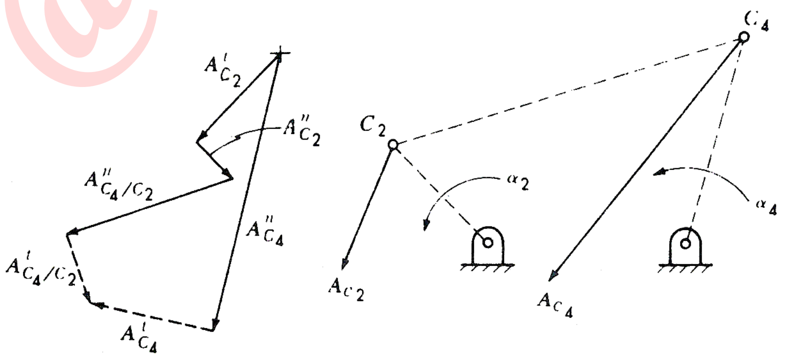
$$A^n_{C_2} = (O_2C_2)\,\omega_2^2 \qquad A^t_{C_2} = (O_2C_2)\,\alpha_2 \qquad \text{(الف-۶)}$$

$$A^n_{C_4/C_2} = (O_2C_4)\,\omega_3'^2 \qquad A^t_{C_4/C_2} = (C_2C_4)\,\alpha_3'$$

رابطه (الف-۵) با توجه به دیاگرام برداری نشان داده شده در شکل الف-۲ ب نوشته شده است. از آنجا که نقاط O_2، C_2، C_4 و O_4 هم بر روی مکانیزم اولیه و هم بر روی مکانیزم معادل واقع می‌باشند، امتداد همه بردارهای شتاب شکل الف-۲ ب برای هر دو مکانیزم یکسان می‌باشند. به‌علاوه از آنجا که $\omega_4' = \omega_4$، $\omega_3' = \omega_{N\text{-}N}$، $\alpha_2' = \alpha_2$، $\omega_2' = \omega_2$، با توجه به رابطه (الف-۶) ملاحظه می‌کنیم که مقادیر $A^n_{C_2}$، $A^t_{C_2}$، $A^n_{C_4/C_2}$ و $A^t_{C_4/C_2}$ در مکانیزم معادل به ترتیب مساوی آنها در مکانیزم اولیه می‌باشد. این چهار شتاب در دیاگرام با خط پر نشان داده شده و از آنجا که کثیرالاضلاع می‌بایست بسته گردد مقادیر $A^t_{C_4/C_2}$ و $A^t_{C_4}$ طبیعتاً تعیین خواهند گشت. این دو مؤلفه برای مکانیزم معادل و مکانیزم اولیه یکسان می‌باشند. بنابراین

$$\alpha_4' = \alpha_4 = \frac{A^t_{C_4}}{O_4C_4}$$

می‌دانیم هر مکانیزم با تماس مستقیم دارای بینهایت مکانیزم چهار میله‌ای معادل می‌باشد. نقطه E در شکل الف-۳ می‌تواند نقطه‌ای واقع بر عضو شماره ۴ و یا ادامه آن بوده باشد، که مسیر حرکت آن بر روی عضو شماره ۲ نشان داده شده است. نقطه D مرکز انحنای این مسیر بوده و شعاع انحنای

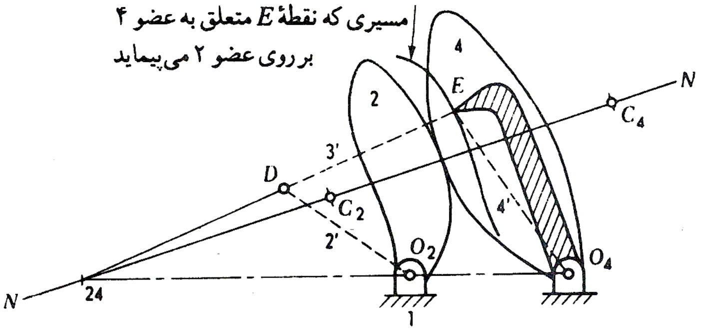


(ب) (الف)

شکل الف-۲ شتابهای مکانیزم با تماس مستقیم یا مکانیزم چهارمیله‌ای معادل.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource



شکل الف-۳ مکانیزم با تماس مستقیم و مکانیزم چهارمیله‌ای معادل دیگری که با خط‌چین نشان داده شده است.

آن یعنی DE را می‌توان با استفاده از رابطه اولرساوری تعیین نمود (قسمت ۷-۹ را ملاحظه کنید). اگر عضو شماره ۴ مطابق قسمت هاشور زده در شکل الف-۳، یک پیرو نوک تیز (پیرو نقطه‌ای) بوده و مسیر حرکتش بر روی عضو ۲ به عنوان دوره ظاهری جسم ۲ انتخاب گردد، آنگاه عضو شماره ۲ جدید و پیرو نقطه‌ای دارای سرعت و شتابهای زاویه‌ای مشابه مکانیزم اولیه خواهند بود. از آنجا که مرکز انحنای پیرو نقطه‌ای یعنی C_4 بر روی E منطبق بوده و مرکز انحنای مسیر بر D منطبق می‌باشد، مکانیزم معادل O_2DEO_4 خواهد بود. به علاوه از آنجا که نقطه E را می‌توان هر جا بر روی عضو شماره ۴ و یا امتداد آن انتخاب نمود، بنابراین بینهایت مکانیزم معادل می‌توان به دست آورد. در هر یک از مکانیزمهای معادل نقطه ۲۴ در شکل الف-۳، مرکز آنی عضوهای ′۲ و ′۴ بوده که اثبات نشان داده شده در قسمتهای قبل را می‌توان برای هر یک از آنها به کار برد.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

ضمیمهٔ ب

برنامه کامپیوتری برای موقعیتها، سرعتها و شتابهای مکانیزم لنگ و لغزنده

در مکانیزم نشان داده شده در شکل ۹ـ۱۲، به ازای مقادیر داده شده برای طول اعضاء و سرعت زاویه‌ای ثابت لنگ، می‌خواهیم یک برنامه کامپیوتری نوشته تا با استفاده از روابط (۹ـ۴۱) تا (۹ـ۵۸) موقعیتهای زاویه‌ای، سرعت و شتاب عضو ۳ را برای زوایای مختلف لنگ محاسبه کند. همچنین موقعیتها، سرعتها و شتابهای نقاط P و B می‌بایست محاسبه گردند.

برنامه‌ای که از نظرتان می‌گذرد، به زبان فورترن نوشته شده است. این برنامه با توضیحی راجع به علائم به کار رفته و گامهای برداشته شده توسط برنامه ادامه پیدا می‌کند.

متغیرهای ورودی

OA = طول b

AB = طول c

$OMEGA۲$ = سرعت زاویه‌ای لنگ۲

F = فاصله عمودی نقطه O تا مسیر نقطه B

G = طول AP

J = زاویه اولیه $\theta_۲$ به حسب درجه

K = زاویه نهائی $\theta_۲$ به حسب درجه

L = نمو $\theta_۲$ به حسب درجه

توضیح برنامه

بعضی متغیرهای این برنامه به فرم کلمه معرفی شده‌اند. مثل $\theta_۲$ در برنامه با THETA۲ نشان داده شده است.

زوایا برای cos و sin به حسب درجه داده شده و زوایا برای $\sin^{-۱}$ و $\tan^{-۱}$ به حسب رادیان که به درجه برگردانده شده، داده شده است.

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

تنها تصمیمی که در خلال برنامه توسط کامپیوتر گرفته می‌شود، ربع صحیح برای θ_p، θ'_p و θ''_p می‌باشد. این کار با سه دستور if−then بعد از محاسبه زاویه اولیه انجام می‌شود.

فرآیند

برنامه با خواندن داده‌ها توسط کامپیوتر شروع می‌شود. قبل از آنکه برنامه وارد حلقه اصلی شود، سرنویس ستونها برای چاپ نتایج یا خروجی نوشته می‌شود. وقتی وارد حلقه شد با استفاده از مقدار اولیه $\theta_۲$ روابط (۹-۴۱) تا (۹-۵۸) محاسبه می‌گردند. هر وقت که حلقه تمام می‌شود، نتایج روابط چاپ می‌گردد. برنامه به اول حلقه برگشته به $\theta_۲$ نموی داده و مراحل را آن قدر تکرار می‌کند تا $\theta_۲$ به ماکزیمم مقدار خود برسد. در این وقت به آخر می‌رسد.

مثال ب-۱ در شکل ۹-۱۲ فرض می‌کنیم $b = ۰٫۵۰۸$ m، $c = ۰٫۱۵۲$ m، $f = ۰$، $\omega_۲ = ۹۰۰$ r/min ccw، $\alpha_۲ = ۰$. برای $\theta_۲ = ۰$ تا $\theta_۲ = ۱۸۰^\circ$ در نمو ۱۵ درجه با استفاده از برنامه کامپیوتری مقادیر مربوط به $\theta_۳$، $\omega_۳$، $\alpha_۳$، h_p، θ_p، $\Re(\bar{h}_B)$، v_P، θ'_P، $\Re(\bar{v}_B)'$، a_P، θ''_P و $\Re(\bar{a}_B)$ را حساب کنید.

برنامهٔ لغزنده

```
      PROGRAM SLIDER(INPUT,OUTPUT,TAPE20=INPUT,TAPE10=OUTPUT)
      READ(20,30)OA,AB,OMEGA2,F,G,J,K,L
   30 FORMAT(5F10.6,I5,I5,I5)
      PI=3.141592654
      WRITE(10,40)
   40 FORMAT(*1THETA2   THETA3    OMEGA3    ALPHA3      HP       THETAP
     "    RHB        VP      THETAP1     RVB          AP      THETAP2     RA
     "B*)
      WRITE(10,50)
   50 FORMAT(*    DEG       DEG       RAD/S     RAD/S2       M        DEG
     "       M        M/S       DEG        M/S       M/S2       DEG       M/S
     "2  *)
      DO 100 I=J,K,L
      THETA2=I
      EN=(180/PI)*ASIN((OA*SIND(THETA2)+F)/AB)
      THETA3=360-EN
      OMEGA3=-OA*COSD(THETA2)*OMEGA2/(AB*COSD(THETA3))
      ALPHA3=(OA*OMEGA2**2*SIND(THETA2)+AB*OMEGA3**2*SIND(THETA3))/AB/
     "COSD(THETA3)
      HPR=OA*COSD(THETA2)+G*COSD(THETA3)
      HPI=OA*SIND(THETA2)+G*SIND(THETA3)
      HP=SQRT(HPR**2+HPI**2)
      THETAP=(180/PI)*ATAN(HPI/HPR)
      IF(HPR.LT.0.AND.HPI.GE.0.)   THETAP=180.-ABS(THETAP)
      IF(HPR.LE.0.AND.HPI.LT.0.)   THETAP=180.+ABS(THETAP)
      IF(HPR.GT.0.AND.HPI.LT.0.)   THETAP=360.-ABS(THETAP)
      VPR=-OA*OMEGA2*SIND(THETA2)-G*OMEGA3*SIND(THETA3)
      VPI=OA*OMEGA2*COSD(THETA2)+G*OMEGA3*COSD(THETA3)
      VP=SQRT(VPR**2+VPI**2)
      THETAP1=(180/PI)*ATAN(VPI/VPR)
      IF(VPR.LT.0.AND.VPI.GE.0.)   THETAP1=180.-ABS(THETAP1)
      IF(VPR.LE.0.AND.VPI.LT.0.)   THETAP1=180.+ABS(THETAP1)
      IF(VPR.GT.0.AND.VPI.LT.0.)   THETAP1=360.-ABS(THETAP1)
      APR=-OA*(OMEGA2**2*COSD(THETA2))-G*(OMEGA3**2*COSD(THETA3)+ALPHA3
     "*SIND(THETA3))
      API=-OA*(OMEGA2**2*SIND(THETA2))-G*(OMEGA3**2*SIND(THETA3)-ALPHA3
     "*COSD(THETA3))
      AP=SQRT(APR**2+API**2)
      THETAP2=(180./PI)*ATAN(API/APR)
      IF(APR.LT.0.AND.API.GE.0.)   THETAP2=180.-ABS(THETAP2)
      IF(APR.LE.0.AND.API.LT.0.)   THETAP2=180.+ABS(THETAP2)
      IF(APR.GT.0.AND.API.LT.0.)   THETAP2=360.-ABS(THETAP2)
      RHB=OA*COSD(THETA2)+AB*COSD(THETA3)
      RVB=-OA*OMEGA2*SIND(THETA2)-AB*OMEGA3*SIND(THETA3)
      RAB=-OA*(OMEGA2**2*COSD(THETA2))-AB*(OMEGA3**2*COSD(THETA3)+ALPHA3
     "*SIND(THETA3))
      WRITE(10,60)THETA2,THETA3,OMEGA3,ALPHA3,HP,THETAP,RHB,VP,THETAP1,
     "RVB,AP,THETAP2,RAB
   60 FORMAT(*-*,F5.1,3F10.1,F10.4,F10.1,F10.4,F10.3,F10.1,F10.4,3F10.1)
  100 CONTINUE
      END
```

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

THETA2 DEG	THETA3 DEG	OMEGA3 RAD/S	ALPHA3 RAD/S2	HP M	THETAP DEG	RHB M	VP M/S	THETAP1 DEG	RVB M/S	AP M/S2	THETAP2 DEG	RAB M/S2
0.0	360.0	-31.5	0.0	.0958	0.0	.2028	3.369	90.0	0.0000	495.4	180.0	-601.4
15.0	355.0	-30.5	689.6	.0944	5.6	.2005	3.526	112.6	-1.6399	481.6	189.8	-567.4
30.0	350.4	-27.7	1374.4	.0902	11.4	.1939	3.908	131.7	-3.0951	443.3	201.0	-470.1
45.0	346.3	-22.9	2030.5	.0836	17.6	.1836	4.340	146.7	-4.2067	390.9	215.0	-323.3
60.0	343.2	-16.4	2601.4	.0752	24.3	.1709	4.673	158.9	-4.8677	341.8	233.5	-150.3
75.0	341.2	-8.6	3001.4	.0656	31.8	.1570	4.827	169.6	-5.0448	315.8	256.0	19.9
90.0	340.5	0.0	3146.6	.0555	40.1	.1433	4.785	180.0	-4.7854	320.8	278.5	159.8
105.0	341.2	8.6	3001.4	.0454	49.6	.1307	4.581	191.0	-4.1999	344.4	297.1	253.3
120.0	343.2	16.4	2601.4	.0357	60.3	.1201	4.276	203.2	-3.4208	369.9	312.0	300.5
135.0	346.3	22.9	2030.5	.0265	72.8	.1118	3.941	217.2	-2.5608	388.7	324.7	314.2
150.0	350.4	27.7	1374.4	.0179	88.8	.1059	3.645	233.2	-1.6903	399.6	336.6	310.7
165.0	355.0	30.5	689.6	.0102	114.6	.1024	3.441	251.0	-.8372	404.8	348.3	303.4
180.0	360.0	31.5	0.0	.0058	180.0	.1012	3.369	270.0	0.0000	406.2	0.0	300.1

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

ضمیمهٔ ج

برنامه کامپیوتری برای محاسبه منحنی خارجی بادامک و موقعیت تیغه فرز جهت شکل دادن این منحنی

در شکل ۱۰ـ۲۱، به ازای مقادیر داده شده برای جابه‌جائی کامل پیرو h، زاویه گردش بادامک β، شعاع دایره پایه R_b و شعاع تیغه فرز R_g یک برنامه کامپیوتری مورد نظر می‌باشد که بتواند با استفاده از جدول ۱۰ـ۲ و روابط (۱۰ـ۲۰) تا (۱۰ـ۲۸) مقادیر r_c و ψ_c که نقاط منحنی خارجی بادامک را مشخص می‌کنند، محاسبه کرده و نیز مقادیر r_g و ψ_g که موقعیت تیغه فرز را مشخص می‌کند تعیین کند. این مقادیر می‌بایست برای نموهای مشخص شده در زاویه گردش بادامک θ تعیین گردیده و برنامه می‌بایست قادر به کار کردن با انواع حرکتهای شتاب ثابت، هارمونیک ساده و سیکلوئید باشد.

برنامه‌ای که در پیش داریم به زبان فورترن نوشته شده است. این برنامه با توضیحی راجع به علائم به کار رفته و گامهای برداشته شده توسط برنامه ادامه پیدا می‌کند.

متغیرهای ورودی

MOTION = نوع حرکت پیرو ـ شتاب ثابت، هارمونیک، یاسیکلوئید

H = طول h

BETA = زاویه β

RB = شعاع R_b

RADG = شعاع R_g

THETAIN = مقدار اولیه θ به حسب درجه

THETAFI = مقدار نهائی θ به حسب درجه

OINCRMT = نمو در θ به حسب درجه

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

توضیح برنامه

بعضی متغیرهای این برنامه، به فرم کلمه معرفی شده‌اند. مثلاً ψ_c با PSIC بیان شده است. زوایا برای cos و sin به حسب درجه داده شده و زوایا برای $\cos^{-1}$ و $\tan^{-1}$ به حسب رادیان که به درجه برگردانده شده، بیان شده‌اند. داده‌های ورودی برای متغیر MOTION می‌بایست با CONSTANT به معنای شتاب ثابت، HARMONIC یا CYCLOIDAL بیان گردند.

فرآیند

برنامه با خواندن داده‌ها توسط کامپیوتر شروع می‌شود. نوع حرکت پیرو و سر ستونها قبل از وارد شدن در حلقه عملیات چاپ می‌گردد. کامپیوتر معادله حرکت مناسب را انتخاب و معادلات (۱۰ـ۲۰) تا (۱۰ـ۲۷) را محاسبه می‌کند. هر زمان که حلقه کامل شد، نتایج به دست آمده از معادلات چاپ شده و کامپیوتر به اول حلقه کار برمی‌گردد. با نموی در مقدار θ مراحل را آن قدر تکرار می‌کند تا θ به ماکزیمم مقدار خود برسد. در این موقع برنامه به آخر خود می‌رسد.

مثال ۱ـج برای بادامک نشان داده شده در شکل ۱۰ـ ۲۱، $h = ۲۰$ mm بوده و در زاویه $\beta = ۷۵°$ حادث می‌گردد. $R_b = ۸۰$ mm، و $R_g = ۵۰$ mm فرض می‌کنیم θ با نمو °۵ از صفر تا °۷۵ تغییر کند. برای هر یک از انواع حرکت شتاب ثابت، هارمونیک ساده و سیکلوئید مقدار r_c و ψ_c را محاسبه کنید. همچنین مقادیر r_g و ψ_g را تعیین کنید.

برنامه بادامک

```
      PROGRAM CAM (INPUT,OUTPUT,TAPE10=INPUT,TAPE20=OUTPUT)
      READ(10,30)MOTION,H,BETA,RB,RADG,THETAIN, THETAFI,OINCRMT
   30 FORMAT(A10,7F10.4)
      PI=3.141592654
      THETA=THETAIN
      WRITE(20,35) MOTION
   35 FORMAT(*1*,5X,A10)
      IF ( MOTION .EQ. 8HCONSTANT ) WRITE(20,37)
   37 FORMAT(*+*,14X,*ACCELERATION*)
      WRITE(20,40)
   40 FORMAT(*-      THETA   THETA/BETA      S         Q          RC        E
     +TA      PSIC        RG        DELTA      PSIG*)
      WRITE(20,50)
   50 FORMAT(*        DEG*,18X,*MM        MM        MM          DEG       DE
     +G      MM        DEG        DEG*)
   60 IF ( MOTION .EQ. 8HHARMONIC ) GOTO 80
      IF ( MOTION .EQ. 9HCYCLOIDAL ) GOTO 90
      IF ( THETA/BETA .GT. 0.5 ) GOTO 70
      S=2.*H*(THETA/BETA)**2
      Q=4.*H*THETA/BETA/(BETA*PI/180.)
      GOTO 100
   70 S=H*(1.-2.*(1.-THETA/BETA)**2)
      Q=4.*H*(1.-THETA/BETA)/(BETA*PI/180.)
      GOTO 100
   80 S=H*(1.-COSD(180.*THETA/BETA))/2.
      Q=PI*H*SIND(180.*THETA/BETA)/2./(BETA*PI/180.)
      GOTO 100
   90 S=H*(THETA/BETA-SIND(360.*THETA/BETA)/6.283185307)
      Q=H*(1.-COSD(360.*THETA/BETA))/(BETA*PI/180.)
  100 RC=SQRT((RB+S)**2.+Q**2.)
      ETA=180./PI*ATAN(Q/(RB+S))
      PSIC=THETA+ETA
      RG=SQRT((RB+S+RADG)**2.+Q**2.)
      DELTA=180./PI*ACOS((RC**2.+RG**2.-RADG**2.)/2./RC/RG)
      PSIG=PSIC-DELTA
      WRITE(20,110)THETA,THETA/BETA,S,Q,RC,ETA,PSIC,RG,DELTA,PSIG
  110 FORMAT(*-*,F10.2,F10.4,8F10.3 )
      THETA=THETA+OINCRMT
      IF (THETA .LE. THETAFI ) GOTO 60
      END
```

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

شتاب ثابت

THETA DEG	THETA/BETA	S MM	Q MM	RC MM	ETA DEG	PSIC DEG	RG MM	DELTA DEG	PSIG DEG
0.00	0.0000	0.000	0.000	80.000	0.000	0.000	130.000	0.000	0.000
5.00	.0667	.178	4.074	80.281	2.909	7.909	130.242	1.116	6.793
10.00	.1333	.711	8.149	81.121	5.765	15.765	130.965	2.198	13.567
15.00	.2000	1.600	12.223	82.510	8.519	23.519	132.166	3.213	20.306
20.00	.2667	2.844	16.297	84.432	11.129	31.129	133.840	4.135	26.994
25.00	.3333	4.444	20.372	86.867	13.563	38.563	135.979	4.947	33.616
30.00	.4000	6.400	24.446	89.792	15.798	45.798	138.573	5.638	40.161
35.00	.4667	8.711	28.521	93.183	17.823	52.823	141.613	6.204	46.619
40.00	.5333	11.289	28.521	95.640	17.350	57.350	144.139	5.938	51.412
45.00	.6000	13.600	24.446	96.740	14.637	59.637	145.666	4.976	54.661
50.00	.6667	15.556	20.372	97.703	12.035	62.035	146.974	4.068	57.967
55.00	.7333	17.156	16.297	98.513	9.522	64.522	148.055	3.203	61.320
60.00	.8000	18.400	12.223	99.156	7.081	67.081	148.903	2.372	64.709
65.00	.8667	19.289	8.149	99.623	4.692	69.692	149.511	1.567	68.124
70.00	.9333	19.822	4.074	99.905	2.337	72.337	149.878	.780	71.558
75.00	1.0000	20.000	0.000	100.000	0.000	75.000	150.000	0.000	75.000

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

هارمونيك

THETA DEG	THETA/BETA	S MM	Q MM	RC MM	ETA DEG	PSIC DEG	RG MM	DELTA DEG	PSIG DEG
0.00	0.0000	0.000	0.000	80.000	0.000	0.000	130.000	0.000	0.000
5.00	.0667	.219	4.990	80.374	3.559	8.559	130.314	1.365	7.194
10.00	.1333	.865	9.762	81.452	6.883	16.883	131.228	2.617	14.266
15.00	.2000	1.910	14.107	83.116	9.772	24.772	132.662	3.668	21.104
20.00	.2667	3.309	17.835	85.196	12.084	32.084	134.497	4.464	27.620
25.00	.3333	5.000	20.785	87.504	13.741	38.741	136.591	4.988	33.753
30.00	.4000	6.910	22.825	89.857	14.715	44.715	138.799	5.250	39.465
35.00	.4667	8.955	23.869	92.101	15.020	50.020	140.990	5.273	44.747
40.00	.5333	11.045	23.869	94.122	14.690	54.690	143.051	5.085	49.605
45.00	.6000	13.090	22.825	95.848	13.777	58.777	144.899	4.714	54.063
50.00	.6667	15.000	20.785	97.247	12.341	62.341	146.482	4.184	58.157
55.00	.7333	16.691	17.835	98.322	10.451	65.451	147.772	3.519	61.932
60.00	.8000	18.090	14.107	99.099	8.184	68.184	148.761	2.742	65.441
65.00	.8667	19.135	9.762	99.615	5.624	70.624	149.455	1.879	68.745
70.00	.9333	19.781	4.990	99.906	2.863	72.863	149.865	.955	71.908
75.00	1.0000	20.000	0.000	100.000	0.000	75.000	150.000	0.000	75.000

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

سیکلوئیدی

THETA DEG	THETA/BETA	S MM	Q MM	RC MM	ETA DEG	PSIC DEG	RG MM	DELTA DEG	PSIG DEG
0.00	0.0000	0.000	0.000	80.000	0.000	0.000	130.000	0.000	0.000
5.00	.0667	.039	1.321	80.050	.946	5.946	130.045	.364	5.582
10.00	.1333	.301	5.055	80.460	3.602	13.602	130.399	1.380	12.222
15.00	.2000	.973	10.557	81.658	7.428	22.428	131.398	2.820	19.609
20.00	.2667	2.168	16.876	83.883	11.606	31.606	133.241	4.330	27.276
25.00	.3333	3.910	22.918	86.984	15.277	40.277	135.857	5.565	34.712
30.00	.4000	6.129	27.640	90.455	17.792	47.792	138.907	6.315	41.477
35.00	.4667	8.672	30.224	93.681	18.822	53.822	141.927	6.526	47.295
40.00	.5333	11.328	30.224	96.200	18.311	58.311	144.524	6.240	52.071
45.00	.6000	13.871	27.640	97.856	16.407	61.407	146.502	5.532	55.875
50.00	.6667	16.090	22.918	98.785	13.415	63.415	147.877	4.499	58.916
55.00	.7333	17.832	16.876	99.277	9.787	64.787	148.792	3.275	61.512
60.00	.8000	19.027	10.557	99.588	6.085	66.085	149.401	2.033	64.052
65.00	.8667	19.699	5.055	99.827	2.903	67.903	149.784	.969	66.934
70.00	.9333	19.961	1.321	99.970	.757	70.757	149.967	.252	70.505
75.00	1.0000	20.000	0.000	100.000	0.000	75.000	150.000	0.000	75.000

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

تبدیل آحاد SI به واحدهای متداول امریکایی

جهت تبدیل	به	ضریب: دقیق	ضریب: معمول
Joule (J)	Pound-foot (lb.ft)	۷ر۳۷۵۶۲۰E − ۰۱	۰ر۷۳۷
Joule (J)	Pound-inch (lb.in)	۸ر۸۵۰۷۴۴E + ۰۰	۸ر۸۵
Kilogram (kg)	Pound mass (lbm)	۲ر۲۰۴۶۲۲E + ۰۰	۲ر۲۰
	Slug	۶ر۸۵۲۱۷۸E − ۰۲	۰ر۰۶۸۵
	Ton, short (۲۰۰۰ lbm)	۱ر۱۰۲۳۱۱E − ۰۳	۰ر۰۰۱۱۰
Metre (m)	Foot (ft)	۳ر۲۸۰۸۴۰E + ۰۰	۳ر۲۸
	Inch (in)	۳ر۹۳۷۰۰۸E + ۰۱	۳۹ر۴
	Mile (mi)	۶ر۲۱۳۷۱۲E + ۰۲	۶۲۱
Newton (N)	Pound (lb)	۲ر۲۴۸۰۸۹E − ۰۱	۰ر۲۲۵
	Poundal (lb.ft/s۲)	۷ر۲۳۳۰۱۲E + ۰۰	۷ر۲۳
Newton-metre (N.m)	Pound-foot (lb.ft)	۷ر۳۷۵۶۲۰E − ۰۱	۰ر۷۳۷
	Pound-inch (lb.in)	۸ر۸۵۰۷۴۴E + ۰۰	۸ر۸۵
Newton-metre/second (N.m/s)	Horsepower (hp)	۱ر۳۴۱۰۲۲E − ۰۳	۰ر۰۰۱۳۴
Pascal (Pa)	Pound/foot۲ (lb/ft۲)	۲ر۰۸۸۵۴۳E − ۰۲	۰ر۰۲۰۹
	Pound/inch۲ (lb.in۲), (psi)	۱ر۴۵۰۳۷۰E − ۰۴	۰ر۰۰۰۱۴۵
Radiam/second (rad/s)	Revolutions/minute (rpm)	۹ر۵۴۹۲۹۷E + ۰۰	۹ر۵۵
Watt (W)	Horsepower (hp)	۱ر۳۴۱۰۲۲E − ۰۳	۰ر۰۰۱۳۴
	Pound-foot/second (lb.ft/s)	۷ر۳۷۵۶۲۰E − ۰۱	۰ر۷۳۷
	Pound-inch/second (lb.in/s)	۸ر۸۵۰۷۴۴E + ۰۰	۸ر۸۵

تبدیل آحاد SI به واحدهای متداول امریکایی

جهت تبدیل	به	ضریب: دقیق	ضریب: معمول
Foot(ft)	Metre(m)	۳ر۰۴۸۰۰۰E − ۰۱*	۰ر۳۰۵
Horsepower (hp)	Watt(W)	۷ر۴۵۶۹۹۹E + ۰۲	۷۴۶
Inch(in)	Metre(m)	۲ر۵۴۰۰۰۰E − ۰۲*	۰ر۰۲۵۴
Mile, U.S. statute (mi)	Metre(m)	۱ر۶۰۹۳۴۴E + ۰۳*	۱۶۱۰
Pound force (lb)	Newton (N)	۴ر۴۴۸۲۲۲E + ۰۰	۴ر۴۵
Pound mass (lbm)	Kilogram (kg)	۴ر۵۳۵۹۲۴E − ۰۱	۰ر۴۵۴
Poundal (lbm.ft/s۲)	Newton (N)	۱ر۳۸۲۵۵۰E − ۰۱	۰ر۱۳۸
Pound-foot (lb.ft)	Newton-metre (N.m)	۱ر۳۵۵۸۱۸E + ۰۰	۱ر۳۵
	Joule (J)	۱ر۳۵۵۸۱۸E + ۰۰	۱ر۳۵
Pound-foot/second (lb.ft/s)	Watt (W)	۱ر۳۵۵۸۱۸E + ۰۰	۱ر۳۵
Pound-inch (lb.in)	Newton-metre (N.m)	۱ر۱۲۸۱۸۲E − ۰۱	۰ر۱۱۳
	Joule (J)	۱ر۱۲۸۱۸۲E − ۰۱	۰ر۱۱۳
Pound-inch/second (lb.in/s)	Watt (W)	۱ر۱۲۸۱۸۲E − ۰۱	۰ر۱۱۳
Pound/foot۲ (lb/ft۲)	Pascal (Pa)	۴ر۷۸۸۰۲۶E + ۰۱	۴۷ر۹
Pound/inch۲ (lb/in۲), (psi)	Pascal (Pa)	۶ر۸۹۴۷۵۷E + ۰۳	۶۸۹۰
Revolutions/minute (rpm)	Radian/second (rad/s)	۱ر۰۴۷۱۹۸E − ۰۱	۰ر۱۰۵
Slug	Kilogram (kg)	۱ر۴۵۹۳۹۰E + ۰۱	۱۴ر۶
Ton, short (۲۰۰۰ lbm)	Kilogram (kg)	۹ر۰۷۱۸۴۷E + ۰۲	۹۰۷

* علامت ستاره به معنی دقیق بودن ضریب تبدیل می‌باشد.

@MechSource

https://t.me/MechSource

https://t.me/MechSource

پیشوندهای استاندارد در سیستم SI

ضریب	علامت	پیشوند
$۱۰^{۱۸}$ = ۱ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰	E	exa
$۱۰^{۱۵}$ = ۱ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰	P	peta
$۱۰^{۱۲}$ = ۱ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰	T	tera
$۱۰^{۹}$ = ۱ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰	G	giga
$۱۰^{۶}$ = ۱ ۰۰۰ ۰۰۰	M	mega
$۱۰^{۳}$ = ۱ ۰۰۰	k	kilo
$۱۰^{۲}$ = ۱۰۰	h	hecto§
$۱۰^{۱}$ = ۱۰	da	deka§
$۱۰^{-۱}$ = ۰٫۱	d	deci§
$۱۰^{-۲}$ = ۰٫۰۱	c	centi§
$۱۰^{-۳}$ = ۰٫۰۰۱	m	milli
$۱۰^{-۶}$ = ۰٫۰۰۰ ۰۰۱	μ	micro
$۱۰^{-۹}$ = ۰٫۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۱	n	nano
$۱۰^{-۱۲}$ = ۰٫۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۱	p	pico
$۱۰^{-۱۵}$ = ۰٫۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۱	f	femto
$۱۰^{-۱۸}$ = ۰٫۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۱	a	atto

* گرچه قابل توصیه نیست اما گاهی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

* تا حد امکان از پیشوندهای با نمو ۱۰۰۰ نظیر میلیمتر، متر و کیلومتر استفاده نمایید. هنگام استفاده از ترکیبی از آحاد سعی گردد واحدهای پیشونددار در صورت کسر قرار گیرند. به عنوان نمونه از MN/m^2 استفاده شود و نه از N/cm^2 یا N/mm^2.

* در سیستم SI جهت متمایزکردن ارقام بین آنها فاصله قرار داده می‌شود و جهت پیشگیری از اشکالات احتمالی از قراردادن ویرگول که در برخی ممالک به معنی ممیز شناخته می‌شود خودداری می‌گردد.

@MechSource

https://t.me/MechSource